

# INVESTIGACION Y CIENCIA

*Edición en español de*

## SCIENTIFIC AMERICAN



ACUSTICA DEL VIOLIN

*Diciembre 1981*

300 PTAS.

Los espacios en gris  
corresponden a publicidad  
en la edición impresa

- 6 **UN HABITAT DE VIDA PRIMITIVO, David I. Groves, John S. R. Dunlop y Roger Buick**  
Un llano de marea australiano pudo albergar microorganismos hace 3500 millones de años.
- 18 **ONDAS GRAVITATORIAS PROCEDENTES DE UN PULSAR ORBITAL, Joel M. Weisberg, Joseph H. Taylor y Lee A. Fowler** ¿Confirman la teoría einsteniana de la relatividad general?
- 30 **NEUROPEPTIDOS, Floyd E. Bloom**  
Breves cadenas de aminoácidos actúan, a la vez, de neurotransmisores y de hormonas.
- 54 **ACUSTICA DE LAS TABLAS DEL VIOLIN, Carleen Maley Hutchins**  
En el tratamiento de la tapa y el fondo de ese instrumento reside el secreto de los luthiers.
- 68 **EL ODOMETRO DE VITRUBIO, André Wegener Sleeswyk**  
Convergencia de tres grandes maestros, Arquímedes, Vitrubio y Leonardo, en su diseño.
- 80 **LOGICA CUANTICA, R. I. G. Hughes**  
Resolución de paradojas de la mecánica cuántica por funciones alternativas para “y” y “o”.
- 96 **PROCESAMIENTO DE IMAGENES POR ORDENADOR, T. M. Cannon y B. R. Hunt**  
Las imágenes digitalizadas pueden abordarse matemáticamente para mejorar así su calidad.
- 110 **DINOSAURIOS DEL JURASICO DE AMERICA DEL SUR, José F. Bonaparte**  
Constituyen la pieza clave para entender cómo era la vida en la tierra durante el Mesozoico.
- 3 AUTORES
- 4 HACE...
- 44 CIENCIA Y SOCIEDAD
- 122 JUEGOS MATEMATICOS
- 130 TALLER Y LABORATORIO
- 140 LIBROS
- 146 BIBLIOGRAFIA
- 148 INDICE ANUAL

#### SCIENTIFIC AMERICAN

##### COMITE DE REDACCION

Gerard Piel (Presidente), Dennis Flanagan, Brian P. Hayes, Philip Morrison, Francis Bello, Peter G. Brown, Michael Feirtag, Paul W. Hoffman, Jonathan B. Piel, John Purcell, James T. Rogers, Armand Schwab, Jr., Joseph Wisnovsky

DIRECCION EDITORIAL  
DIRECCION ARTISTICA  
PRODUCCION  
DIRECTOR GENERAL

Dennis Flanagan  
Samuel L. Howard  
Richard Sasso  
George S. Conn

#### INVESTIGACION Y CIENCIA

##### DIRECTOR REDACCION

Francisco Gracia Guillén  
José María Valderas Gallardo (Redactor Jefe)  
Carlos Oppenheimer  
José María Farré Josa  
César Redondo Zayas

##### PRODUCCION VENTAS Y PUBLICIDAD PROMOCION EXTERIOR EDITA

Elena Sánchez-Fabrés  
Pedro Clotas Cierco  
Prensa Científica, S. A.  
Calabria, 235-239  
Barcelona-29 (ESPAÑA)

## Colaboradores de este número:

### Asesoramiento y traducción:

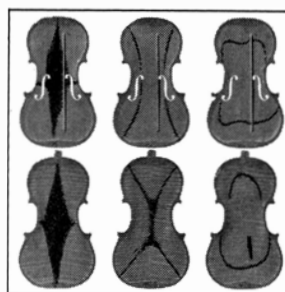
Joandomènec Ros: *Un hàbitat de vida primitivo*; Manuel Puigcerver: *Ondas gravitatorias procedentes de un pulsar orbital*; Cristóbal Mezquita: *Neuropéptidos*; Andrés Lewin-Richter: *Acústica de las tablas del violín*; Julio Samsó: *El odómetro de Vitrubio*; Juan P. Acordagoicoechea: *Lógica cuántica*; Amando García Rodríguez: *Procesamiento de imágenes por ordenador*; Luis Bou: *Juegos matemáticos*; J. Vilardell: *Taller y laboratorio*.

### Ciencia y sociedad:

M. Domínguez, J. A. Carrasco, S. García de Vinuesa, F. González, N. López, Antonio Gallego y Agustín García Calvo

### Libros:

Sebastián Xambó, Arturo Valls, Vicente Muñoz y Manuel G. Velarde



## LA PORTADA

Recoge varios ensayos de las propiedades vibratorias de una tapa y un fondo de un violín (véase "Acústica de las tablas del violín", por Carleen Maley Hutchins, página 54). Para una prueba en cuestión, se monta la tabla, mirando hacia arriba, sobre un altavoz. Se espolvorean limaduras de aluminio. Se apoya la tabla sobre cuatro elementos de goma espuma, situados en sendos puntos nodales, no vibratorios. Se centra el altavoz en el antinodo del modo vibratorio sujeto a examen. Las limaduras, en respuesta a la sinusoidal emitida por el altavoz, comenzarán a saltar. Las zonas antinodales se mueven vigorosamente, corriéndose las partículas hacia los nodos, formándose así una distribución que es característica del modo correspondiente. Los modos se numeran progresivamente a partir del de menor frecuencia. En la ilustración se observan, de izquierda a derecha, las configuraciones de los modos 1, 2 y 5 de cada tabla.

## Suscripciones:

Prensa Científica, S. A.  
Calabria, 235-239  
Barcelona-29 (España)  
Teléfono 322 05 51 ext. 37

### Condiciones de suscripción:

España:  
Un año (12 números): 3.300 pesetas  
Extranjero:  
Un año (12 números): 52 U.S. \$  
Ejemplar atrasado ordinario:  
340 pesetas  
Ejemplar atrasado extraordinario:  
440 pesetas

### Distribución para España

Distribuciones de Enlace, S. A.  
Ausias March, 49, Barcelona-10

### Distribución para los restantes países:

Editorial Labor, S. A.  
Calabria, 235-239 - Barcelona-29

### Publicidad:

Madrid:  
Gustavo Martínez Ovin  
Avda. de Moratalaz, 137, Madrid-30  
Tel. 430 84 81

Cataluña:  
Miguel Munill  
Balmes, 191, 2.º, 2.ª, Barcelona-6  
Tels. 218 44 45 y 218 40 86

Controlado  
por O.J.D.



ISSN 0210-136X  
Dep. legal: B. 38.999-76  
Fotocomposición Tecfa  
Pedro IV, 160 - Barcelona-5  
Fotocromos reproducidos por GINSA, S.A.  
Imprime GRAFESA  
Gráfica Elzeviriana, S. A.  
Nápoles, 249 - Tel. 207 40 11  
Barcelona-13  
Printed in Spain - Impreso en España

## PROCEDENCIA DE LAS ILUSTRACIONES

Pintura de la portada de Marvin Mattelson

Página	Fuente	Página	Fuente
6	Andrew Tomko		Giunti-Barbèra, Florencia, copyright 1973
7	K. G. McCracken		
8	David I. Groves	70-74	Michael Goodman
9	Brian W. Logan	76	André Wegener
10-12	Andrew Tomko		Slieswyk ( <i>arriba</i> ), Michael Goodman ( <i>abajo</i> )
13-16	David I. Groves	78	Michael Goodman
19	Allen Beechel	81-83	Gabor Kiss
20	Allen Beechel ( <i>arriba</i> )	84	Gabor Kiss y Miguel Alonso
	J. A. Tyson ( <i>abajo</i> )	85-92	Gabor Kiss
21-25	Allen Beechel	97	Earth Satellite Corporation
26	Allen Beechel	98	Andrew Christie
27	National Astronomy and Ionosphere Center, Universidad de Cornell	99	Brent S. Baxter
31	Jorge Mancillas y Jacqueline F. McGinty ( <i>arriba</i> ), Nicholas Brecha y Harvey J. Karten ( <i>abajo</i> )	100-101	Brent S. Baxter y Oliver Faugeras
32	Elena Battenberg y Floyd E. Bloom	102-105	T. M. Cannon
33-39	Albert E. Miller	106	Joel Trussell
54	Daniel Bernstein	111	José F. Bonaparte y Miguel Alonso
56	Alan D. Iselin	112	José F. Bonaparte
57	Carleen Maley Hutchins	113-116	José F. Bonaparte y Miguel Alonso
58	Daniel Bernstein	117	José F. Bonaparte
59	Carleen Maley Hutchins	118-121	José F. Bonaparte y Miguel Alonso
60	Carleen Maley Hutchins	123	© BEELDRECHT, Amsterdam/VAGA, Nueva York, Collection Haags Gemeentemuseum
61	( <i>arriba</i> ), Alan D. Iselin ( <i>abajo</i> )		
62-63	Daniel Bernstein	124-128	Ilil Arbel
64	Alan D. Iselin	131	R. F. Bonifield
69	Codex Atlanticus,	132-138	Michael Goodman

Copyright © 1981 Scientific American Inc., 415 Madison Av., New York. N. Y. 10017.  
Copyright © 1981 Prensa Científica, S. A., Calabria, 235-239 - Barcelona-29 (España)

Reservados todos los derechos. Prohibida la reproducción en todo o en parte por ningún medio mecánico, fotográfico o electrónico, así como cualquier clase de copia, reproducción, registro o transmisión para uso público o privado, sin la previa autorización escrita del editor de la revista.

El nombre y la marca comercial SCIENTIFIC AMERICAN, así como el logotipo distintivo correspondiente, son propiedad exclusiva de Scientific American, Inc., con cuya licencia se utilizan aquí.



# Los autores

DAVID I. GROVES, JOHN S. R. DUNLOP y ROGER BUICK ("Un hábitat de vida primitivo") se hallan adscritos a la Universidad de Australia occidental, donde el primero desarrolla su labor docente y Dunlop y Buick preparan el doctorado en geología. Groves se graduó por la Universidad de Tasmania: licenciatura en ciencias en 1963 y doctorado en 1968. Trabajó durante varios años para el Geographical Survey de Tasmania antes de incorporarse a la facultad de Australia occidental, en 1971. "Desde entonces, escribe, mi principal campo de investigación se ha centrado en la evolución y metalogenia de la corteza arqueana". Dunlop y Buick han cursado la carrera de ciencias en la Universidad de Australia occidental.

JOEL M. WEISBERG, JOSEPH H. TAYLOR y LEE A. FOWLER ("Ondas gravitatorias procedentes de un pulsar orbital") trabajaron juntos sobre el tema de su artículo en la Universidad de Massachusetts en Amherst. Weisberg y Taylor pertenecen hoy al cuerpo docente de la Universidad de Princeton (como profesores de física). Fowler, por su parte, entró en la empresa Atmospheric and Environmental Research Inc., de Cambridge, Massachusetts. Weisberg es licenciado en ciencias por el Instituto de Tecnología de Massachusetts (1972) y doctor en física por la Universidad de Iowa (1978). Fuera de su labor científica, se dedica a dar "conferencias sobre los peligros de la carrera de armamentos y trabajo con grupos locales que defienden el control de armas y el desarme". Taylor recibió sus títulos académicos del Haverford College (licenciado en física, 1963) y de la Universidad de Harvard (doctor en astronomía, 1968). Investigador de los pulsares, fue codescubridor (junto con su discípulo Russell A. Hulse) del primer pulsar del que se supo que formaba parte de un sistema orbital. Fowler se interesó en los pulsares en sus años estudiantiles de Cornell. Allí se graduó en física, en 1973, para incorporarse luego al grupo de investigadores de pulsares que había en la Universidad de Massachusetts. Se doctoró en astronomía en 1979 y pasó entonces dos años en el Instituto Max Planck de Radioastronomía de Bonn.

FLOYD E. BLOOM ("Neuropéptidos") dirige el centro de neurobiología de la conducta Arthur Vining Davis,

del Instituto Salk. Se formó en la Universidad Metodista del Sur y en la de Washington. Antes de ser nombrado, en 1975, para el cargo que ahora ocupa, había sido jefe del laboratorio de neurofarmacología y director en funciones de la división de investigación del Instituto Nacional de Salud Mental del Hospital de Santa Isabel en Washington. Sobre su dedicación a la investigación del cerebro comenta: "surgió directamente de mi interés por resolver el problema de cómo el cerebro detecta y controla la presión arterial. La búsqueda exhaustiva de una respuesta a tal cuestión me condujo a desarrollar y a aplicar una serie de métodos experimentales dirigidos a identificar, cómo y dónde, los transmisores químicos comunican mensajes entre las células nerviosas y de qué manera tales moléculas llegan a alterar la conducta."

CARLEEN MALEY HUTCHINS ("Acústica de las tablas del violín") se ha dedicado, durante más de tres décadas, a la construcción de instrumentos de cuerda y a la investigación de sus propiedades acústicas. Ha fabricado ya, según dice, "150 violas, 25 violines, cinco celos y unos 40 instrumentos de la nueva familia violinística, cuyos ejemplares van desde el contrabajo de dos metros hasta el minúsculo tiple afinado una octava por encima del violín normal". A lo largo de casi 20 años ha sido secretaria permanente de la Sociedad Acústica de Cuerdas de Tripa, organización que ella misma fundara, en 1963, junto con Frederick A. Saunders, de la Universidad de Harvard. Ha sido galardonada con un sinnúmero de premios y títulos; entre éstos, el de doctor honoris causa de Ingeniería por el Instituto de Tecnología Stevens. De los premios cabe destacar la medalla de plata de la Sociedad Acústica de América.

ANDRE WEGENER SLEESWYK ("El odómetro de Vitrubio") enseña física aplicada en la Universidad de Groningen. Sobre sí mismo escribe: "Nací en 1927 en Bindjei, en Sumatra, que entonces formaba parte del imperio colonial holandés. Allí pasé la mayor parte de mi juventud, aunque con algunos paréntesis en Holanda. Entre 1942 y 1945 residí en un campo de concentración japonés, viviendo en condiciones que, hoy, reconozco como próximas a la pobreza del Tercer Mundo. Después de la guerra estudié para convertirme en oficial de la Marina Real Holandesa.

Más tarde me licencié en ingeniería mecánica por la Universidad Politécnica de Delft y en el Instituto de Tecnología de Massachusetts. Me doctoré en física por la Universidad de Amsterdam. Tras haber trabajado en la industria en Holanda y en Francia, fui nombrado profesor en Groningen, en 1964. He enseñado metalurgia física, termodinámica e historia de la tecnología."

R. I. G. HUGHES ("Lógica cuántica") es profesor asistente de filosofía de la Universidad de Yale. Nacido en Londres, se formó en el Highgate School y en la Universidad de Cambridge. Tras obtener la licenciatura en ingeniería por Cambridge, en 1957, trabajó un tiempo como profesional del teatro y enseñó después durante 13 años en escuelas de Londres y Canadá. En 1971 inició sus estudios de filosofía en la Universidad de Columbia Británica. Doctorado en filosofía por esa institución en 1979, donde desempeñó una breve misión docente, ha dado clases también en la Universidad de Toronto y en la de Princeton.

T. M. CANNON Y B. R. HUNT ("Procesamiento de imágenes por ordenador") iniciaron su colaboración cuando ambos trabajaban en el Laboratorio Científico de Los Alamos. Cannon disfruta actualmente de un año sabático en el Departamento del Interior de Inglaterra, donde lleva a cabo una investigación sobre las aplicaciones forenses del tratamiento digital de imágenes. Hunt es profesor de ingeniería eléctrica y de ciencias ópticas en la Universidad de Arizona y disfruta también de un año sabático, en la Universidad de Canterbury de Nueva Zelanda. Licenciado en ingeniería aeronáutica por la Universidad estatal de Wichita, se doctoró en ingeniería de sistemas por la Universidad de Arizona.

JOSE F. BONAPARTE ("Dinosaurios del Jurásico de América del Sur") dirige la sección de paleontología de vertebrados del Museo Argentino de Ciencias Naturales. Se formó en las universidades de Tucumán (por la que es "doctor honoris causa") y Harvard. Ha visitado múltiples centros de investigación de Europa y Estados Unidos en misión científica y en su haber cuenta con importantes descubrimientos: asociación faunística de la formación Los Colorados, ídem de la formación Mendoza, ídem de la formación Lagarcito, y otras. Entre sus publicaciones merece destacarse un útil libro de texto consagrado al Mesozoico de América del Sur y sus tetrápodos.

# Hace...

José M.<sup>a</sup> López Piñero

## ... doscientos años

Se inauguraron las nuevas instalaciones en el Prado del Jardín Botánico de Madrid, institución que había funcionado en el Soto de Migas Calientes desde su fundación en 1755.

Dentro de la política de promoción de la actividad científica desarrollada en España por los gobernantes ilustrados, la botánica y sus aplicaciones ocuparon un lugar de relieve. Durante la segunda mitad del siglo XVIII, tras la fundación del Jardín Botánico de Madrid, se crearon otros en Cádiz, Valencia, Cartagena, Barcelona, Zaragoza, Sevilla y otros lugares de la metrópoli, así como los de México, Manila y otros puntos de las posesiones ultramarinas. A mediados de la centuria los gobernantes españoles habían estado en relación con Linneo, quien envió en 1751 a Pehr Loeffling, su discípulo predilecto. Después de residir tres años en la corte, Loeffling fue encargado de dirigir una expedición botánica a Venezuela, que interrumpió su temprana muerte en Cumaná, en 1756, enviándose entonces los materiales procedentes de la misma al nuevo establecimiento madrileño.

A pesar de la directa relación que se tenía con Linneo, su sistema no fue utilizado en el Jardín Botánico de Madrid durante la primera década de su existencia. En 1755, Fernando VI cedió para instalarlo el Soto de Migas Calientes —uno de los “lugares reales” en torno a Madrid— y nombró al catalán José Quer Martínez primer profesor de botánica. Hasta su fallecimiento, en 1764, la organización del Jardín y la actividad científica que en él se desarrolló tuvo como base el sistema de Joseph B. de Tournefort, del que Quer era un convencido seguidor. El establecimiento sembraba entonces cada año unas seiscientas especies, de las cuales aproximadamente la mitad eran españolas, y mantenía ya un activo intercambio con otros jardines botánicos extranjeros, en especial con los de París, Bolonia, Leiden y Amsterdam. Eran modestos tanto su herbario, con unas dos mil especies, como su biblioteca, que tenía en torno a mil volúmenes. La enseñanza comenzó a impartirse en 1757 y, entre los formados allí durante este período inicial, destaca José Celestino Mutis,

una de las grandes figuras de la botánica de este siglo. Por otra parte, la principal obra de Quer fue una *Flora española o Historia de las plantas que se crían en España*, que empezó a publicar en 1762 y cuyos volúmenes quinto y sexto aparecieron después de su muerte.

Tras un breve período intermedio en el que Miguel Barnades fue primer profesor (1765-1771), la organización y orientación científica del Jardín Botánico de Madrid pasó a manos del toledano Casimiro Gómez Ortega, quien ocupó el citado cargo durante tres décadas (1772-1801). En la nueva etapa, el sistema de Tournefort fue sustituido por el de Linneo, que defendieron Barnades, Gómez Ortega y también el gironés Antonio Palau Verdera, principal colaborador de Ortega desde su puesto de segundo profesor del Jardín de 1773 a 1793. Juntos publicaron un *Curso elemental de botánica* (1785) destinado a sus alumnos y Palau tradujo al castellano las obras más importantes del botánico sueco.

Gómez Ortega convenció a los gobernantes de la necesidad de disponer de unas instalaciones mejores que las del Soto de Migas Calientes. En una real orden de 1774, Carlos III ordenó establecer el Jardín en la zona del llamado “Prado Viejo de San Jerónimo” que continúa ocupando actualmente. De planificar y realizar el proyecto fueron encargados, entre otros, el arquitecto Juan de Villanueva y el propio Gómez Ortega. Este último visitó los principales jardines botánicos del resto de Europa y, gracias a la protección de Floridablanca, gozó después de amplias facultades para que la construcción del nuevo Jardín se ajustara a las exigencias científicas de la época y dispusiera de medios de auténtica importancia. Durante los años anteriores a su inauguración fueron trasladándose las plantas desde el Soto de Migas Calientes, al mismo tiempo que se reunían muchas otras procedentes de diversas zonas de España y sus posesiones ultramarinas, que se remitieron en cumplimiento de una *Instrucción* a las autoridades regionales promulgada por Carlos III en 1779. Cuatro años después de inaugurarse el nuevo Jardín comenzaron las obras del Museo vecino, destinado originalmente a las ciencias naturales y que pensaba asociarse a un importante observatorio astronómico y a un gran laboratorio químico. En conjunto, el proyecto, formulado el mismo 1785 por Floridablanca, consistía en crear una Academia de Ciencias que integrara las instituciones científicas que los gobernantes ilustrados habían ido fundando

en la corte. En su estudio sobre el tema, Rumeu de Armas advierte que “la Academia de Ciencias estaba concebida como un organismo de alta investigación y enseñanza teórico-práctica, sin que siguiese estrictamente la pauta de otras instituciones españolas de nombre similar, originadas en tertulias particulares, que entretenían su tiempo en eruditas disertaciones, discutiendo problemas o, cuando más, elaborando dicámenes”. La construcción del edificio del Museo se realizó con rapidez a lo largo de los siete años siguientes. Sin embargo, como es sabido, su destino fue finalmente convertirse en una de las más importantes pinacotecas del mundo. Este cambio, que simboliza la posterior trayectoria de la actividad científica en nuestro país, dejó aislado al Jardín Botánico inaugurado en 1781. No resulta extraño que alguno de los escasos medios de comunicación social que, en el presente año, han hecho mención de este centenario, se hayan limitado a comentar la disposición de sus cuadros y calles desde el punto de vista estético.

Durante el cuarto de siglo siguiente a su inauguración el nuevo Jardín Botánico de Madrid fue una de las instituciones de mayor importancia dentro del panorama mundial de la disciplina, tanto en lo referente a sus medios, como en lo tocante a la labor que allí se realizó y promovió.

Miguel Colmeiro, director de la institución durante el último cuarto del pasado siglo, describía su disposición original en los siguientes términos: “Constituía el Jardín Botánico propiamente... la parte regularizada y dividida en tres planos o pisos, cuya elevación va en aumento, partiendo de la verja que corresponde al Paseo del Prado. Primitivamente estaban subdivididos todos los planos en grandes cuadros: diez y seis en dos series iguales correspondían al plano bajo: catorce en dos series, una de ocho y otra de seis, pertenecían al plano medio; doce en dos series, de seis cada una, eran los del plano alto, con dos más, situados a los lados de los antiguos invernaderos. Esta primitiva distribución fue modificada sucesivamente, subsistiendo no obstante casi la misma en grande parte, porque fuera menester haber sacrificado muchos y excelentes árboles para variarla por completo, conforme a distintas y posteriores tendencias. No ofrecía iguales inconvenientes el plano alto, llamado *Plano de la flor*, y por tanto pudo ser convertido en jardín apaisado hace ya algunos años, habiéndose construido entonces frente a la entrada de la catedral la fuente que está terminada

por el busto de Linneo, y fue dedicada a la memoria de los antiguos botánicos españoles, tanto sedentarios como viajeros.

“Los antiguos cuadros del Jardín Botánico, demarcados por calles rectas, se habían formado bajo la influencia del sistema de Linneo, dominante en aquella época, y convenían para colocar separadamente las plantas correspondientes a cada una de las veinticuatro clases del mismo. Bastaban para ellas los diez y seis cuadros del plano bajo y los ocho de la serie inferior del plano medio, y éstos fueron efectivamente los destinados por mucho tiempo a la *Escuela práctica*, o sea a la colección de plantas vivas, científicamente ordenadas, con el fin de facilitar su estudio. Quedaban en el plano medio seis cuadros superiores, primeramente destinados a plantas medicinales, y que después sirvieron para establecer la llamada *Escuela de Cavanilles*, que se conservó durante muchos años.”

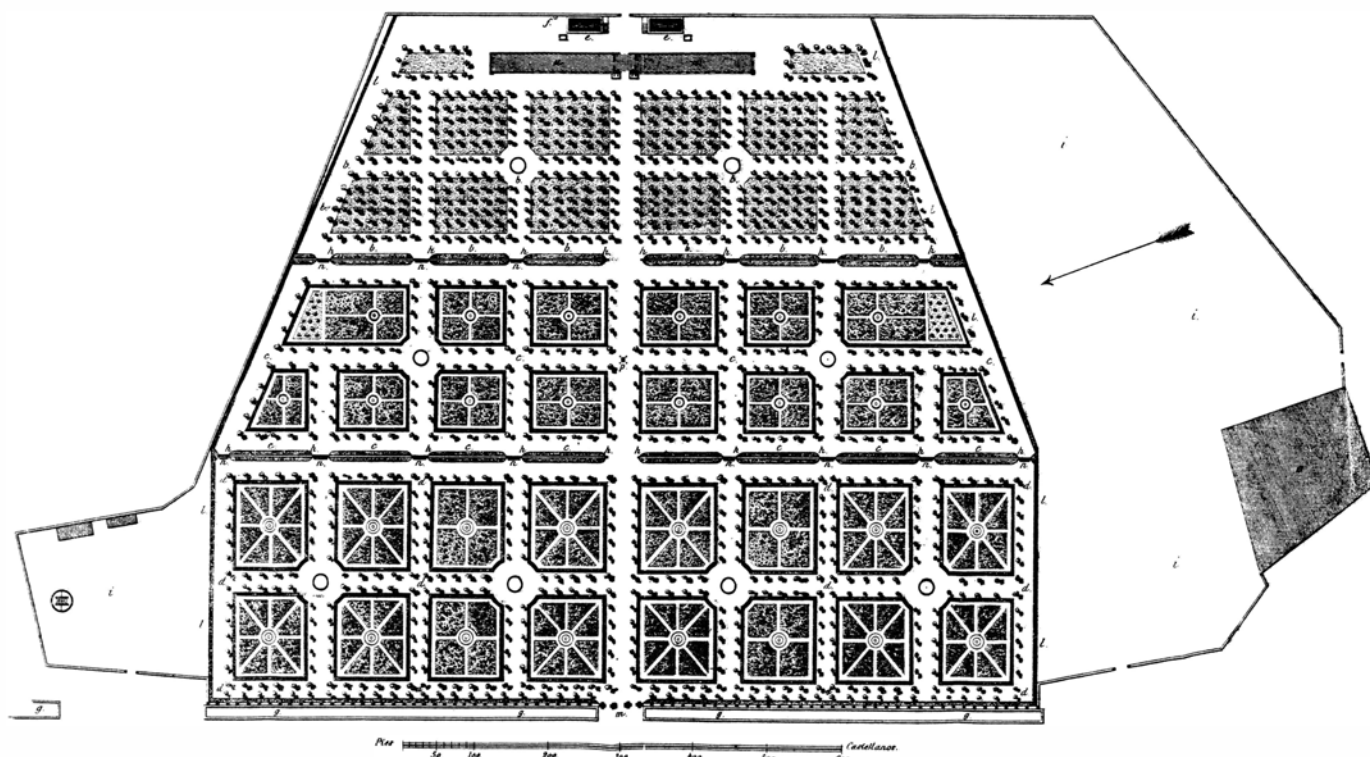
Aparte de un “Intendente” nombrado por el monarca como supervisor general, el Jardín contaba con dos cate- dráticos, un primer jardinero con dos

ayudantes, dieciséis jardineros de número, un arquitecto, un maestro de obras, un portero y seis peones. La enseñanza que impartía elevó notablemente su nivel, concluyendo los cursos anuales con “conclusiones” y “ejercicios públicos” que tenían lugar con cierta solemnidad. En estos cursos se formaron botánicos que más tarde realizaron contribuciones de importancia, como Vicente Cervantes, primer cate- drático del Jardín Botánico de México, e Hipólito Ruiz y José Pavón, cabezas de la expedición a Perú y Chile.

También aumentó extraordinaria- mente el número de plantas cultivadas y sembradas, la riqueza de sus herbarios y materiales iconográficos, así como la relación con otros jardines botá- nicos, sobre todo porque la institución madrileña se convirtió en el núcleo que promovió y centralizó la labor realizada por las grandes expediciones botánicas españolas de la época. Recordemos que las más importantes fueron la de Nueva Granada dirigida por Mutis, la enviada a Perú y Chile bajo la dirección de Ruiz y Pavón, la de México y territo- rios vecinos que encabezaron Martín

Sessé y Vicente Cervantes, y la que dio la vuelta al mundo bajo el mando del navegante Alejandro Malaspina cuyos principales naturalistas fueron Luis Née y Antonio Pineda.

Gómez Ortega fue jubilado de modo forzoso en 1801, cuando ya su prestigio y actividad habían decaído penosamen- te. Le sucedió el valenciano Antonio José Cavanilles, que había sido encon- ado rival suyo. A pesar de que Cavanil- les murió en 1804, durante su corta di- rección se renovaron la organización del Jardín y sus bases, sobre todo en la línea de Antoine-Laurent de Jussieu, llegando el herbario a tener unas doce mil plantas. Los siguientes directores fueron, desde 1804 a 1809, Francisco Antonio Zea, discípulo americano de Mutis, y, de 1809 hasta 1814, Claudio Boutelou, antiguo jardinero mayor nombrado director interino por los franceses. Al terminar la guerra en 1814, fue encargado de la dirección Mariano Lagasca, el más importante discípulo de Cavanilles. En 1823 Lagasca tuvo que exiliarse huyendo, como, otros muchos científicos e intelectuales, de la llamada “ominosa década”.



Plano de las instalaciones del Jardín Botánico de Madrid en el “Prado Viejo de San Jerónimo”, que fueron inauguradas en 1781. Fue trazado por el ingeniero militar Tadeo Lope, que ayudó a Casimiro Gómez Ortega. “a. Invernaderos o estufas para resguardo de las plantas que necesitan abrigo en invierno. b. Primer piso más alto del Jardín. c. Segundo piso más bajo de unos tres pies de diferencia. d. Tercer piso más bajo que el segundo de unos tres pies. e. Estanques que sirven de Depósitos para el riego del Jardín. f. Arca cambiija que provee de agua a los estanques. g. Parte de la Alcantarilla del Prado. h. Pedestales para Tiestos. i. Terrenos que sirven para Viveros de plantas y arbustos y también para huertas al uso del Jardín. l. Tapia de verde que encierra y forma la figura visible del Jardín al Paseo del Prado. m. Portada de piedra y entrada principal desde el Prado al Jardín. n. Escaleras o Graderías para subir a los diversos pisos del Jardín. o. Casa donde están las habitaciones de los Profesores y demás dependientes del Jardín y la Sala para las Lecciones Botánicas. p. Pedestal para la Estatua Pedestre del Rey Nuestro Señor.”

# Un hábitat de vida primitivo

*Es posible que ciertos microorganismos medraran en llanos de marea hace 3500 millones de años. El ambiente puede reconstruirse a partir de sedimentos australianos, pero las señales de que hubiera vida parecen, por ahora, borrosas*

David I. Groves, John S. R. Dunlop y Roger Buick

La historia de la Tierra está escrita en sus rocas; la de sus habitantes, en el registro fósil. La geología y la paleontología se complementan mutuamente. A través del examen detallado de las rocas sedimentarias podemos reconstruir ambientes pasados, determinar si en ellos hubo o no vida y, en caso afirmativo, averiguar qué clase de vida era.

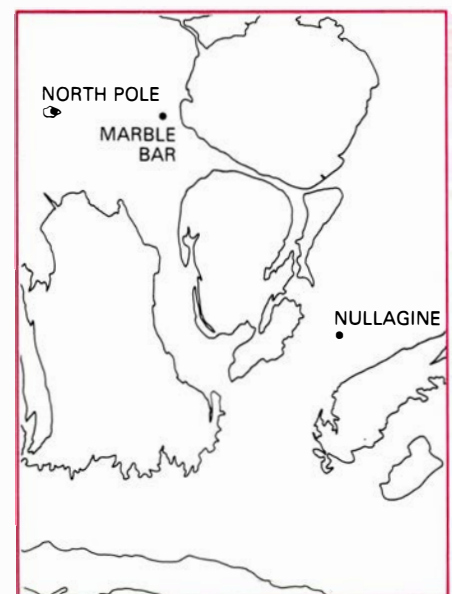
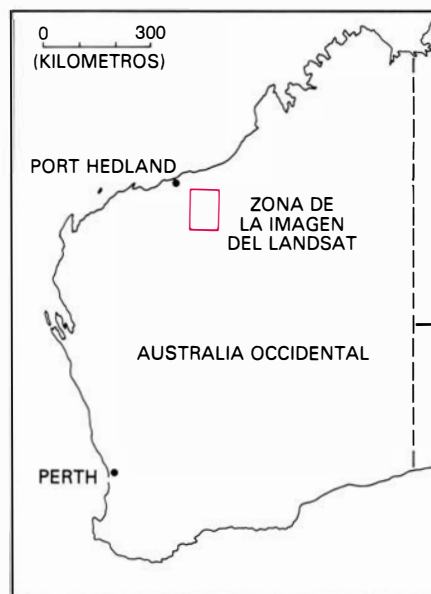
A lo largo de los últimos años he venido examinando con varios colegas rocas sedimentarias de 3500 millones de años de antigüedad, que se hallan expuestas a cielo abierto en un lugar muy cálido de Australia occidental denominado North Pole. Y hemos descubierto lo que bien pudieran constituir señales de vida primitiva: objetos que parecen microfósiles, que son restos de antiguos microorganismos, y probables estromatolitos, que son estructuras dispuestas en capas, formadas como resultado de la acreción de finos granos de sedimento por parte de colonias de microorganismos de disposición continua, a modo de alfombra. Los restos se encuentran en sedimentos conservados en buenas condiciones. De nuestro estudio de los mismos se deduce que el primitivo ambiente precámbrico de North Pole hacía verosímil el desarrollo de organismos primitivos. Tomadas en su conjunto, las pruebas geológicas y paleontológicas ponen de manifiesto que North Pole sí fue realmente hábitat de algunos de los primeros seres que vivieron en la Tierra.

El registro fósil macroscópico se remonta unos 650 millones de años, en la misma antesala del Cámbrico. A lo largo de las dos últimas décadas se han encontrado restos de florecientes comunidades de algas microscópicas y bacterias en rocas sedimentarias mucho más antiguas; y se ha ido viendo como los seres más antiguos conocidos iban adelantando, poco a poco, su momento de aparición hasta tiempos más tempranos del Precámbrico. En la actualidad

está ya bastante bien establecido el curso de la evolución desde hace unos 2700 millones de años. En sedimentos aún más antiguos se han descubierto objetos que parecen ser microfósiles y estromatolitos, pero son raros y están mal conservados; por si fuera poco, en la mayoría de ellos no puede probarse un origen biológico. Un conocimiento exhaustivo del ambiente primitivo nos ayudará a resolver la cuestión de si tales restos equívocos son o no verdaderos fósiles.

La reconstrucción de un ambiente no se limita a desvelar si una cuenca sedimentaria era o no adecuada para la colonización por parte de primitivas formas de vida y para el mantenimiento de reliquias de estas formas. Puede determinarse la topografía del lugar, así como la fuerza y dirección de las co-

rrientes, mareas y olas. El análisis nos pone de manifiesto la geología del origen de los sedimentos, y muestra qué cambios físicos y químicos sufrieron desde el instante de su deposición. Cabe incluso deducir la composición y la temperatura de la atmósfera y de los océanos primitivos. Estas condiciones determinaron qué organismos existieron, influyeron sobre su forma de vida y actuaron como fuerzas selectivas en su proceso evolutivo. Las rutas favorecidas por la selección natural tuvieron una importancia particular durante el Precámbrico temprano, porque la bioquímica básica de todos los organismos posteriores resultó de esta interacción primigenia entre organismos y ambiente. La geología que nos permite reconstruir el ambiente de North Pole es la clave para la comprensión de sus formas de vida y de su conservación. Ha-



**POSIBLE HABITAT de vida primitiva, en Australia noroccidental, en una localidad denominada North Pole. La localidad y sus alrededores, incluidos en el bloque Pilbara, se aprecian en la imagen de la página contigua, obtenida por el satélite Landsat y procesada por la Division of Mineral Physics de la Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization de Sydney. Cúpulas ovoides de granito (color claro) están ceñidas por cinturones de diorita (oscuro). El mapa indica la localización de la zona abarcada por la imagen y el dibujo relaciona el yacimiento de North Pole con los principales accidentes.**



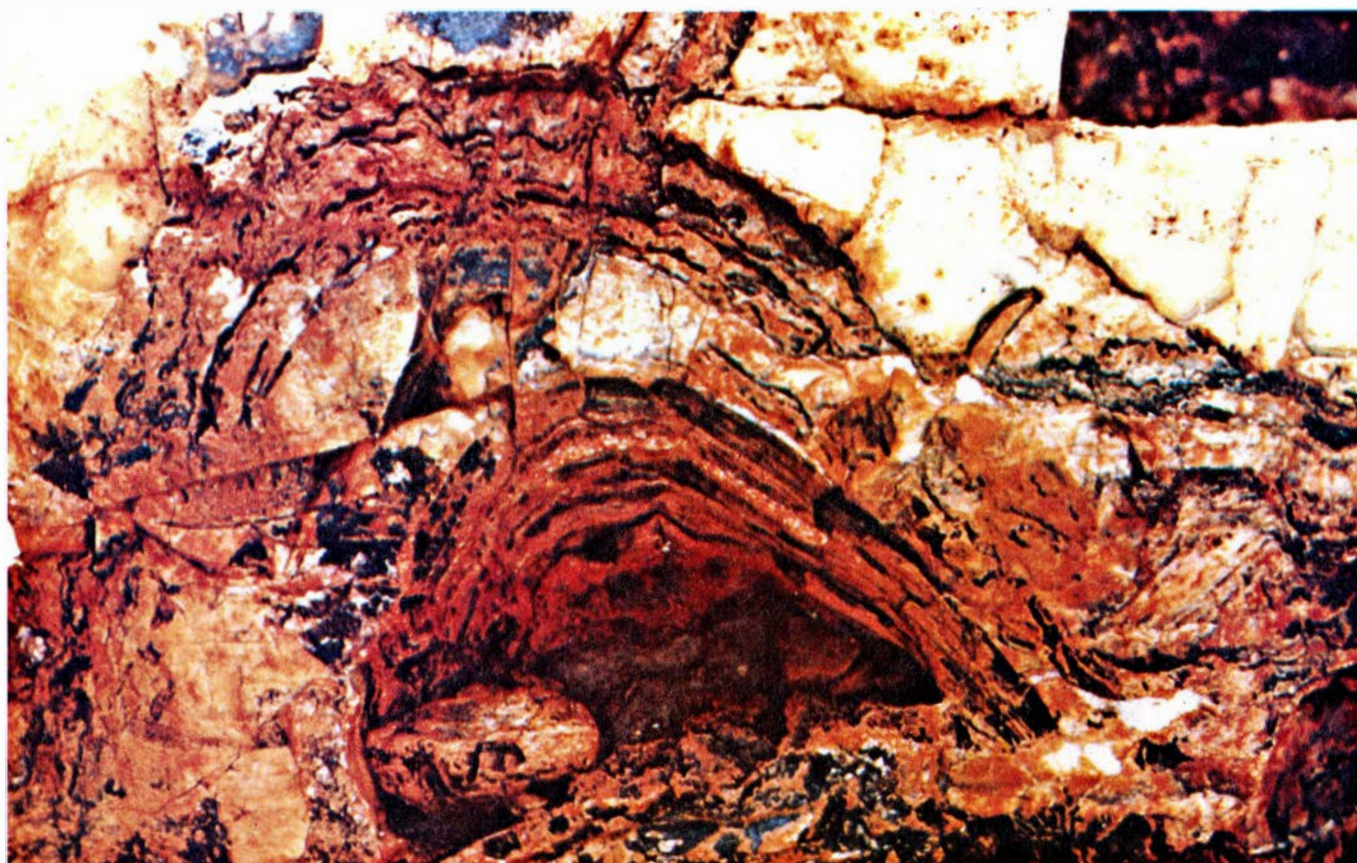






**SEDIMENTOS DE NORTH POLE**, que se hallan todavía en perfecto estado de conservación. Esta secuencia de ópalo (sílice de grano fino) y de baritina

(sulfato de bario), más pálida, no se ha plegado ni ha sufrido una inclinación apreciable. El tono rojizo se debe a depósitos de superficie ricos en hierro.



**ESTRUCTURA MONTICULIFORME** descubierta en North Pole; se trata, según se cree, de una sección vertical expuesta de un estromatolito, es decir, una estructura sedimentaria dispuesta en capas, formada por la acreción de

granos minerales que provocan las colonias de microorganismos dispuestas a modo de alfombra. El nódulo arqueado, de unos 20 centímetros de altura y 25 centímetros de ancho, está compuesto por varios nódulos menores.



brá que examinar, pues, los hallazgos geológicos antes de considerar los indicios de vida.

La zona de North Pole, en Australia occidental, forma parte de un terreno complejo, el bloque Pilbara, donde hay cúpulas ovoides de granito rodeadas por secuencias plegadas de roca volcánica y sedimentaria denominadas cinturones de diorita. La edad de sus rocas, que hemos cifrado en 3500 millones de años, se estableció a través del método de datación por isótopos radiactivos. El elemento samario, una tierra rara, tiene un isótopo radiactivo, el samario 147, que se desintegra y produce neodimio 143. Puesto que la tasa de desintegración es constante, puede determinarse la edad de una roca comparando su contenido relativo de los dos isótopos. Este método se ha aplicado a rocas de una parte del bloque Pilbara adyacente al yacimiento de North Pole, situado en una misma gran unidad geológica (el denominado grupo Warrawoona). Rocas de otras zonas, equivalentes desde el punto de vista estratigráfico, incluyendo algunas del mismo North Pole, se han datado mediante sistemas similares de isótopos radiactivos. Todos los análisis confirman la edad aproximada de 3500 millones de años.

Si se considera la gran antigüedad de la secuencia de North Pole, hay que reconocerle un grado de conservación muy notable. La mayoría de las rocas del Precámbrico temprano han estado sometidas a calor y presión durante los períodos en los que se hallaban profundamente enterradas en la corteza terrestre, y presentan un considerable metamorfismo, es decir, cambios en su estructura mineralógica. En las rocas de North Pole se aprecian pocas muestras de metamorfismo. Dos minerales que se encuentran en los basaltos de North Pole, prehnita y pumpelita, no hubieran llegado hasta nosotros de haber alcanzado el basalto en cualquier momento más de 300 grados Celsius, incluso a una presión inferior a las 3000 atmósferas. Mientras que la mayor parte de las rocas de parecida antigüedad han sufrido varios episodios de plegamiento, los estratos de North Pole tienen una inclinación respecto a la horizontal de tan sólo unos 30 grados; el plegamiento sólo adquirió proporciones importantes en las cercanías de las líneas de falla.

En algunas rocas sedimentarias, la presión y la deformación han disuelto los componentes más solubles, modificando u obliterando aspectos estructurales que revelarían cómo se deposi-

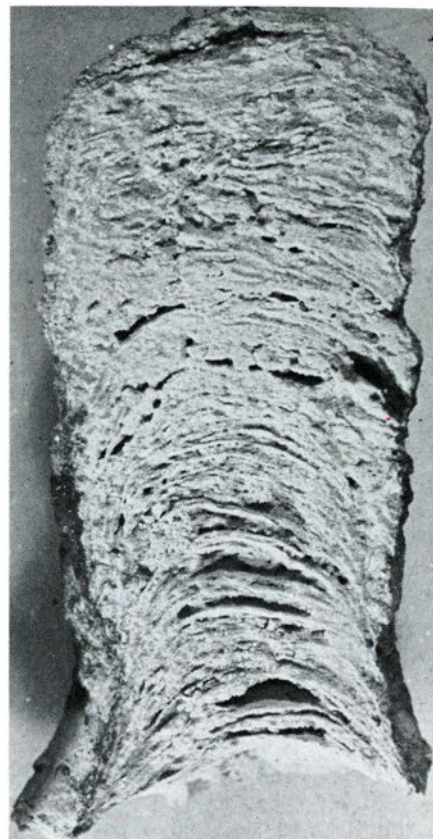
taron los sedimentos. Estos procesos apenas incidieron en North Pole, por la sencilla razón de que la mayoría de los minerales más solubles fueron sustituidos en los inicios de su historia por sílice (dióxido de silicio) o baritina (sulfato de bario), resistentes a la solución bajo presión. Así, se han mantenido las estructuras y las texturas volcánicas y sedimentarias de North Pole con escasa alteración desde su deposición, por más que hayan desaparecido los minerales originales que constituían la roca.

Las rocas sedimentarias que reflejan actividad biológica son constituyentes menores del grupo Warrawoona. La mayoría de las rocas que componen el grupo son volcánicas; forman una secuencia de varios kilómetros de espesor que se extiende sobre gran parte del bloque Pilbara. En North Pole, la principal roca volcánica es el basalto, buena parte de él caracterizado por estructuras tubulares o en forma de bollo. Estas "almohadillas" se forman sólo cuando la lava brota bajo el agua. Las almohadillas de North Pole presentan vesículas (huecos de burbujas de gas dejados en el proceso de enfriamiento), cuya abundancia y gran tamaño revelan que la erupción de lava tuvo lugar en aguas de menos de 100 metros de profundidad.

Aunque en North Pole dominan los basaltos, en otros puntos del bloque Pilbara existen potentes secuencias de rocas félsicas más pálidas, que son rocas volcánicas de grano fino con una composición química similar a la del granito. Las rocas félsicas se interdigitan con los mismos basaltos que se ven en North Pole, señal de que se depositaron aproximadamente por la misma época. Como en el caso de los volcanes félsicos modernos, la mayor parte del material félsico del grupo Warrawoona fue el producto de un vulcanismo explosivo. (Las erupciones basálticas de North Pole fueron menos violentas.) El material félsico procede de erupciones en tierra o en aguas muy someras.

A partir de hallazgos como éstos puede reconstruirse el ambiente volcánico que enmarcó la deposición de sedimentos. Así pudo ser el escenario: un plano dominado por extensos mares someros donde la erupción vertía lavas basálticas; por levantamientos locales se iban formando pequeñas masas de tierra basáltica; islas dispersas, constituidas por los volcanes félsicos, se elevaban a mayor altura, y los productos volcánicos erosionados de sus flancos se depositaban entre coladas sucesivas de lava basáltica.

La capa sedimentaria interpolada a



**ESTROMATOLITO MODERNO** de Shark Bay. Tiene unos 15 centímetros de altura. Las estructuras arqueadas se forman cuando colonias de microorganismos dispuestas en capas quedan recubiertas de granos minerales de acreción. El nuevo crecimiento se hace entonces más rápido allí donde se dispone de más luz para la fotosíntesis, y así las colonias tienden a edificar una pila de capas.

mayor profundidad en la secuencia volcánica de North Pole es una unidad de ópalo-baritina de alrededor de 30 metros de potencia; y es aquí donde se hallan los indicios de primitivas formas de vida. La unidad está dominada por ópalos, rocas compuestas de granos microscópicos de sílice. Se supone que la mayoría de los ópalos del Precámbrico inferior son sedimentos químicos, precipitados a partir de aguas ricas en sílice en océanos profundos. La abundancia de ópalo en depósitos de más de 2500 millones de años se ha esgrimido con frecuencia para defender la hipótesis de que la corteza terrestre estuvo profundamente sumergida hasta entonces.

Las claras pruebas de erupción volcánica en aguas someras de North Pole excluyen para estos ópalos un tal origen. Además, el examen de los ópalos al microscopio revela la presencia de clastos, que son fragmentos de roca con apariencia de granos de arena, fango y lodo perfectamente conservados; los clastos se forman dentro de estructuras características de los sedimentos depositados a partir de cursos de agua.

Un proceso de dos fases puede explicar la formación de los ópalos. En primer lugar se depositaron la arena y otros materiales de aguas someras; después, agua rica en sílice circuló a través del sedimento poroso, disolviendo los minerales originales y precipitando sílice en su lugar, en momentos en que la temperatura y la acidez lo hizo favorable. La sílice se adaptó a la forma de los granos originales.

La presencia de agua rica en sílice tiene fácil explicación. El agua de los océanos actuales es deficitaria en sílice porque organismos tales como las esponjas y las diatomeas aprovechan ese material para construir sus esqueletos. Por lo que se sabe, en el Precámbrico temprano no había organismos fijadores de sílice. Los mares debían de contener mucho más sílice disuelta, lavada de las rocas volcánicas por el agua que caldearon los propios volcanes.

Puede reconstruirse el ambiente en el que se depositaron estos sedimentos antiguos comparando su estructura y textura con las de los sedimentos que se depositan en la actualidad a lo largo de las líneas de costa, en lagos, estuarios y ríos, en el lecho oceánico y en otros lugares. Cada ambiente sedimentario moderno da origen a una secuencia característica de arena, fango, lodo y otros lechos que guardan entre sí relaciones específicas en el tiempo y en el espacio. La composición, estructura y textura de cada tipo de sedimento refleja las condiciones bajo las cuales se depositó: la profundidad del agua, la velocidad de la corriente, el origen de

los clastos, etcétera. Para interpretar las rocas de North Pole es preciso estudiar estructuras sedimentarias diferenciadas y la relación de una masa de sedimento con otra, tanto vertical como lateralmente. La secuencia vertical de tipos de sedimentos registra la evolución del ambiente a lo largo del tiempo; las variaciones laterales (que se denominan cambios de facies) indican la gama de condiciones ambientales en un momento determinado.

Las señales más informativas del ambiente sedimentario de North Pole son estratos de sulfatos evaporativos, constituidos hoy principalmente por baritina. Las evaporitas son precipitados químicos que cristalizan lentamente a partir de salmueras durante la evaporación de estanques y lagos someros, por lo general en regiones áridas. Los estratos de baritina de North Pole están compuestos por grupos de cristales de hasta 20 centímetros de grosor que irradian hacia arriba; en algunos ejemplares, los sedimentos envuelven los cristales o bien se distribuyen entre ellos. Estas características indican que los cristales crecieron hacia arriba en aguas estancadas, ya fuera sobre la superficie del sedimento o bien bajo una delgada capa de éste. Los cristales son casi idénticos en su aspecto a los sulfatos evaporativos, más modernos, del litoral australiano y de las orillas del Mediterráneo. Como la mayoría de emplazamientos actuales de deposición de evaporitas, la localidad de North Pole se hallaba probablemente aislada del mar,

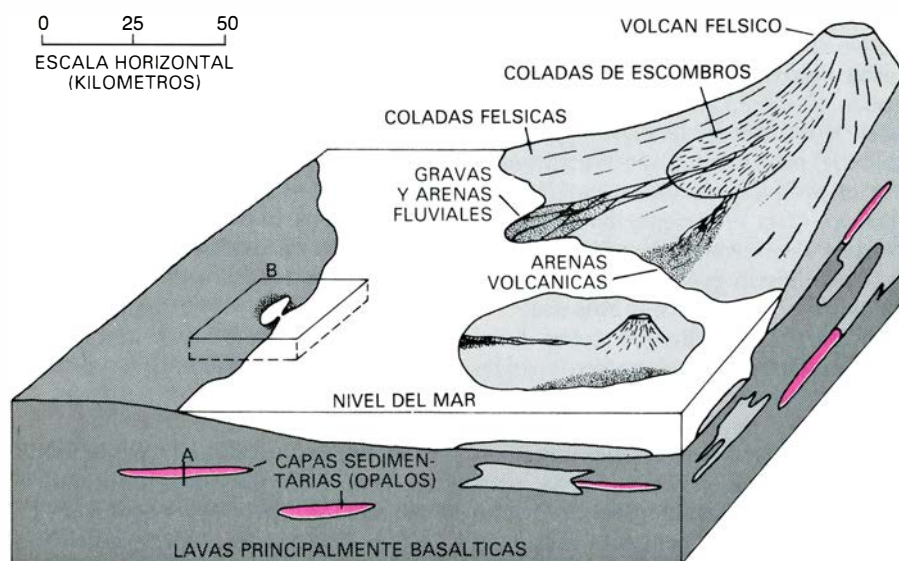
pero las superficies pulidas y los ápices truncados de algunos cristales sugieren que, de vez en cuando, la localidad, por lo general tranquila, se hallaba expuesta a la acción de temporales.

Las evaporitas modernas están constituidas generalmente por carbonatos de calcio o de calcio y magnesio, yeso (sulfato cálcico hidratado) o halita (sal piedra). Puesto que la baritina no es un mineral evaporítico común, hubimos de considerar la posibilidad de que, en North Pole, hubiera sustituido a algún otro mineral. Las semejanzas entre la antigua baritina y el yeso evaporítico moderno son sorprendentes. Algunos cristales tienen una forma de cola de golondrina que no se desarrolla en la baritina primaria, sino que es una característica distintiva del yeso. Los ángulos entre las caras cristalinas son los típicos del yeso, no los de la baritina. En algunos casos, pues, la baritina debe ser una sustitución de lo que originariamente fuera yeso (aunque hay pruebas indirectas de que parte de la baritina era un precipitado primario).

Concluimos de ello que las capas de baritina de North Pole se formaron en el fondo de estanques someros y tranquilos. Durante las tormentas, cuando las olas franqueaban la barrera entre las charcas y el mar, los cristales se erosionaban, se depositaban otros sedimentos y se reabastecía el suministro de sulfato. El análisis de las proporciones de varios isótopos estables (no radiactivos) del azufre en la baritina sugiere que el lugar de deposición tenía acceso a una reserva grande y homogénea de sulfato disuelto, presumiblemente el mar abierto.

Por debajo y por encima de las evaporitas se encuentran unidades diferenciadas de arena, arcilla y fango silicificados. En la base de la secuencia se erigieron gruesos lechos de arena sobre el basalto subyacente. Las arenas proceden principalmente de la superficie exterior de las almohadillas basálticas, erosionadas por las olas. Puesto que las lavas almohadilladas surgieron bajo el agua, la erosión debió ocurrir después de que un levantamiento tectónico, o un descenso del nivel del mar, expusiera las rocas volcánicas.

Los granos de arena, angulares, no muestran ninguna distribución regular por razón de su tamaño, lo que pone de manifiesto que no avanzaron mucho trecho desde la erosión hasta su deposición. Los lechos de arena carecen por lo general de fracción arcillosa o fangosa. Todas las unidades de arena tienen estratos planos y laminados en la base y



**RECONSTRUCCION DEL AMBIENTE** volcánico del bloque Pilbara, de hace unos 3500 millones de años. El tipo de roca principal es basalto (*gris oscuro*), que surgió por erupción en mares someros y posteriormente fue levantado. Los volcanes félsicos eruptaban una roca más pálida (*gris claro*) que se interdigitó con los basaltos. En este paisaje volcánico se depositaban periódicamente secuencias sedimentarias (*color*); en North Pole hay una expuesta. Una sección a través de una secuencia sedimentaria (A) se esquematiza en la página siguiente; B señala la localización de la deposición del sedimento de North Pole.

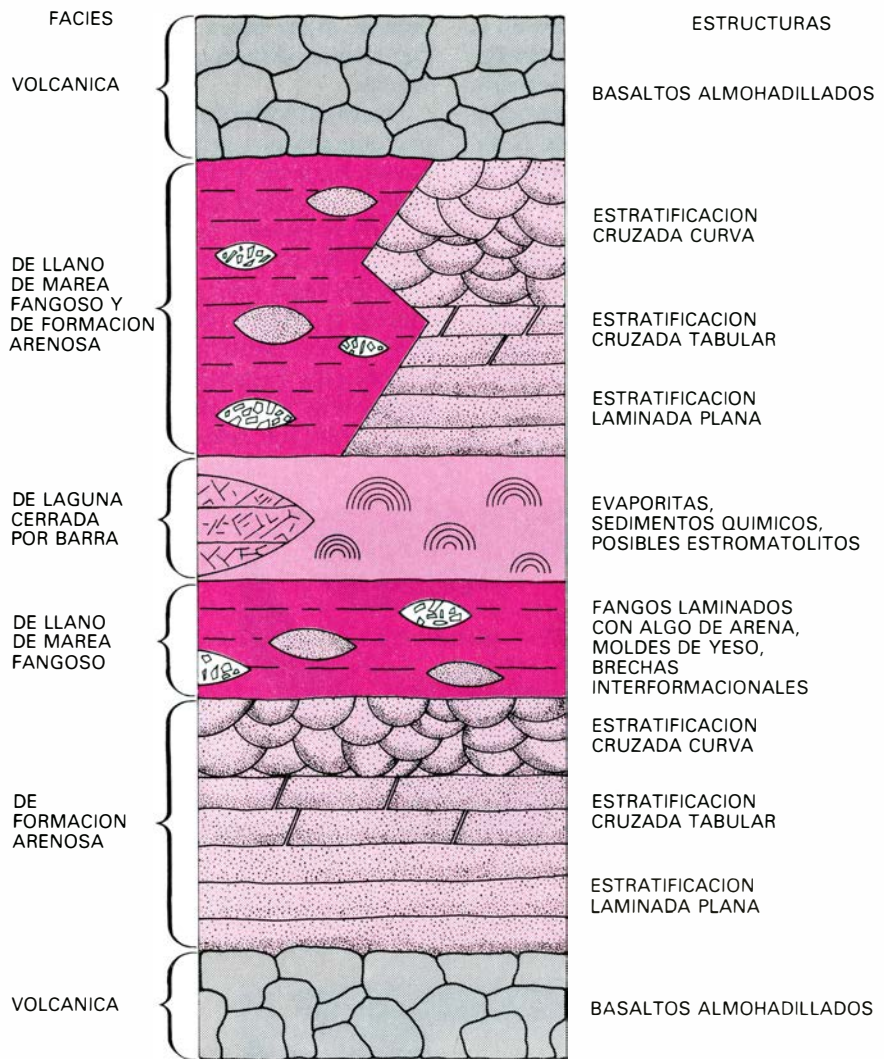


grandes lechos oblicuos (formados por el movimiento de grandes ondas) en la parte superior. La arena cambia progresivamente de gruesa a fina conforme uno se desplaza hacia arriba en un estrato, y de un estrato al siguiente. Todas estas características se justifican en un contexto de deposición en una ensenada de marea, en la que una marea de inundación dominante hubiera esparcido la arena erosionada de los promontorios basálticos; el material fino era arrastrado por una corriente de reflujo mucho más débil. A medida que las arenas formaban bajíos, las partículas más finas se depositaban, amparadas por un entorno más calmado.

Las rocas de grano fino, de color gris verdoso, que se encuentran sobre ambas secuencias de lechos arenosos, están formadas de fango y arcilla silicificados. Exhiben múltiples estructuras diferenciadas, que son buenos indicadores del ambiente. Indicadores son el entrecruzamiento de los lechos en las arcillas, lo que sugiere que las olas y las corrientes produjeron ondas sobre la superficie del sedimento, y estructuras en forma de llama, inducidas por la gravedad, que tienden a formarse en los cienos semilíquidos. En los fangos finamente laminados hay asimismo pequeños cristales de lo que antaño fuera yeso, algunos de ellos con forma de margarita, reflejo de una elevada tasa de evaporación. Lentejones de rocas fragmentarias (conglomerados y brechas) están compuestos de guijarros de fango desecado y consolidado, ondeado por olas de tormenta. Los sedimentos y las estructuras de este tipo son característicos de fango y limo depositados en los médanos de marea, como los que contemplamos hoy a lo largo de las márgenes del mar del Norte.

¿Cuál fue el origen de los fangos y limos de North Pole? Algunos procedían, probablemente, de granos más finos del mismo material volcánico basáltico que proporcionó las arenas. En el fango se encuentran lentejas de arena, lo que revela que arena y fango se depositaron al mismo tiempo en distintos lugares, según las condiciones locales. Parte del fango pudo ser originalmente ceniza félsica fina, aportada por el viento desde volcanes lejanos. Además, tanto la presencia de estructuras parecidas a las que se ven en fangos carbonatados modernos, como la conservación en estos depósitos de algunos minerales carbonatados, sugieren que parte del material fino es fango carbonatado silicificado que precipitó durante la evaporación.

Quizá convenga ahora resumir lo que



SECCION ESTRATIGRAFICA a través de los sedimentos de North Pole, que muestra una secuencia típica de facies, o tipos de roca (izquierda), y de las estructuras que se observan dentro de cada facies (derecha). Los minerales originales han sido sustituidos en gran parte por ópalo o baritina. La unidad ópalo-baritina es minoritaria en la secuencia de basaltos almohadillados y otras rocas volcánicas.

se puede deducir acerca del ambiente deposicional y de su desarrollo a lo largo del tiempo. La secuencia sedimentaria pudo muy bien ser marina: en su base y por encima de ella, recubriéndola, hay basaltos almohadillados surgidos por erupción en un mar extenso y somero. El levantamiento de los basaltos y la formación de fallas de los mismos configuraron una masa terrestre baja, con una ensenada de marea donde se depositó arena erosionada por la acción del oleaje. Al ir creciendo la secuencia, las corrientes y las olas perdieron vigor; sólo podían transportar material de grano fino. Se desarrollaron así médanos fangosos de marea en la cabecera de la ensenada, que colmataron la cuenca. Luego, una lenta subsidencia dio origen a charcas aisladas por debajo del nivel del mar, en cuyo interior precipitaron las evaporitas. Una subsidencia ulterior provocó la apertura de la

barrera que separaba la ensenada del mar, depositándose más arena y fango. La secuencia sedimentaria completa se silicificó rápidamente, conservándose a la vez el testimonio de sus orígenes y los problemáticos indicios de vida, de los que nos ocuparemos más adelante. Finalmente, la subsidencia rápida y el vulcanismo renovado cubrieron la secuencia sedimentaria y evitaron su erosión.

¿Cómo debían ser estos médanos fangosos de hace 3500 millones de años? Trasládese el lector con la imaginación hasta unos médanos en marea baja. En el horizonte divisa el perfil de los altos conos volcánicos, a través de una neblina de ceniza volcánica félsica y de vapor procedente de la lava caliente que surge en el mar somero; cerca de las cumbres se ciernen nubes de tormenta. Más cerca del obser-

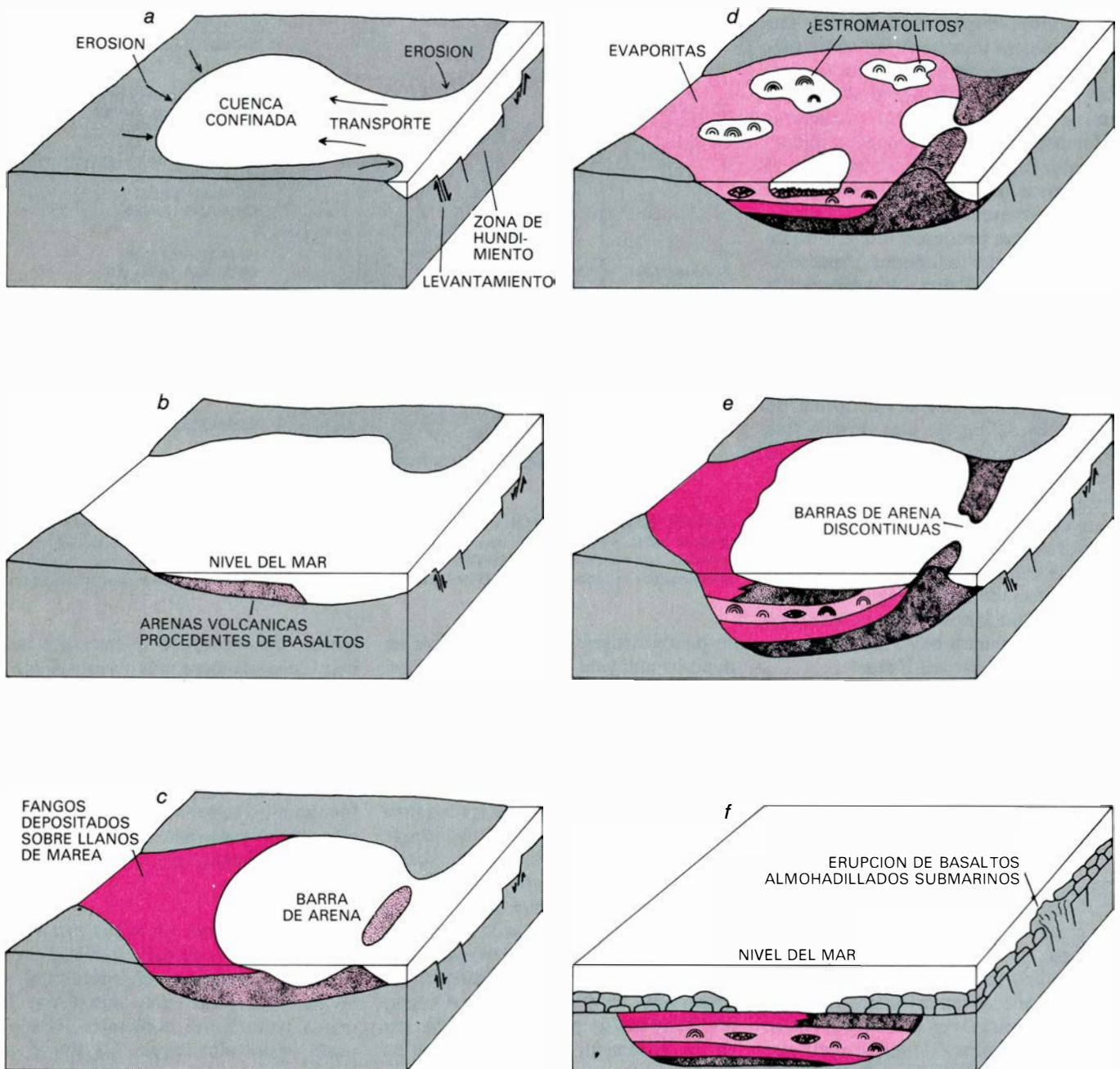
vador, sobre los bajos farallones de la costa basáltica, rompen las olas fustigadas por fuertes vientos. Tierra adentro, la escena está dominada por camellones de negra lava basáltica, con la superficie cubierta por escombros de fragmentos de lava almohadillada. A un lado y otro, el observador está rodeado por una extensión plana de fango gris que resplandece cuando la luz intermitente del sol se refleja en pequeños cristales de yeso. Unos cuantos arroyos de marea serpentean a través de los médanos, drenando al mar a través de una brecha abierta en una barra

baja de arena negra. Por todas partes hay charcas dispersas, someras y muy salinas.

¿Pudo un lugar así dar acogida a los microorganismos primigenios? Ciertamente, bacterias y algas medran en ambientes modernos muy parecidos a éste. Buscar indicios de vida primitiva en North Pole no carece de lógica.

En las rocas muy antiguas cabe encontrar tres tipos de señales de vida: microfósiles, estromatolitos y ciertas propiedades químicas e isotópicas características de la materia orgánica. Los microfósiles son restos que nos han lle-

gado de células reales, por lo general de la pared celular. Pueden extraerse de los sedimentos disolviendo los minerales silicatados, carbonatados y sulfurosos de modo que quede un residuo carbonáceo que incluya los microfósiles, o bien pueden identificarse examinando bajo el microscopio finas secciones transparentes de la roca. Se han encontrado diminutos objetos carbonáceos, que se suponen microfósiles, en varios sedimentos del Precámbrico temprano, incluidas las rocas sedimentarias más antiguas conocidas, las de Isua, en Groenlandia, que tienen unos



**SECUENCIA SEDIMENTARIA** de North Pole, que se desarrolló en un interludio entre episodios de vulcanismo. Se formó una cuenca de marea por levantamiento y hundimiento a lo largo de fallas en la roca volcánica (a). La arena erosionada del basalto se depositó en la cuenca (b); se recubrió luego de fango, llenando gradualmente la cuenca, y se formó una barra arenosa (c). Al dismi-

nuir la subsidencia, se precipitaron evaporitas del agua somera e hipersalada de la cuenca cerrada (d); lo que parecen ser estromatolitos se formaron por la acción de microorganismos en charcas someras. La cuenca se vio nuevamente sometida a subsidencia; la barra arenosa se rompió y se depositó más arena y fango (e). Se vertió más basalto, que cubrió y preservó los sedimentos (f).



3800 millones de años de antigüedad, y en rocas de unos 3500 millones de años de antigüedad del supergrupo de Swazilandia, en Africa austral. Hay motivos, sin embargo, para mostrarse escéptico acerca del origen de estos objetos, que podría no ser biológico. No es probable que los microfósiles sobrevivan a temperaturas superiores a los 250 grados Celsius, por encima de los cuales el material carbonáceo se transforma en grafito cristalino. La secuencia de Isua, en particular, se ha visto sometida a temperaturas superiores a la indicada. La secuencia de North Pole, con su historia de bajas temperaturas metamórficas, incluye algunos de los pocos sedimentos antiguos conocidos que podrían todavía albergar microfósiles reconocibles.

Incluso en una roca ligeramente metamorfizada resulta difícil demostrar con plena seguridad que un primitivo objeto carbonáceo sea un microfósil. Los objetos suelen adoptar formas sencillas: en la mayoría de los casos se trata de esferas con escaso resalte superficial. Nada impide que nos hallemos ante partículas de carbono inorgánico apelmazadas en agregados esféricos por el crecimiento de granos minerales depositados a su alrededor. La confirmación del origen biológico es más fácil si los objetos tienen formas más complejas, que difícilmente resultarán de procesos inorgánicos; pero quedará aún por demostrar que los microfósiles se depositaron al mismo tiempo que el sedimento que los alberga. Se ha descubierto que muchos microfósiles son contaminantes de aparición bastante reciente.

Los estromatolitos constituyen una prueba de la existencia de vida menos directa, pues no son los restos de microorganismos, sino de las estructuras sedimentarias que éstos construyen. Los estromatolitos modernos son producidos por bacterias o por algas. O bien atrapan granos de sedimento en el barro mucilaginoso que secretan, o bien su actividad metabólica provoca la precipitación del sedimento. Los estromatolitos vivos son raros, excepción hecha de los ambientes evaporativos de aguas someras, donde pueden ser relativamente comunes. Se conocen estromatolitos fósiles similares a los modernos cuya antigüedad se remonta 3000 millones de años atrás. Estructuras todavía más antiguas de las que se llegó a afirmar su naturaleza estromatolítica, entre ellas las de North Pole, son simples irregularidades en cúpula u onduladas en capas sedimenta-



**BASALTO**, que constituye la roca volcánica dominante en North Pole, tanto por debajo de la secuencia sedimentaria ópalo-baritina como por encima de la misma. La mayor parte de las coladas de lava basáltica se solidificaron en unas estructuras características, tubulares y en forma de bollo, denominadas almohadillas, que se desarrollan únicamente cuando la lava surge de una erupción volcánica submarina.

rias, muy distintas de las complejas formas columnares y ramificadas que se ven en las rocas más jóvenes. Las contorsiones más simples de la estratificación podrían deberse no sólo a organismos vivos, sino también a procesos inorgánicos, como la deformación o la precipitación evaporativa a partir de géiseres, de agua que salpica o en cuevas. No se pueden considerar una prueba concluyente de vida a menos que se demuestre que, efectivamente, fueron construidas por microorganismos; y ello sólo se conseguirá en el caso que se hubieran conservado, inequívocamente, restos fósiles en el seno de la propia estructura.

También la química puede aportar pruebas que revelen existencia de vida. Las reacciones bioquímicas mediante las cuales los seres vivos domeñan la energía originan proporciones distintas entre los isótopos de algunos elementos. Se cree que las proporciones de isótopos del carbono en algunas rocas del Precámbrico temprano constituyen un dato en pro de la fotosíntesis en ese período. De forma similar, la reducción bacteriana de iones sulfato para obtener energía altera la distribución normal entre los isótopos del azufre. El querógeno, un material carbonáceo amorfo, común en algunos sedimentos muy primitivos, incluye muchos com-



**LECHO DE BARITINA** en North Pole (*izquierda*), comparado con modernas evaporitas de yeso fotografiadas por Marjorie D. Muir en Marion Lake, Australia meridional (*derecha*). Ambos yacimientos están compuestos por cristales que irradian hacia arriba; algunos cristales de baritina se parecen al yeso por la forma y los ángulos característicos entre las caras de los cristales. Esa semejanza encuentra una razonable explicación en el caso de que los cristales se formaran como yeso, sustituido luego por sulfato de bario.





CRISTALES DE BARITINA, con la orientación en la que crecieron los cristales de yeso originales. Hay arena que tapiza la superficie y los ápices de los cristales, lo que indica que se desarrollaron en agua estancada o bajo una delgada capa de sedimento. El campo de visión es de unos siete cm. de ancho.



ARENA FINA Y LIMO LAMINADOS en estratos oblicuos, llamados lechos entrecruzados, dan testimonio de ondas generadas por olas o corrientes. En este caso, una corriente corría de izquierda a derecha, moviendo una onda en dicho sentido, y luego arrastrando el ápice; se depositaban láminas planas cuando aumentaba la velocidad de la corriente. Como la mayor parte de los demás sedimentos de la unidad, la arena y el limo sufrieron un proceso de silicificación. Fotografía de David I. Groves, uno de los autores.

puestos que pudieran tener un origen biológico. El problema que presentan las pruebas químicas es que ciertas reacciones inorgánicas pueden dar origen a los mismos productos que algunas reacciones biológicas. Además, las “rúbricas” isotópicas y químicas de los microorganismos modernos no se conocen con detalle, lo que dificulta su aplicación al análisis de rocas antiguas. Como ocurre en la identificación de microfósiles, resulta difícil asimismo estar seguro de que el material analizado no representa una contaminación muy posterior a la época de deposición.

North Pole se erigió como un yacimiento paleontológico clave del Precámbrico temprano en 1976, cuando investigadores de la Universidad de Australia occidental centraron su atención en los estratos de baritina del mismo. Se venía suponiendo que esos minerales sedimentarios sulfatados se encontraban únicamente en rocas mucho más jóvenes, depositadas cuando la concentración de oxígeno en la atmósfera alcanzaba un valor próximo al actual. Durante mucho tiempo se creyó que, cuando se depositaron los sedimentos de North Pole, la atmósfera y los océanos eran fuertemente reductores, careciendo casi de oxígeno. Puesto que los sulfatos son ricos en oxígeno, la presencia de sulfatos sedimentarios en North Pole sugería que las condiciones locales eran más oxidantes de lo normal para la época. ¿Por qué? Una posibilidad es que fueran responsables de ello organismos generadores de oxígeno.

El examen detallado de los sedimentos realizado por uno de nosotros (Dunlop) reveló que algunas estructuras y texturas se parecían a las que se observan hoy en Shark Bay, un ambiente evaporativo moderno de aguas someras en Australia occidental. En Shark Bay hay cianobacterias (las bacterias fotosintéticas a las que antes se denominaba algas verdiazules o cianofíceas) que prosperan y construyen estromatolitos. Se encontró que el material de North Pole incluía estructuras monticulares similares a los estromatolitos de Shark Bay, y también algunos conglomerados y brechas compuestos de fragmentos curvados y laminados (intraclastos) con una microestructura semejante a la de los estromatolitos. Algunos intraclastos tenían recubrimientos concéntricos de capas ricas en querógeno que se parecen a los estromatolitos esféricos denominados oncolitos.

En un estudio realizado con Marjorie D. Muir, del Australian Bureau of





**MARGARITAS DE YESO** (haces radiantes de cristales de yeso) formadas en el limo y el fango, indican una elevada tasa de evaporación, típica de la deposición en llanos de marea. Vetas de cuarzo, que hicieron intrusión tras la deposición, cruzan abajo, a la derecha. La amplitud del campo es de 2,5 cm.



**LENTEJONES DE BRECHA**, o guijarros angulares, que se encuentran en fangos carbonatados silicificados en la secuencia sedimentaria. El fango consolidado y seco de los médanos se cuarteó por acción del oleaje, para formar los pequeños fragmentos. La amplitud es aquí de unos tres centímetros.

Mineral Resources, Geology and Geophysics, se disolvieron con ácidos los silicatos, carbonatos y los minerales sulfurosos de algunas de las rocas. El residuo comprendía varios tipos de microesferoides carbonáceos huecos, que medían de uno a 12 micrometros de diámetro. Algunos estaban unidos en parejas o cadenas y unos cuantos se hallaban agrupados formando tétradas; cuarteaduras en la superficie de muchos microesferoides evidenciaban que eran huecos. Las mismas estructuras podían ponerse de manifiesto en secciones finas de rocas intactas, demostrando así que no eran contaminantes de laboratorio o artefactos del proceso de disolución. La distribución de tamaños y otras propiedades estadísticas del conjunto de microesferoides eran similares a las de bacterias esféricas modernas. Por todo ello, parecía plausible que los microesferoides de North Pole fueran microfósiles, los más antiguos descubiertos hasta entonces.

En una breve visita al yacimiento de North Pole, Stanley M. Awramik, de la Universidad de California en Santa Bárbara, recolectó ejemplares de ópalo carbonáceo. En uno de ellos encontró posteriormente objetos carbonáceos

microscópicos que parecían bacterias filamentosas. Un grupo encabezado por J. William Schopf, de la Universidad de California en Los Angeles, encontró filamentos microscópicos idénticos en otras muestras de North Pole. Dada la complejidad morfológica de estos filamentos y su estrecha semejanza con algunas cianobacterias modernas y otras bacterias, Schopf y sus colegas los han identificado como microfósiles incuestionables del Precámbrico temprano.

Bajo la supervisión de Malcolm R. Walter, del Bureau of Mineral Resources, se recolectó y estudió en detalle la mayor y más compleja estructura monticuliforme de las que se habían descubierto originalmente en North Pole. Está compuesta de varios nódulos más pequeños. A su vez, cada nódulo está formado por láminas arqueadas (algunas muy delgadas, de hasta 20 micrometros) que forman camellones sobre manchas de intraclastos y crestas (moldeadas por la erosión) en los sedimentos de base. En el interior de un nódulo se desarrollan columnas por la superposición de pequeñas cúpulas en láminas sucesivas; estas capas

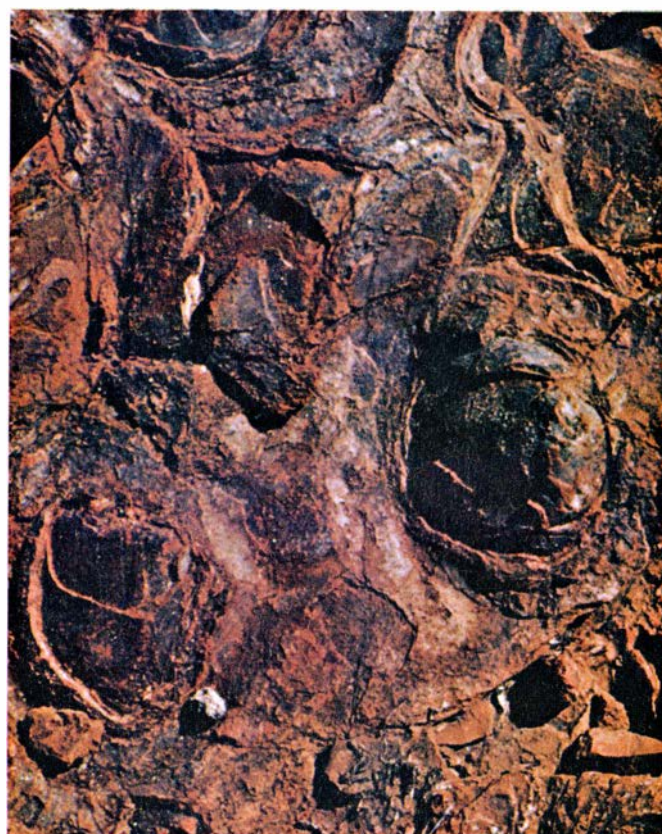
arrugadas contrastan marcadamente con los depósitos sedimentarios que las recubren, que son planos y de origen inorgánico, sin lugar a dudas. Aunque hay procesos no biológicos que pueden dar origen a tales arrugas, ninguno encaja con todas las características de la forma observada. La semejanza de la estructura monticuliforme a las estructuras modernas formadas por organismos que acrecionan sedimento, junto con el hecho de que no se puede atribuir a ningún proceso inorgánico, sugieren que se trata de un estromatolito.

Es improbable que en un ambiente favorable a su crecimiento y multiplicación habitara una sola colonia de constructores de estromatolitos, de modo que nos pusimos a buscar estructuras semejantes por los alrededores. El año pasado se encontraron varios buenos ejemplos en otro estrato situado a unos dos kilómetros de la localidad inicial del descubrimiento. Sus formas abarcan desde nódulos hasta estructuras laminadas casi planas, pasando por cúpulas hemisféricas unidas. Se hallan mejor conservadas que los descubrimientos originales y algunas de sus capas contienen querógeno; las láminas querogénicas se disponen apiladas en





INDICIOS ULTERIORES DE ESTROMATOLITOS se hallaron en un yacimiento extenso de unos 50 centímetros de grosor. En sección (izquierda) el



estrato tiene laminaciones arqueadas, algunas de las cuales forman columnas. Desde arriba (derecha), los ápices de algunas estructuras son cupuliformes.

columnas semidiscretas, que difícilmente habrían surgido de forma no biológica.

Por desgracia, ninguno de estos cuatro descubrimientos (las estructuras monticuliformes originales, los microesferoides, los microfósiles filamentosos o el segundo grupo de estructuras parecidas a estromatolitos) proporciona una prueba concluyente de vida primitiva. Los microesferoides son tan simples que sólo pueden considerarse posibles microfósiles. Los objetos carbonáceos filamentosos, más complejos, son sin duda fósiles, pero no se ha probado que tengan 3500 millones de años de antigüedad. Las rocas que contienen material filamentoso parecen haber sido contaminadas con materia carbonácea en alguna época indeterminada, tras la sedimentación, y puede que fuera entonces cuando se incorporaron los microfósiles filamentosos; no se ha descubierto todavía ninguno en sedimentos que estén, categóricamente, sin contaminar.

Para convencerse del origen biológico de una estructura estromatolitiforment simple es preciso hallar pruebas, en el interior de las propias láminas, de que la estructura fue acumulada por microorganismos. Ello puede demostrarse si hay microfósiles que envuelvan las partículas sedimentarias o que crezcan

sobre las mismas (lo que evidenciaría que los organismos atraparon o fijaron las partículas), o si un material distinto del que ocupa el resto de la roca incrusta los fósiles (lo que sugiere que su precipitación se debió a la actividad metabólica del organismo). Ante la ausencia de estas características microscópicas, sólo puede decirse que las estructuras de North Pole son probables estromatolitos.

Aunque ninguna de las pruebas del yacimiento de North Pole sea concluyente, es difícil concebir un origen no biológico aceptable para todos estos descubrimientos. Es improbable que sea sólo mera coincidencia el que todos los datos apunten hacia una misma dirección: las pruebas geológicas corresponden a un ambiente adecuado para la colonización bacteriana, y varias líneas distintas de pruebas paleontológicas parecen reflejar la existencia de formas primitivas de vida. El tamaño y la forma de los probables microfósiles y la forma de los estromatolitos sugieren que los organismos eran bacterias. Su presencia en un ambiente rico en sulfatos en una época en la que los sulfatos sedimentarios eran raros sugiere que se trataba de organismos fotosintéticos que liberaban oxígeno o que oxidaban azufre; su hábitat de aguas someras es compatible con la dependencia de la

energía asociada a la luz. Cualquiera que fuera la naturaleza de su fotosíntesis, no era preciso que en la atmósfera hubiera oxígeno libre, pues el azufre y el hierro ferroso, abundantes particularmente en los mares del Precámbrico temprano, podrían combinarse con el oxígeno que generaran los organismos.

Parece razonable, pues, llegar a la conclusión de que probablemente existiera vida en North Pole hace 3500 millones de años. Quizá debamos contentarnos con esta afirmación. Después de cinco años de búsqueda intensiva, consideramos improbable que en North Pole se descubran pruebas de vida más definitivas, aunque es posible que todavía puedan encontrarse microfósiles filamentosos en sedimentos demostrablemente no contaminados o que se descubra que los microfósiles filamentosos conocidos se incorporaron a los ópalos muy poco tiempo después de la sedimentación.

Parece igualmente improbable que se descubran indicios incontrovertibles de vida, en otras partes, en rocas de pareja antigüedad, o mayor que la de North Pole. Ello no quiere decir que no existiera vida hace más de 3500 millones de años, sino únicamente que las pruebas inequívocas de su existencia difícilmente se habrán conservado.





# Ondas gravitatorias procedentes de un pulsar orbital

*La predicción, realizada por Einstein en 1915, de que una masa acelerada debía radiar energía en forma de ondas gravitatorias halla su plena confirmación en la contracción lenta de la órbita de un pulsar en torno a la estrella compañera*

Joel M. Weisberg, Joseph H. Taylor y Lee A. Fowler

La teoría de la relatividad general de Einstein, publicada en 1915, predice algo tan extraordinario como lo siguiente: una masa que se acelere deberá radiar energía en forma de ondas gravitatorias. Sin embargo, las ondas son tan débiles y su interacción con la materia tan diminuta, que el propio Einstein puso en duda que pudieran nunca detectarse. La hora de la confirmación llegó en 1974, cuando se descubrió un objeto adecuado para poner a prueba la predicción: el pulsar binario PSR 1913 + 16. La designación indica que el pulsar radioemisor y su compañera radiosilenciosa de órbita están situados en los mapas astronómicos del cielo a la ascensión recta de 19 horas 13 minutos y a la declinación de + 16 grados, lo que sitúa al pulsar binario en la constelación del Águila. En observaciones realizadas con los mayores telescopios ópticos no se ha podido observar objeto alguno que emita destellos periódicos en la posición, determinada por radio, del pulsar. No debe sorprendernos: entre los más de 300 radiopulsares identificados desde que Jocelyn Bell y Anthony Hewish, de la Universidad de Cambridge, descubrieron el primero en 1967, sólo dos son observables como pulsares visibles.

Los astrónomos contemporáneos están en general de acuerdo en que los pulsares son estrellas muy pequeñas, extremadamente densas y en rápida rotación, compuestas principalmente de neutrones, que son los restos de explosiones de supernova. Las estrellas de neutrones en rotación emiten un haz de ondas de radio, fuertemente direccional, que barre el cielo una vez por rotación estelar. El observador recibe un impulso de radioondas siempre que el haz de radio procedente de la estrella apunta a la Tierra; de ahí el nombre de pulsar. Se halla éste constituido por ca-

si tanta materia como el Sol, a pesar de tener un diámetro de sólo 20 o 30 kilómetros; sus átomos han sido literalmente machacados hasta perder su naturaleza, debido a las intensas fuerzas gravitatorias. Se observa que los pulsares giran a velocidades de hasta 30 veces por segundo. Parte de esta vasta reserva de energía cinética de rotación se convierte (a través de un mecanismo todavía no aclarado) en radioemisión.

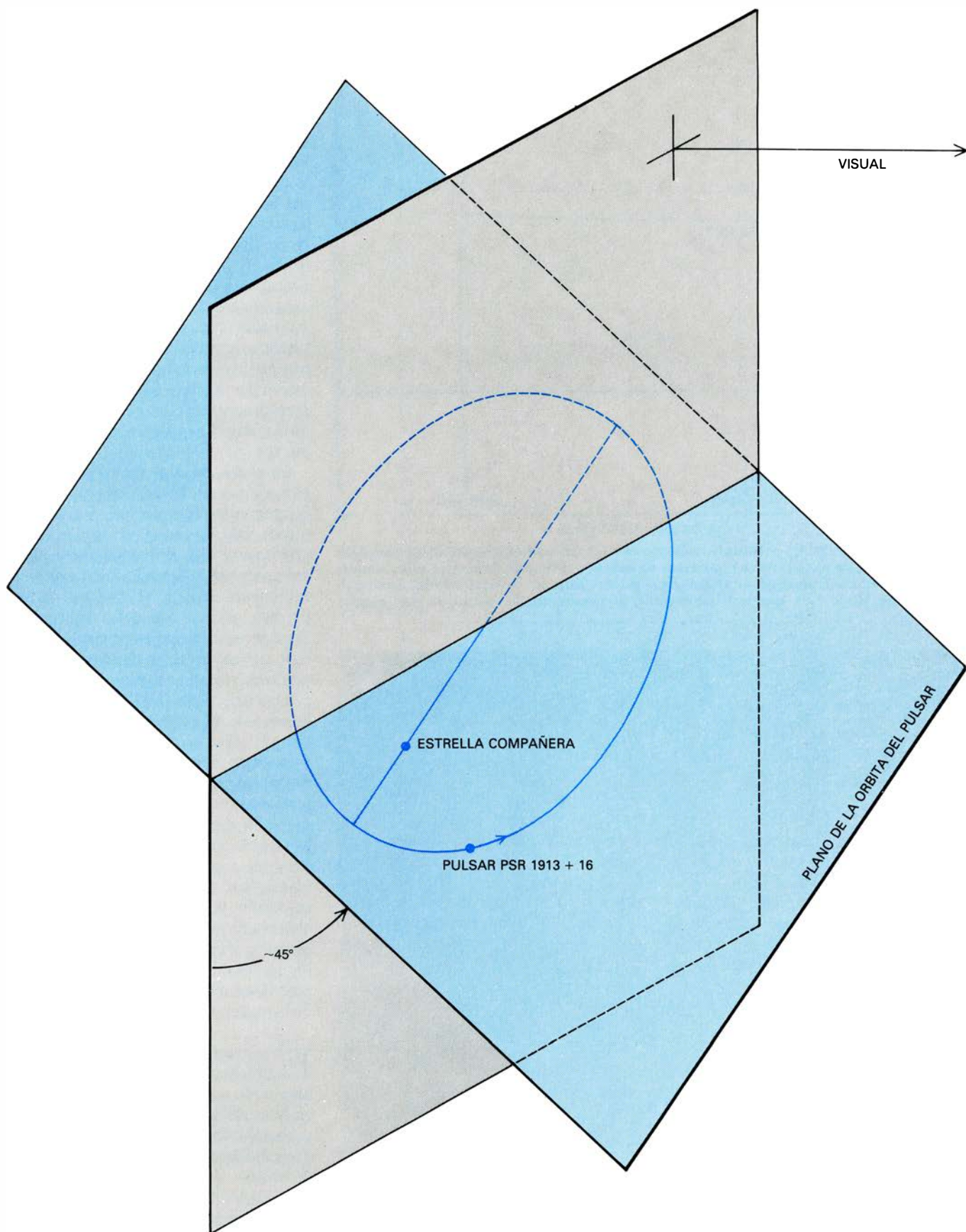
El pulsar binario constituye un banco de pruebas único, que permite contrastar leyes físicas fundamentales. Tanto el pulsar como su compañera silenciosa tienen una masa mayor que el Sol. Se mueven a velocidades que alcanzan hasta los 400 kilómetros por segundo en órbitas muy cerradas, con una separación mínima próxima al radio solar. Estas condiciones convierten al sistema binario pulsar en un laboratorio ideal para el estudio de los campos gravitatorios intensos. En particular, las fuertes aceleraciones experimentadas por el pulsar y su estrella compañera, inducidas gravitatoriamente, deben dar lugar a radiación gravitatoria. Hasta el descubrimiento del pulsar binario, el mejor laboratorio gravitatorio disponible era el sistema solar, donde sólo hay un cuerpo de masa estelar (el Sol) y donde el segundo objeto grande (Mercurio) está a una distancia de más de 65 radios solares y se mueve a una velocidad orbital de menos de 60 kilómetros por segundo. Aunque existan otros sistemas de estrellas binarias que se desenvuelven en órbitas muy cerradas, la presencia de un pulsar en este sistema particular es lo que posibilita someter a prueba, de una manera convincente, los fenómenos gravitatorios.

Un pulsar reúne condiciones únicas a este propósito: la frecuencia de repetición de los destellos (idéntica al número de rotaciones que la estrella efectúa

cada segundo) está fijada con tal precisión que los destellos del pulsar vienen a ser como los "tics" de un reloj dotado de exacta precisión. Entre un destello y otro media un intervalo estable, porque el pulsar actúa como un volante de gran masa en rotación libre, que tiende a girar sin rozamiento durante un tiempo indefinido. El pulsar binario es, por tanto, un preciso reloj en rotación en el seno del intenso campo gravitatorio de otro cuerpo de gran masa. Midiendo cuidadosamente los instantes en los cuales sus destellos llegan a la Tierra, se puede usar el reloj del pulsar para delinear su órbita e investigar sutiles efectos gravitatorios con una exactitud impensable en otro sistema conocido.

Nuestras medidas de los impulsos o destellos de PSR 1913 + 16, realizadas a lo largo de los seis últimos años, muestran que el sistema pierde energía orbital a un ritmo próximo al que correspondería a la radiación gravitatoria de acuerdo con la teoría general de la relatividad. Nuestras observaciones suministran así la primera indicación clara de la existencia de ondas gravitatorias, constituyendo al mismo tiempo una nueva confirmación de la validez de la relatividad general.

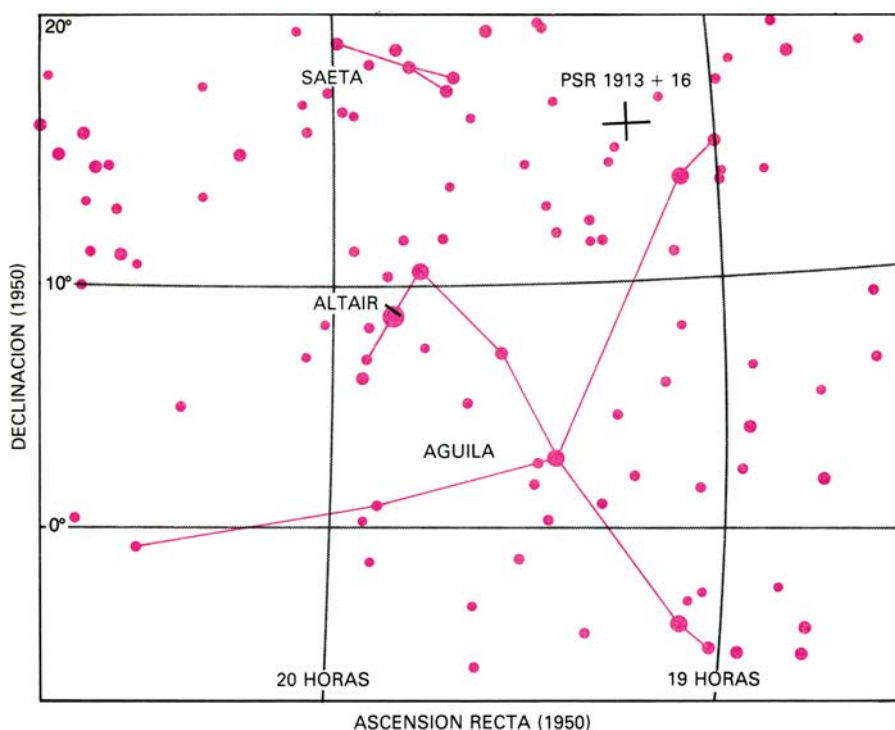
Las leyes de gravitación y del movimiento, descubiertas por Isaac Newton hace más de 300 años, han proporcionado una descripción notablemente exacta de los movimientos de la mayoría de los objetos en órbita entorno a otros. Se sabía desde hace años que la formulación de Newton empezaba a fallar en la proximidad de cuerpos de gran masa. A modo de botón de muestra, digamos que existen ligeras irregularidades en el movimiento orbital de Mercurio que no se pueden explicar fácilmente dentro del marco newtoniano.



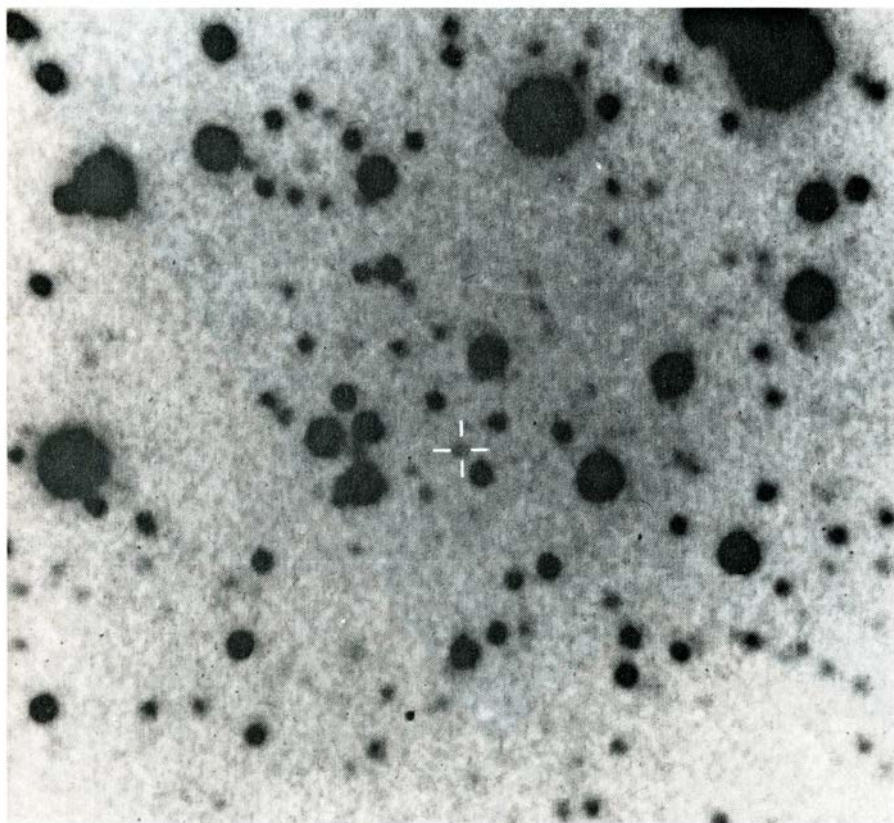
LA ÓRBITA DEL PULSAR PSR 1913 + 16 yace en un plano inclinado aproximadamente 45 grados respecto a la visual. Como los otros pulsares descubiertos desde 1967 (más de 300), se cree que PSR 1913 + 16 es una estrella de neutrones de 20 a 30 kilómetros de diámetro, que emite un haz de ondas de radio que barre la Tierra a intervalos espaciados en forma precisa y sincronizados con la velocidad de rotación de la estrella. Para PSR 1913 + 16, la velocidad de rotación es de 16,94 revoluciones por segundo. A diferencia de la gran mayoría de los otros pulsares, PSR 1913 + 16 describe una órbita alrededor de una estrella compañera, cuya presencia se dedujo a partir del

corrimiento Doppler en el tiempo de llegada de los destellos del pulsar. Estos arriban con una frecuencia ligeramente mayor cuando el pulsar se está moviendo hacia la Tierra y ligeramente menor cuando se está alejando de ella. A través de mediciones del corrimiento Doppler, combinadas con un análisis de ciertos efectos gravitatorios muy sutiles, predichos por la teoría general de la relatividad, se obtuvo una descripción completa de la órbita del pulsar alrededor del centro de masa del sistema binario. La teoría permitió calcular que el pulsar y su compañera tenían ambos una masa igual a 1,4 veces la del Sol y que la separación de las dos estrellas variaba entre 1,1 y 4,8 radios solares.





**PULSAR BINARIO PSR 1913 + 16**, sito en la constelación del Águila a las coordenadas indicadas por su designación: ascensión recta 19 horas 13 minutos y declinación + 16 grados. Su posición queda señalada por la cruz (arriba, a la derecha). Se estima que el pulsar binario se encuentra a 15.000 años-luz de distancia, muy lejano para observarlo ópticamente, ni siquiera con los telescopios más potentes.



**POSIBLE COMPAÑERA SILENCIOSA DE PSR 1913 + 16**, indicada con una cruz en esta composición realizada con ordenador de los fotones de luz visible recogidos por una videocámara montada en el telescopio de cuatro metros del Observatorio Nacional de Kitt Peak. La observación fue realizada por J. A. Tyson, de los Laboratorios Bell. Se ha sugerido que el objeto en cuestión responde a una estrella de núcleo de helio, esto es, una estrella cercana al final de su vida que ha lanzado al espacio sus capas exteriores dejando tras ellas un denso núcleo constituido principalmente por helio. Pero si la estrella compañera es realmente otra estrella de neutrones, como los autores sospechan, su radiación visible no podría detectarse con los telescopios ópticos existentes. En ese caso, el objeto mostrado sería, probablemente, una débil estrella que se encuentra por casualidad casi en la misma posición del pulsar binario.

Como las de todos los demás planetas, la órbita de Mercurio es una elipse. El punto de la elipse por donde el planeta pasa a la mínima distancia del Sol se llama perihelio. Con el transcurso del tiempo, el perihelio avanza, o gira lentamente, en la misma dirección que la de movimiento del planeta alrededor del Sol. Mirando la órbita de Mercurio desde arriba, es decir, desde el polo Norte del planeta, el avance del perihelio tiene lugar en sentido antihorario. Existe una pequeña discrepancia, que equivale solamente a 43 segundos de arco por siglo, entre el avance del perihelio predicho por la teoría de Newton y el realmente observado. Esta pequeña anomalía se había medido con gran precisión ya en el siglo XIX, antes de que existiera teoría alguna que la explicara.

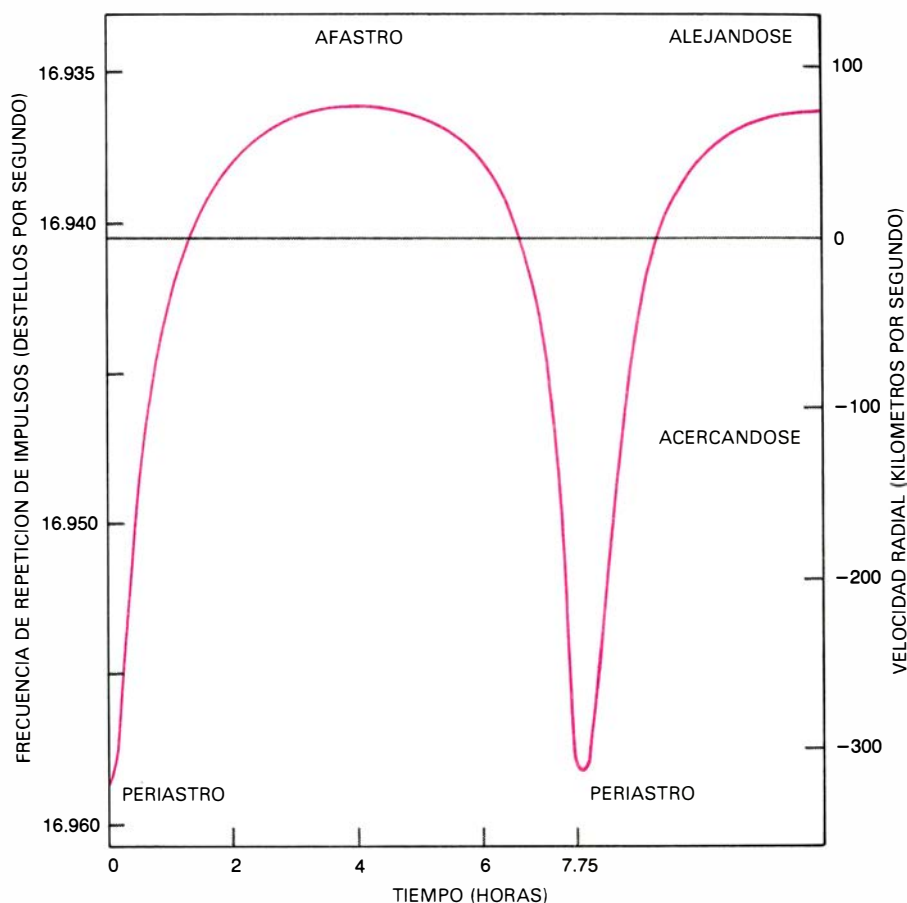
La causa suele atribuirse hoy al hecho siguiente: Mercurio está lo suficientemente cerca del Sol para que allí pierda valor la teoría newtoniana de la gravitación. La discrepancia se toma como un claro argumento en pro de la teoría general de la relatividad, ya que predice un avance del perihelio de exactamente la magnitud correcta. Pero el debate no se ha dado por zanjado y se han buscado otras razones que dieran cuenta de esa discrepancia. Así, algunos físicos (y en forma particular Robert H. Dicke, de la Universidad de Princeton) han sugerido que si el Sol fuera ligeramente aplastado, y no perfectamente esférico, se podría explicar parte, al menos, del efecto. El descubrimiento del pulsar binario intrigó sobre todo a quienes cultivaban las leyes físicas fundamentales; en efecto: el ligero fallo de la gravitación newtoniana observado en el caso de Mercurio debe abultarse enormemente en un sistema binario donde los cuerpos en órbita son ambos de masa algo mayor que la del Sol y están muy próximos.

**E**n la teoría general de la relatividad de Einstein, los conceptos newtonianos de espacio y tiempo absolutos, ambos definibles, son reemplazados por una única magnitud absoluta: el espacio-tiempo. Las fuerzas gravitatorias provienen de distorsiones locales del espacio-tiempo causadas por cuerpos de gran masa. Las trayectorias de los cuerpos en órbita se reducen simplemente a los caminos más cortos que se pueden seguir en un espacio-tiempo alabeado. El propio Einstein demostró que el avance del perihelio de Mercurio es una consecuencia natural de la curvatura del espacio-tiempo en la vecindad del Sol. Una predicción de la teoría

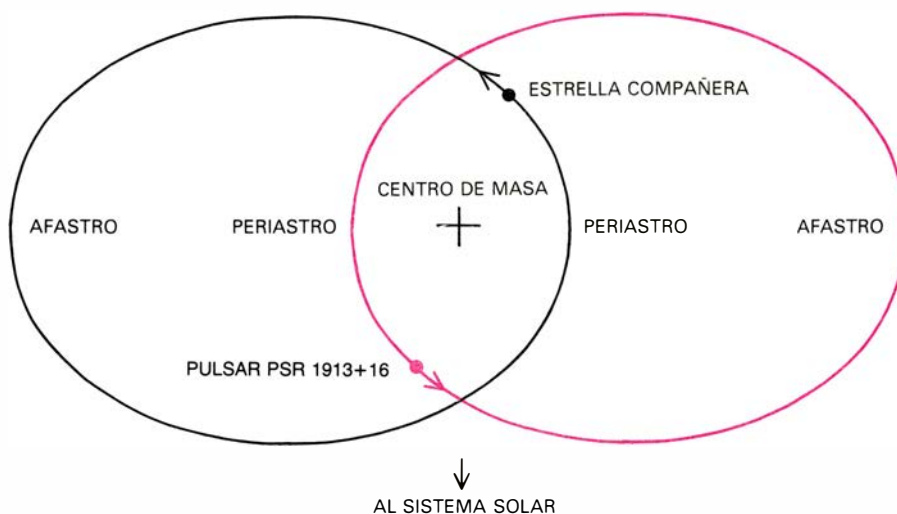
de Einstein relacionada con ello, y confirmada recientemente, establecía que las señales de radio que viajan entre la Tierra y un vehículo espacial situado al otro lado del Sol deben sufrir un ligero retraso al pasar por la proximidad del Sol. Se podría esperar un retraso comparable, de nuevo muy agrandado, si los dos miembros del sistema pulsar binario se orientaran de suerte que las radioondas del pulsar pasaran rasando al compañero silencioso, en su camino hacia la Tierra. Queda claro, pues, que las ecuaciones de la relatividad general son indispensables para un análisis pormenorizado de la órbita del pulsar binario. Como veremos, tal análisis hace posible obtener mucha más información acerca del tamaño y orientación de la órbita y de las masas del pulsar y su compañera de la que era factible extraer mediante la teoría newtoniana.

Pero lo más notable de todo era la oportunidad que nos ofrecía el sistema pulsar binario de poner a prueba una predicción de la relatividad general que no se había podido comprobar en ninguna otra parte del universo: la predicción de que las masas aceleradas (en este caso el pulsar en órbita y su compañera) deben emitir ondas gravitatorias. Tales ondas, arrugas en la curvatura del espacio-tiempo que viajan a la velocidad de la luz, han de emitirlas masas aceleradas, de manera muy parecida a como las ondas electromagnéticas son emitidas por partículas cargadas eléctricamente y sometidas a una aceleración. Las técnicas de laboratorio más sensibles de entre las disponibles no son, ni con mucho, lo bastante para poner de manifiesto directamente la existencia de ondas gravitatorias procedentes del pulsar binario. Ahora bien, de acuerdo con la relatividad general, las ondas gravitatorias deben extraer cierta cantidad de energía del sistema binario. Tal energía debe aparecer como una disminución de la energía orbital del sistema, lo que origina una ligera reducción del tamaño de la órbita con la consiguiente disminución del tiempo necesario para que el pulsar describa una revolución en torno a su compañera. Este último cambio es el que ahora se ha medido, y con considerable precisión.

¿En qué consiste el sistema binario pulsar? Vamos a detenernos en su descripción, comenzando con el descubrimiento del pulsar y siguiendo hasta las medidas más recientes que han hecho posible especificar completamente la geometría orbital y las masas de los dos componentes binarios, así como verificar la teoría general de la

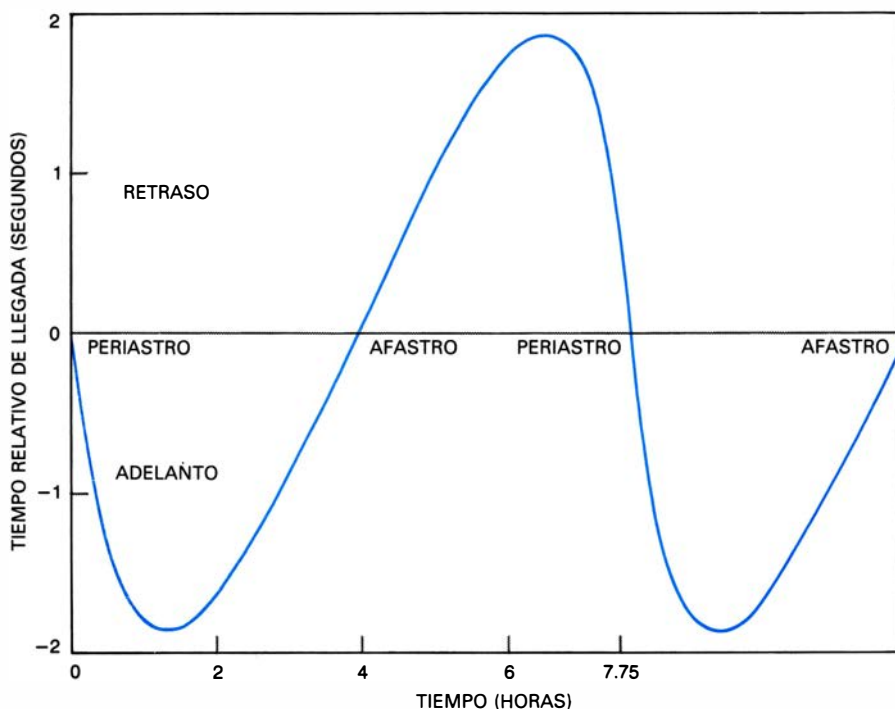


VELOCIDAD RADIAL DE PSR 1913 + 16, calculada a partir de las variaciones en la frecuencia de repetición de los destellos durante todo el período orbital de 7,75 horas mediante el análisis habitual de corrimiento Doppler. La frecuencia es mínima cuando el pulsar se está alejando de la Tierra y está próximo al afastro, punto donde los dos cuerpos en mutua órbita se encuentran a la máxima distancia. La máxima frecuencia de repetición se produce en el periastro, punto de máxima vecindad de los dos cuerpos. La velocidad radial es la componente de la velocidad del pulsar a lo largo de la visual. Los valores negativos indican movimiento hacia la Tierra. La existencia de valores negativos mayores (en valor absoluto) que los positivos demuestra una órbita fuertemente excéntrica, aumentando la velocidad del pulsar al ir de afastro a periastro. (Se han venido midiendo los destellos a lo largo de los últimos 6 años.)

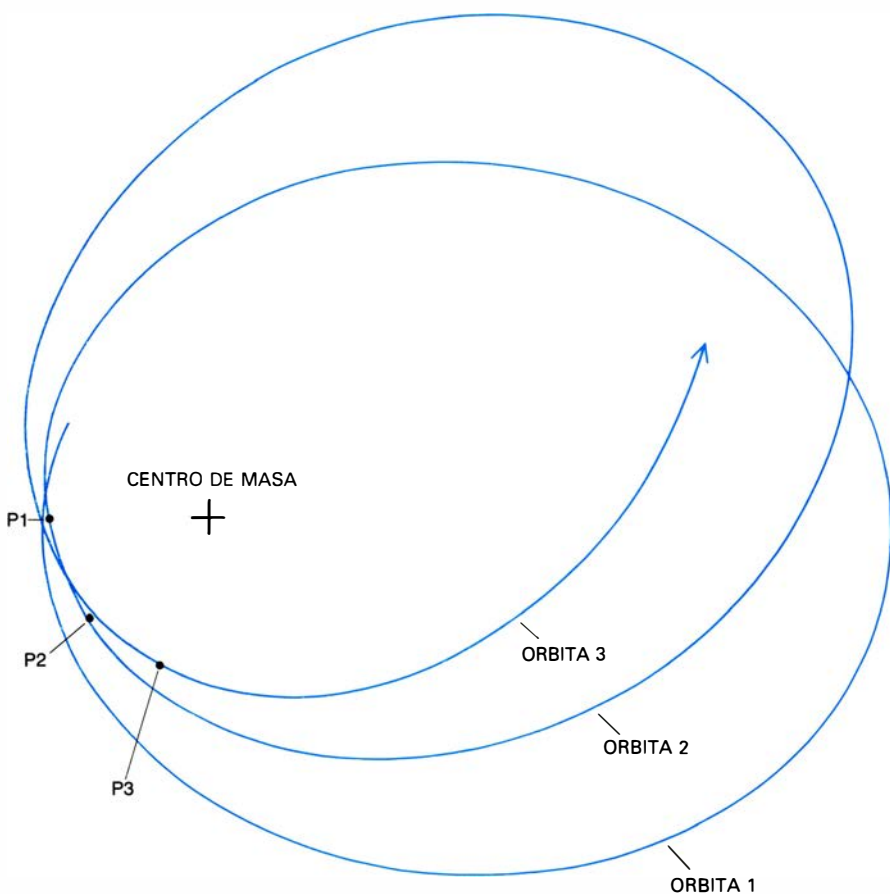


FORMA DE LA ÓRBITA DEL PULSAR, dibujada en color; se determinó a partir de la curva de velocidad radial. En esta órbita fuertemente excéntrica, el pulsar se encuentra en el afastro a una distancia de su compañera cuatro veces mayor que en el periastro. Cuando se descubrió el pulsar, hace siete años, el eje mayor de su órbita era casi perpendicular a la visual, tal como aparece aquí. Del análisis Doppler corriente no se pueden deducir varios parámetros de interés: la inclinación del plano orbital respecto a la visual, el tamaño absoluto de las órbitas del pulsar y de su compañera y las masas de ambos cuerpos. Para conocer esos parámetros hubo que esperar a un análisis basado en la teoría general de la relatividad. El análisis reveló que la órbita de la compañera (*elipse en negro*) era, con un pequeño error relativo, del mismo tamaño que la del pulsar. El eje mayor de la órbita del pulsar resultó valer 4,5 radios solares.





EN LA CURVA DE RETRASOS se recoge las variaciones en los instantes de llegada de los radioimpulsos procedentes del pulsar PSR 1913 + 16 al describir una órbita en torno a su compañera. Cuando el pulsar está en la porción de órbita más próxima al sistema solar, los impulsos llegan con más de tres segundos de adelanto respecto a los emitidos cuando el pulsar se halla en la porción de órbita más alejada.



AVANCE DEL PERIASTRO en la órbita de PSR 1913 + 16. Dicho avance ha suministrado una de las primeras observaciones claras de un efecto de la relatividad general que afecta a cuerpos exteriores al sistema solar. El periastro avanza, o gira, a medida que lo hace la propia órbita elíptica de PSR 1913 + 16 en un plano a causa de la curvatura del espacio-tiempo en la vecindad de la compañera del pulsar, de gran masa. En este diagrama, el efecto se ha exagerado fuertemente. La teoría general de la relatividad predice un avance del periastro de unos cuatro grados por año en la órbita de PSR 1913 + 16, dependiendo el valor exacto de la masa total del pulsar y su compañera. Las medidas de los autores muestran que el periastro avanza a razón de 4,2 grados por año, en buen acuerdo con lo que dicta la predicción teórica.

relatividad y otras teorías gravitatorias.

En 1974, Russell A. Hulse (entonces estudiante de segundo ciclo en la Universidad de Massachusetts en Amherst) y uno de nosotros (Taylor) iniciaron una búsqueda de nuevos pulsares con el radiotelescopio de 303 metros de Arecibo, en Puerto Rico. Se exploraron grandes zonas del cielo a la "caza" de señales espaciadas regularmente. Como hay muchas fuentes terrestres de ruido en radio (relámpagos, emisores de radar y sistemas de ignición de automóviles) que pueden dar lugar a señales periódicas espurias, se idearon diversos procedimientos para identificar los pulsares reales. El método final de verificación consistía en hacer observaciones subsiguientes de un candidato a pulsar algunos días después del descubrimiento inicial y provisional. Si de nuevo volvía a detectarse una señal pulsante con la misma frecuencia de repetición, se aceptaba el pulsar como real.

La investigación de Arecibo reveló 40 nuevos pulsares. El más notable, sin duda, era PSR 1913 + 16, cuya frecuencia de repetición de impulsos, curiosamente, no se mantenía constante de un día a otro. Después de algún trabajo detectivesco, Hulse determinó que la variación era cíclica; repitiéndose a sí misma después de 7,75 horas. Una explicación natural era que el pulsar se estaba moviendo alrededor de otro cuerpo en una órbita con un período de 7,75 horas. Cuando el pulsar se movía en su órbita hacia la Tierra, los impulsos tendían a apretarse entre sí y la frecuencia de repetición superaba ligeramente el promedio de 16,94 impulsos por segundo; de manera análoga, cuando el pulsar se alejaba de la Tierra, la frecuencia de repetición era más baja que el promedio.

Este comportamiento es simplemente una descripción del bien conocido efecto Doppler, en virtud del cual la frecuencia observada de cualquier reloj (incluyendo las ondas corrientes sonoras o luminosas) aumenta si la fuente y el observador se aproximan entre sí y disminuye si se alejan. Las frecuencias de las líneas espectrales observadas en muchas estrellas binarias muestran un efecto Doppler semejante por la misma razón: movimiento orbital. Mientras que el reloj observable en una estrella normal de un par binario está formado por átomos en la atmósfera de la estrella que emiten o absorben luz de frecuencias específicas, el reloj del pulsar es su velocidad de rotación. En cualquiera de los dos casos se obtiene la misma clase de información.

Por tanto, se aplicaron al pulsar bina-



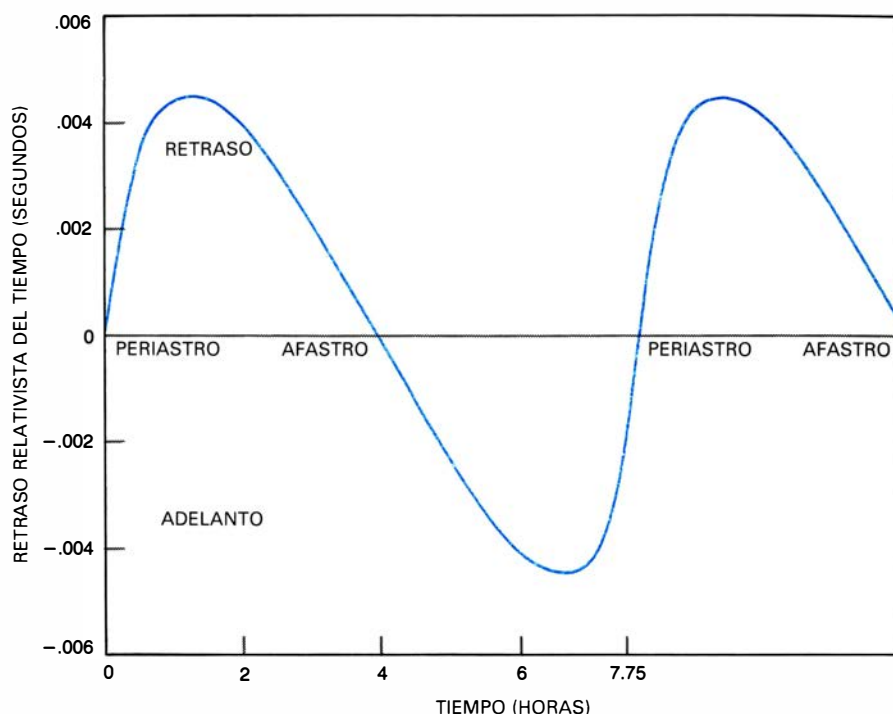
rio las técnicas corrientes de análisis de estrellas binarias. Los corrimientos Doppler se expresaron en términos de las velocidades radiales (que son simplemente las componentes de la velocidad orbital del pulsar que están dirigidas a lo largo de la visual entre el pulsar y la Tierra) y se representaron en función del tiempo. La velocidad radial cuando el pulsar se acerca a la Tierra, a la que se asigna signo negativo, alcanza un máximo de algo más de 300 kilómetros por segundo. La máxima velocidad radial cuando el pulsar se está alejando de la Tierra es de sólo 75 kilómetros por segundo. Si la órbita fuera una circunferencia perfecta, los dos valores extremos coincidirían. Como no lo hacen, se puede concluir sin más que la órbita es fuertemente elíptica y que el pulsar se está acercando a su compañera y ganando velocidad en una porción de la elipse y alejándose de su compañera y perdiendo velocidad en la porción opuesta.

De la curva de velocidad radial se puede deducir información precisa, tal como la excentricidad de la elipse orbital y su orientación en su plano. Los cálculos muestran que en el afastro, o punto de máxima separación, los dos cuerpos están cuatro veces más alejados entre sí que en el periastro, o punto de máxima proximidad. En el momento de las observaciones iniciales el periastro se produjo cerca del instante de máxima velocidad radial, cuando el pulsar se estaba moviendo directamente hacia la Tierra.

El método habitual de análisis de velocidades radiales no puede proporcionar varias magnitudes interesantes; verbigracia: el tamaño absoluto de la órbita, la inclinación del plano orbital respecto a la visual y las masas del pulsar y su compañera. Esta información requiere observaciones más precisas y un análisis de los datos postnewtoniano y más complicado.

Como primer paso, se registraron cuidadosamente los tiempos absolutos de llegada de los destellos del pulsar a la Tierra; al principio sólo se había medido la frecuencia de repetición de los destellos. Con esta información se podía obtener la "fase" del tren coherente de impulsos, además de determinar, como antes, el intervalo entre ellos. La órbita del pulsar se podía ahora cartografiar con más precisión de lo que era posible con los datos de los corrimientos Doppler solamente.

Al construir la curva de variación del tiempo de llegada de los impulsos, se descubre que llegan unos tres segundos



**VARIACION RELATIVISTA DEL RELOJ** observada en los tiempos de llegada de los impulsos procedentes de PSR 1913 + 16. Según la teoría general, los relojes en movimiento y los relojes en el seno de un campo gravitatorio deberían sufrir un retraso aparente cuando se observan desde una posición distante y fija. La variación de la velocidad orbital del pulsar, que llega a multiplicarse por cuatro, junto con la órbita fuertemente elíptica, que conduce al pulsar a través de un campo gravitatorio con fuerte gradiente, proporciona un ejemplo único de comportamiento relativista del reloj. De acuerdo con la teoría general, el reloj del pulsar se retrasa cuando viaja a la máxima velocidad en la porción más intensa del campo gravitatorio de su compañera. El retraso máximo (comparado con un reloj hipotético que se moviera a velocidad constante y a distancia constante de la compañera) es algo superior a 0,004 segundos. El reloj del pulsar adelanta, en igual cuantía, al moverse más lentamente en la porción más débil del campo.

antes cuando el pulsar está en el lado más próximo de su órbita que cuando se halla en el lado más alejado. Como las radioondas viajan a la velocidad de la luz (300.000 kilómetros por segundo), el retraso muestra que el diámetro de la órbita es de alrededor de un millón de kilómetros. Con el telescopio de Arecibo se pueden medir los tiempos de llegada de los impulsos con una precisión de unas 20 millonésimas de segundo, lo que sitúa el pulsar en su órbita con un error relativo de una parte en 150.000.

Consideremos ahora los efectos relativísticos observables en la emisión del pulsar binario, más sutiles. La primera discrepancia mensurable respecto a la gravitación newtoniana fue un avance del periastro del pulsar, es decir, una rotación en el plano orbital del punto del pulsar más próxima a su compañera, análoga al avance del perihelio de la órbita de Mercurio. Según la relatividad general, la rotación debería ser de unos cuatro grados por año, un avance equivalente en un día al avance del perihelio de Mercurio en un siglo. Existía alguna incertidumbre porque la magnitud del efecto dependía de las masas del pulsar y su compañera, que sólo se

conocían de un modo aproximado en la época del cálculo preliminar. Nuestro primer valor medido del avance del periastro fue de 4,2 grados por año. El éxito de este primer intento de utilizar el pulsar como laboratorio gravitatorio nos animó a emprender también otras comprobaciones.

Las siguientes discrepancias que se esperaba encontrar respecto a la teoría newtoniana tienen que ver con la relatividad del tiempo. La medida de intervalos de tiempo, realizada por un observador cuando el reloj está en movimiento, depende de factores tales como la velocidad del reloj respecto al observador y las posiciones relativas del reloj y el observador dentro de un campo gravitatorio. El movimiento orbital del pulsar binario da lugar a dos fenómenos de éstos: la dilatación del tiempo y el corrimiento gravitatorio hacia el rojo. Ambos se combinan para producir un efecto observable en el sistema pulsar binario conocido como variación relativista del reloj.

La dilatación del tiempo se expresa en el aparente retardo de su transcurso cuando se mide en un reloj que se mueve respecto al observador. Dicho de una manera gráfica: si un observador

tiene dos relojes idénticos y lanza uno en un cohete que se mueve a alta velocidad mientras que conserva el otro consigo, el reloj montado en el cohete parecerá medir el transcurso de menos tiempo que el reloj estacionario. Esta idea se expresa frecuentemente en la forma de la “paradoja de los gemelos”: un hombre lanzado en un vehículo espacial que viaja a velocidad próxima a la de la luz descubre a su regreso que su hermano gemelo, que se había quedado en la Tierra, ha envejecido más que él mismo.

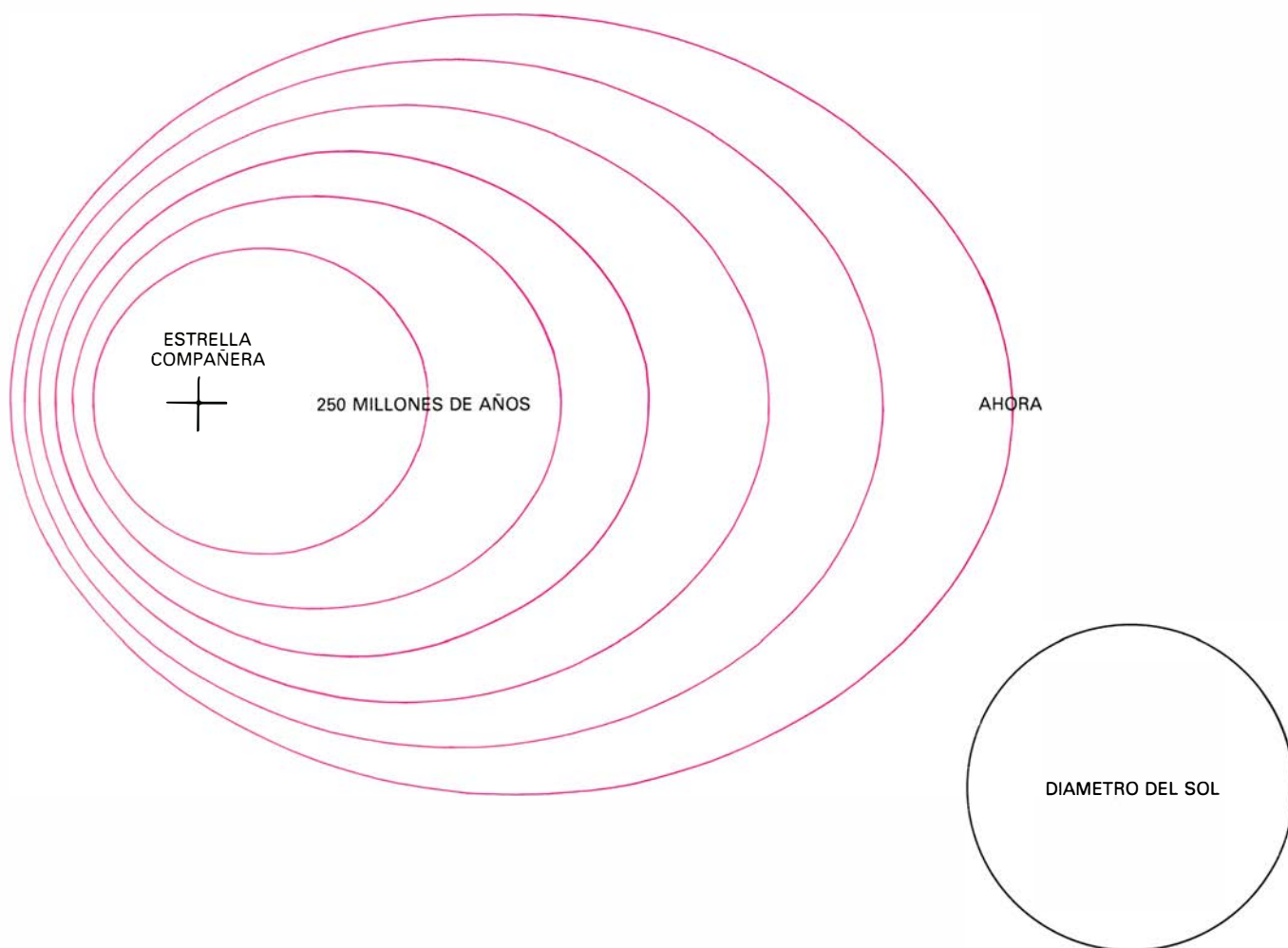
Un reloj que funcione en un campo gravitatorio de una intensidad dada también parece retrasarse cuando lo lee un observador situado en un lugar donde el campo es más débil. Este fenómeno se llama corrimiento gravitatorio hacia el rojo. La realidad de estos extraños fenómenos ha sido comprobada directamente en cierto número de investigaciones. En un experimento,

Carroll O. Alley y sus colegas, de la Universidad de Maryland en College Park, montaron relojes de haces atómicos de cesio, de suma precisión, en un avión y en el suelo. Después de vuelos de 15 horas, se halló que los relojes del avión se habían adelantado respecto a los de tierra en 47 milmillonésimas de segundo. Este resultado está en excelente concordancia con las predicciones de la teoría general de la relatividad. Según la teoría, el adelanto del reloj se explica por una combinación de ambas clases de variaciones relativistas de reloj: un adelanto de unas 53 milmillonésimas de segundo debido a que los relojes volantes se hallan en el seno de un campo gravitatorio más débil, a causa de su altura (corrimiento gravitatorio hacia el rojo), y un retraso de unas seis milmillonésimas de segundo debido a la velocidad del avión (dilatación del tiempo).

La velocidad de un pulsar binario varía en un factor de cuatro a medida que

evoluciona a lo largo de su órbita elíptica. El pulsar pasa también a través de regiones donde el campo gravitatorio de su compañera es más intenso o más débil, según cómo varíe la distancia entre ambas estrellas. Resultado de ello, la frecuencia de repetición de destellos del reloj del pulsar cambiará de un punto a otro de la órbita del pulsar, debido a variaciones tanto en la dilatación del tiempo como en el corrimiento gravitatorio hacia el rojo. Los dos efectos se combinan para adelantar o retrasar el ritmo del reloj del pulsar en una cuantía de hasta cuatro milésimas de segundo en diferentes partes de la órbita.

Como puede imaginarse, no es tarea fácil distinguir entre las diminutas variaciones relativistas del reloj del pulsar y las variaciones, mucho mayores, en el momento de llegada de los destellos, debidas simplemente a la diferencia de distancia del pulsar a la Tierra. No obstante, en el tiempo transcurrido desde el descubrimiento del pulsar, su órbita



**CONTRACCION PREVISTA** de la órbita del pulsar. El supuesto se funda en indicaciones de que parte de la energía orbital se está convirtiendo en radiación gravitatoria, como lo predice la teoría general de la relatividad. De acuerdo con ésta, la órbita de PSR 1913 + 16 debe contraerse en 3,1 milímetros por revolución orbital, o 3,5 metros por año. En consecuencia, el período orbital debería decrecer a razón de  $6,7 \times 10^{-8}$  segundos por órbita, o bien

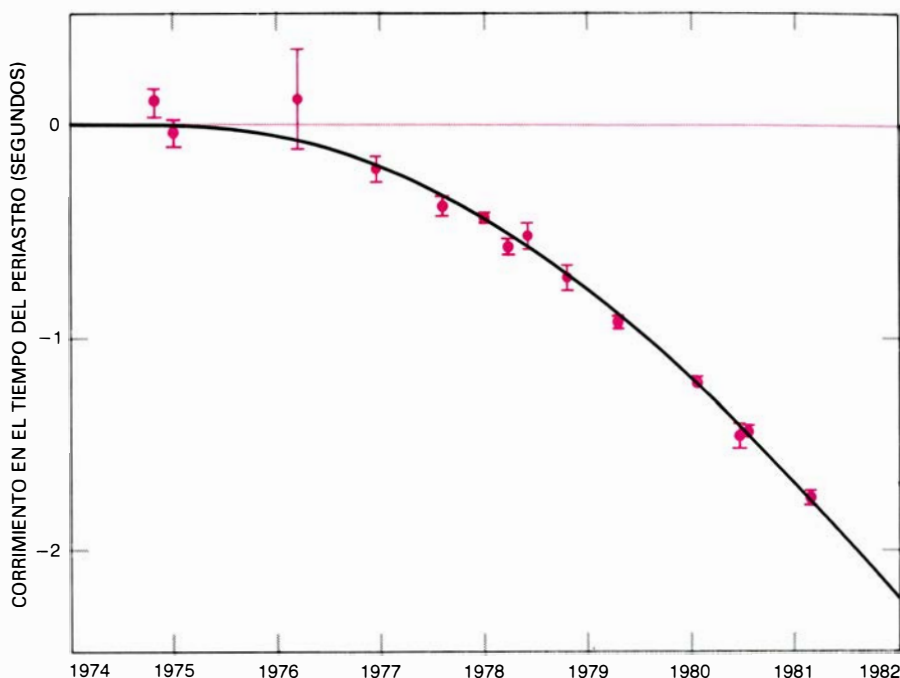
$7,6 \times 10^{-5}$  segundos por año. Esta pequeñísima variación se puede medir, ya que conduce a una desviación acumulativa en el tiempo de paso por el periastron. Aquí se ha dibujado la órbita a escala tal como aparecerá cada 50 millones de años en el futuro, hasta que las dos estrellas se suelden, de aquí a 300 millones de años. A efectos comparativos, el Sol aparece a la misma escala. Se cree que PSR 1913 + 16 posee un diámetro igual a 1/50.000 del solar.



ha girado lo suficiente en su plano (por mor del adelanto relativista del periastro) para permitirnos determinar por separado las magnitudes de ambas clases de variaciones. Tras seis años de observaciones, hemos medido la amplitud de la variación relativista del reloj con un error de alrededor del 10 por ciento. Como la elipse orbital continúa variando su orientación, esperamos reducir en una proporción significativa la incertidumbre de esa medida.

La magnitud del avance del periastro y de los efectos relativistas del reloj dependen ambos del tamaño y forma de la órbita del pulsar y de las masas de una y otra estrella. Por tanto, midiendo esos dos efectos relativistas, hemos obtenido información que resulta útil a la hora de medir la órbita del pulsar y determinar la masa total del sistema. De hecho, la medida de los dos efectos, junto con la determinación no relativista de los parámetros orbitales, proporcionan información suficiente para especificar todos los parámetros orbitales de interés, así como las masas del pulsar y su compañera. Estos cálculos parecen ser los primeros en los que la teoría general de la relatividad se ha aprovechado como herramienta para medidas astrofísicas y no simplemente como una teoría física que se sometía a prueba. Encontramos que el plano orbital está inclinado unos 45 grados respecto a la visual, que la distancia que separa las dos estrellas, conforme se mueven una en torno a la otra, varía desde 1,1 hasta 4,8 veces el radio del Sol y que ambos cuerpos tienen una masa de 1,4 veces la solar, aproximadamente.

El pulsar binario es el primer radiopulsar cuya masa se ha determinado. Las únicas estrellas ordinarias cuyas masas se han medido son también miembros de sistemas de estrellas múltiples en los que se puede combinar el conocimiento de las leyes gravitatorias con medidas orbitales para dar valores de las masas. Por supuesto, la diferencia crucial entre las medidas de masa en el sistema del pulsar binario y en los de sistemas de estrellas binarias arquetípicos estriba en que, en el primer caso, se tuvo que recurrir a la relatividad general para obtener información orbital referente al pulsar binario, mientras que las leyes newtonianas clásicas bastan para las estrellas binarias ordinarias. Por ejemplo, las medidas de los corrimientos Doppler de las líneas espectrales de dos estrellas ordinarias en órbita cada una alrededor de la otra (si ambas son visibles) y las observaciones de los



**EMISIÓN DE RADIACIÓN GRAVITATORIA POR PSR 1913 + 16.** Conduce a una desviación creciente del tiempo del paso por el periastro, comparado con un sistema hipotético cuyo período orbital permaneciera constante. La curva continua corresponde a la desviación predicha por la teoría general de la relatividad. Los puntos corresponden a la desviación. El pulsar alcanza ahora el periastro con más de un segundo de adelanto respecto a lo que lo haría si su período hubiera permanecido constante desde 1974. Los datos proporcionan el argumento más sólido en favor de la existencia de radiación gravitatoria.

eclipses (para un sistema cuyo plano orbital está casi “de canto” cuando se observa desde la Tierra) suministran información suficiente para especificar completamente los parámetros orbitales y las masas de las estrellas.

La naturaleza de la compañera silenciosa del pulsar binario es especulativa; el objeto no se ha divisado directamente. Sin embargo, nuestras determinaciones de su masa y parámetros orbitales, junto con la teoría de la evolución estelar, hacen posible aventurar algunas conjeturas acerca de su naturaleza. La restricción más fuerte que se impone a la naturaleza de la compañera es que debe ser suficientemente pequeña para caber en la órbita del pulsar. Tal condición es satisfecha por cuatro tipos conocidos de objetos estelares colapsados y muy densos.

El primero, y según la teoría de la evolución estelar, el tipo más probable de compañera, es otra estrella de neutrones. Verosímelmente, la compañera es incluso otro pulsar cuyo haz de radio no intercepta la Tierra. Retornaremos a esta posibilidad cuando describamos una posible historia del sistema binario.

Un segundo candidato es un agujero negro, estrella cuyo colapso gravitatorio no quedó estabilizado en las dimensiones de una estrella de neutrones, sino que prosiguió hasta que toda la materia quedó contraída al estado de densidad infinita. Parece, sin embargo,

que para que una estrella prosiga su colapso gravitatorio sin freno al final de su evolución, debe tener al menos dos o tres veces la masa del Sol. Como según nuestros cálculos la compañera posee solamente 1,4 veces la masa solar, resulta improbable que se trate de un agujero negro.

Como tercera posibilidad, la compañera podría ser una estrella enana blanca. Se entiende por tal el resto de una estrella agonizante, de masa no superior a 1,4 veces la del Sol, que ha colapsado hasta aproximadamente el tamaño de la Tierra. Si la masa de la estrella agonizante supera en más de 1,4 veces la solar, el colapso no se puede estabilizar en el tamaño de una enana blanca. ¿Por qué? Pues debido a que los átomos constituyentes de la estrella no pueden resistir el ser aplastados por las presiones gravitatorias hasta la configuración estable inmediatamente menor, esto es, la de una estrella de neutrones. Y considerando que nuestros cálculos de la masa de la compañera se acercan al punto de inestabilidad de 1,4 masas solares, no cabe descartar en redondo una enana blanca, aunque las actuales teorías de evolución estelar indican que es improbable que se forme un sistema con una estrella de neutrones y una enana blanca en una configuración estelar tan apretada. Una enana blanca, lo mismo que una estrella de

neutrones, sería demasiado débil para poder observarse con los telescopios ópticos actuales a la distancia estimada del sistema pulsar binario: 15.000 años-luz.

La cuarta posible compañera es una estrella de núcleo de helio. Esta rara clase de estrellas consta de aproximadamente una masa solar de materia comprimida hasta unas décimas de diámetro solar. Una estrella de núcleo de helio es el resto, formado principalmente por helio, de una estrella que en sus inicios poseía una masa mucho mayor. El helio, creado por la fusión termonuclear de hidrógeno durante la época de vida activa de la estrella, queda en ella cuando las capas exteriores de la estrella en fase de envejecimiento se expanden enormemente hasta perderse en el espacio o caer capturadas por el otro miembro de un sistema binario. Si la compañera del pulsar binario fuera una estrella de núcleo de helio, podría verse con telescopios ópticos y podría también dar lugar a efectos orbitales mensurables. De hecho, los astrónomos ópticos acaban de detectar una débil estrella próxima a la posición del pulsar binario que podría ser una estrella de helio compañera. Hasta ahora, la única relación que liga el objeto óptico con el sistema pulsar binario es la coincidencia, casi cabal, en posición. Coincidencia que, por supuesto, podría ser fortuita. Se continúa realizando observaciones en un esfuerzo por aclarar la naturaleza del objeto óptico, que está cerca del límite de de-

tectabilidad incluso para los más potentes telescopios.

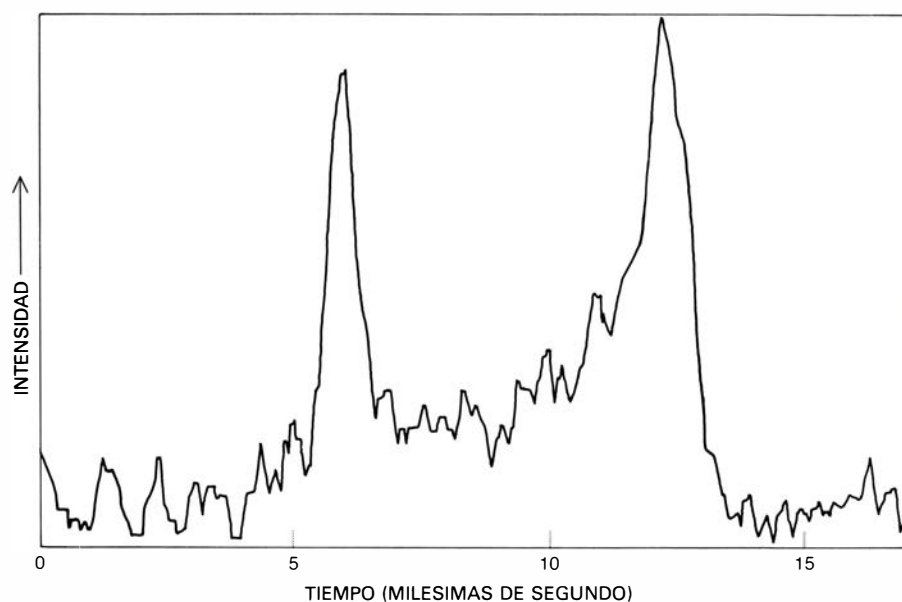
Si la compañera fuese realmente una estrella de helio, debería hallarse deformada por el intenso campo gravitatorio del pulsar. Tal distorsión, a su vez, podría dar cuenta de todo o parte del adelanto observado en el periastro del pulsar, de la misma manera que un aplastamiento del Sol podría explicar, en teoría, parte del anómalo avance del perihelio de Mercurio. Además, la pérdida de energía por rozamiento asociada con la deformación de una estrella de helio podría acortar el período orbital del pulsar, remedando con ello la pérdida de energía que atribuimos a la emisión de ondas gravitatorias. Pero no es mucho lo que se sabe sobre la estructura interna de las estrellas de helio, y las estimas de la cuantía del cambio del período orbital que la deformación de una estrella de helio podría inducir varían grandemente. Parece altamente improbable que la disipación de energía debida a una estrella de helio compañera fuese igual a la disipación calculada para la radiación gravitatoria. De ahí que desechemos el que la compañera sea una estrella de helio.

**P**odríamos suponer que el sistema bautizado ahora por PSR 1913 + 16 comenzó siendo una pareja de estrellas ordinarias, una de ellas de masa considerablemente mayor que la otra y ambas juntas con masa de unas 20 veces la del Sol. De las dos, la estrella de mayor masa agotó su provisión de combustible

nuclear, principalmente hidrógeno, mucho antes de que lo hiciera su compañera. A medida que se iba agotando el combustible, las capas exteriores de la estrella de mayor masa se expandieron grandemente y fueron capturadas por la compañera de masa más pequeña, dejando tras de sí una estrella de núcleo de helio. Consumido todo su combustible termonuclear, la estrella se colapsó hasta formar un objeto de un diámetro de unas decenas de kilómetros y sus capas exteriores rebotaron en la tremenda explosión de una supernova. (La luminosidad de tal explosión puede compararse con la de la totalidad de la galaxia durante una semana, más o menos.) Como residuo de la explosión quedó una estrella de neutrones en rotación.

La estrella compañera continuó su evolución, llegando con el tiempo a expandirse tanto, que parte de su materia empezó a ser atraída hacia la superficie de la estrella de neutrones; a lo largo de ese proceso se calentaba hasta temperaturas tan altas que emitía rayos X. En esta fase de la vida del sistema, éste podría haber sido observable como un pulsar binario de rayos X, semejante a los pulsares detectados por telescopios de rayos X montados en satélites artificiales, en órbita alrededor de la Tierra. Las capas externas de la estrella compañera prosiguieron en su expansión hasta envolver la estrella de neutrones. El rozamiento de la estrella de neutrones al moverse en el seno de la extensa atmósfera de la compañera adquirió tal magnitud que la energía orbital se disipó muy pronto y la órbita se contrajo fuertemente. Las capas externas de la estrella compañera, calentadas por el rozamiento, se perdieron en el espacio dejando tras de sí una estrella de neutrones y una estrella de núcleo de helio, que giraban una alrededor de la otra describiendo una órbita muy pequeña. Por fin, la estrella de núcleo de helio explotó como una segunda supernova, dejando como resto una segunda estrella de neutrones.

¿Ante qué nos hallamos, pues? Ahora observamos como pulsar una estrella de neutrones. La otra estrella de neutrones puede o no emitir radioondas; si lo hace, no parece que estén dirigidas hacia el sistema solar. La actual órbita, altamente excéntrica, revela que la segunda explosión casi destruyó el sistema. Se diría que la mayoría de los sistemas normales de estrellas múltiples se disgregan cuando uno de los miembros explota en forma de supernova, lo que explica la escasez de pulsares en sistemas binarios.



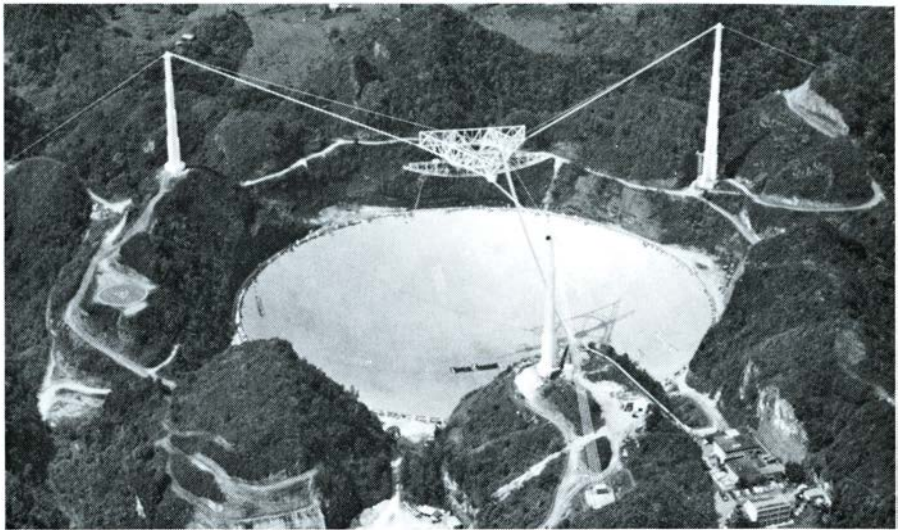
SE HAN SUMADO CINCO MIL IMPULSOS CONSECUTIVOS procedentes del pulsar cada cinco minutos, dando por resultado un perfil de impulsos como el representado en este diagrama. El tiempo absoluto de llegada de los impulsos al Observatorio Ionosférico de Arecibo, en Puerto Rico, se puede medir a partir del perfil con una exactitud de 20 millonésimas de segundo. El doble máximo sugiere que el haz del pulsar es un cono hueco; los máximos podrían ser los dos lados del cono cuando barren la Tierra.



Afrontemos, ya, en toda su extensión, la prueba observacional de que PSR 1913 + 16 está emitiendo radiación gravitatoria. O lo que es lo mismo: la predicción de que masas aceleradas emiten ondas gravitatorias, imposible de comprobar hasta la aparición de ese dato, hecha por la teoría general de la relatividad de Einstein. Aunque la radiación gravitatoria procedente del sistema pulsar binario es, con mucho, demasiado débil para que la tecnología actual alcance a detectarla, el fenómeno debiera detectarse por vía indirecta.

La radiación gravitatoria del pulsar binario halla su fuente de energía en el movimiento orbital. Por tanto, si existen ondas gravitatorias y toman energía del sistema binario, la energía orbital debe decrecer gradualmente, haciendo que el pulsar y su compañera giren cada vez más próximos entre sí y que el período orbital decrezca. La órbita de un satélite artificial se contrae de la misma manera, aunque el satélite no pierda energía orbital por causa de emisión de radiación gravitatoria, sino por choque con las moléculas de la alta atmósfera. (Hablando estrictamente, el satélite debe emitir también radiación gravitatoria, si bien lo hace en cantidades despreciables.)

Conocemos las masas y parámetros orbitales del sistema pulsar binario; podemos, pues, emplear las ecuaciones de la relatividad general para calcular la intensidad exacta de la radiación gravitatoria que cabe esperar y, con ello, la velocidad precisa de contracción de la órbita y la disminución del período orbital. Hallamos que la órbita debe contraerse 3,1 milímetros por vez y el período orbital debe disminuir en  $6,7 \times 10^{-8}$  segundos. No hay modo de detectar la contracción orbital, que alcanza 3,5 metros por año, aun cuando el pulsar y su compañera estuvieran tan cerca de la Tierra como el Sol o Mercurio, y se pudieran observar con idéntica facilidad. Sin embargo, podemos medir la disminución del período orbital porque da lugar a un corrimiento acumulativo en el tiempo del paso del periastro comparado con un sistema hipotético cuyo período orbital permaneciera constante. Al final del año, el pulsar debe llegar al periastro 0,04 segundos más pronto, y después de seis años habrá de llegar con más de un segundo de adelanto. Así, el pulsar se comporta como un reloj mal regulado, que al principio indica el tiempo correcto pero después comienza a adelantarse y continúa haciéndolo cada vez a mayor velocidad. El error acumulativo crece rápidamente



**INSTRUMENTO USADO PARA DESCUBRIR PSR 1913 + 16.** Se trata del radiotelescopio de 303 metros instalado en Arecibo. El sistema pulsar se encontró en 1974 en una exploración efectuada por Russell A. Hulse, estudiante de la Universidad de Massachusetts en Amherst, y uno de los autores (Taylor). La exploración descubrió también otros 39 pulsares, ninguno de ellos binario. De los aproximadamente 300 pulsares observados desde que se descubrió el primero en 1967, sólo tres pertenecen a sistemas binarios.

te: para el pulsar binario, la diferencia debe acumularse proporcionalmente al cuadrado del intervalo de tiempo transcurrido.

Tras seis años de medida hemos encontrado que el pulsar binario está “adelantándose” en su órbita y que la aceleración se produce, con buena aproximación, al ritmo predicho por la relatividad general. Esta observación aporta la prueba más concluyente disponible hasta ahora de la existencia de la radiación gravitatoria. Además, la velocidad de disminución del período orbital no concuerda con las predicciones de otras modernas teorías gravitatorias que se han propuesto como alternativas a la de Einstein. En nuestra opinión, esas teorías alternativas no tienen ya razón de ser.

A los 66 años de la predicción einsteiniana de ondas gravitatorias, se ha realizado un experimento que proporciona una clara prueba de su existencia. Aunque las ondas mismas permanecen esquivas e indetectables, su firma está claramente escrita en el comportamiento orbital de PSR 1913 + 16. En fase de desarrollo o en preparación hay varios experimentos de laboratorio proyectados para detectar ondas gravitatorias extraterrestres, pero ni siquiera los mejores de ellos gozan de la sensibilidad necesaria para detectar las ondas procedentes del pulsar binario. De ahí que los experimentadores traten de observar sucesos astronómicos cataclísmicos (y raros) tales como explosiones de supernova y la supuesta formación de agujeros negros.

La razón que justifica la dificultad

que comporta observar directamente ondas gravitatorias es inmediata: la interacción entre las ondas y cualquier detector resulta tan débil que queda enmascarada por muchos posibles efectos contaminantes, de los que no es el menor los inevitables movimientos térmicos de los átomos del detector. No obstante, el experimento del pulsar binario debe animar a los investigadores que están proyectando experimentos sobre ondas gravitatorias. Parece ahora seguro que lo que están buscando existe.

Hasta 1979, PSR 1913 + 16 era el único pulsar binario conocido. De entonces acá sólo se han descubierto otros dos pulsares binarios; tales sistemas representan, pues, alrededor del 1 por ciento de los 330 pulsares identificados hasta ahora. Se estima que aproximadamente la mitad de todas las estrellas ordinarias de nuestra galaxia son miembros de sistemas binarios (o de sistemas constituidos por más de dos estrellas). Ahora bien, dado que los pulsares representan, según se cree, una fase avanzada en la evolución de las estrellas ordinarias en el intervalo de masas intermedio a grande, hay que explicar por qué esa misma fracción de pulsares (alrededor de la mitad) no son también miembros de sistemas binarios o de otras estrellas múltiples. Empezaremos por relatar lo que consideramos la historia plausible del sistema PSR 1913 + 16, uno de los pocos sistemas que permanecieron binarios en la fase de pulsar. Terminada la cual, estaremos en condiciones de comentar la penuria general de pulsares binarios.







# Neuropéptidos

*Reciben ese nombre ciertas cadenas cortas de aminoácidos que se muestran activas en el sistema nervioso. No sólo transmiten señales entre células nerviosas, sino que, a veces, desempeñan también una misión hormonal*

Floyd E. Bloom

Los dos sistemas principales que coordinan la actividad celular con las necesidades del organismo actuarían, según se ha creído durante mucho tiempo, a través de mecanismos muy distintos. En el sistema nervioso, cada neurona actúa sobre su conjunto de células efectoras por mediación de las sinapsis, puntos donde una célula libera un mensajero químico (un neurotransmisor) y otra lo recibe. En muchos casos el neurotransmisor es una monoamina, una sustancia sintetizada por la célula nerviosa mediante la introducción de pequeñas modificaciones en un aminoácido. Pero hay ocasiones en que el neurotransmisor es el propio aminoácido. Siempre, empero, su liberación y recepción ocurre en milisegundos. En breve, tal sistema de comunicación tiene lugar entre dos puntos consecutivos y con gran rapidez. En el sistema endocrino, por contra, las células glandulares liberan un producto químico, una hormona, a la sangre circulante. La hormona en cuestión suele ser un péptido, es decir, una corta cadena de aminoácidos. La liberación de la hormona, su circulación por la sangre y su acción sobre las células efectoras del organismo tienen lugar en un plazo de minutos u horas.

Las diferencias entre ambos sistemas no resultan actualmente tan evidentes. Por ejemplo, la noradrenalina, una monoamina neurotransmisora, es al mismo tiempo una hormona liberada por la glándula suprarrenal. Y, a la inversa, la vasopresina, una hormona peptídica, es también un neurotransmisor de las células nerviosas del hipotálamo, parte del cerebro que utiliza vasopresina para transmitir señales a otras células cerebrales. Se conocen ya más de una docena de mensajeros químicos que actúan transmitiendo señales entre células nerviosas y, simultáneamente, entre células glandulares y sus células efectoras. Tradicionalmente estos mensajeros se descubrieron como factores, sustancias

de naturaleza química desconocida que producían ciertos efectos fisiológicos, verbigracia, la dilatación arterial o la contracción muscular. En muchos casos tales factores estaban formados por aminoácidos y, al ser activos en el sistema nervioso, recibieron la denominación de neuropéptidos.

El descubrimiento de un péptido mensajero comienza con la sospecha de que una sustancia química es responsable de la interacción entre dos grupos de células. Por ejemplo, se sabía desde hace tiempo que, si anestesiábamos un animal con éter, la corteza suprarrenal liberaba gran cantidad de hormonas esteroideas. Pero si se extirpaba previamente el lóbulo anterior de la hipófisis no se producía dicha liberación. Presumiblemente, pues, la secreción suprarrenal dependía de una sustancia liberada por el lóbulo anterior de la hipófisis. La sustancia resultó ser la hormona adrenocorticotropa, o ACTH, también denominada corticotropina. En otro experimento se interrumpe la conexión sanguínea entre el lóbulo anterior de la hipófisis y el hipotálamo; la administración de éter no provoca entonces liberación de esteroides. El hipotálamo controla, evidentemente, la liberación de corticotropina por la hipófisis. La sustancia mediadora entre hipotálamo e hipófisis recibe el nombre de factor liberador de corticotropina. No se ha identificado su estructura química.

## El descubrimiento

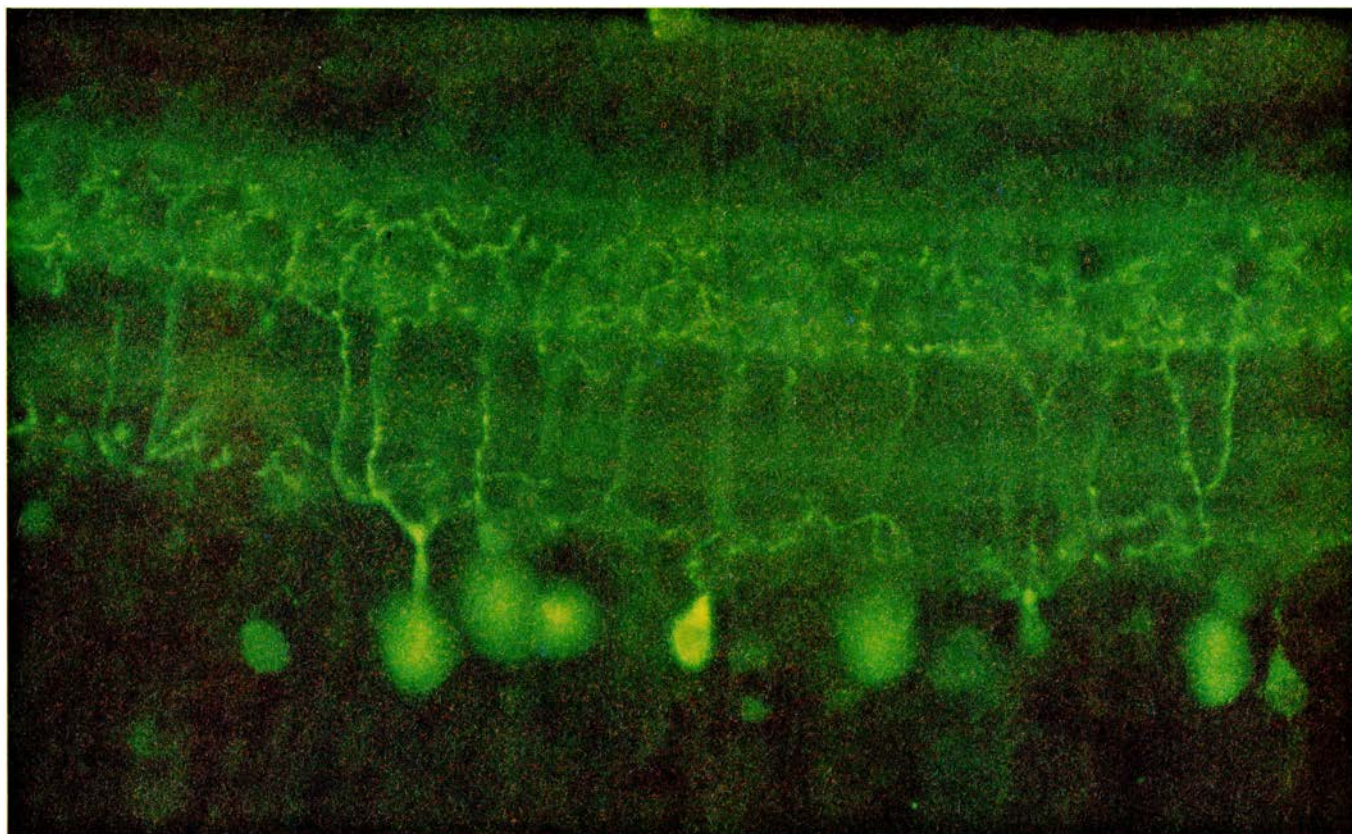
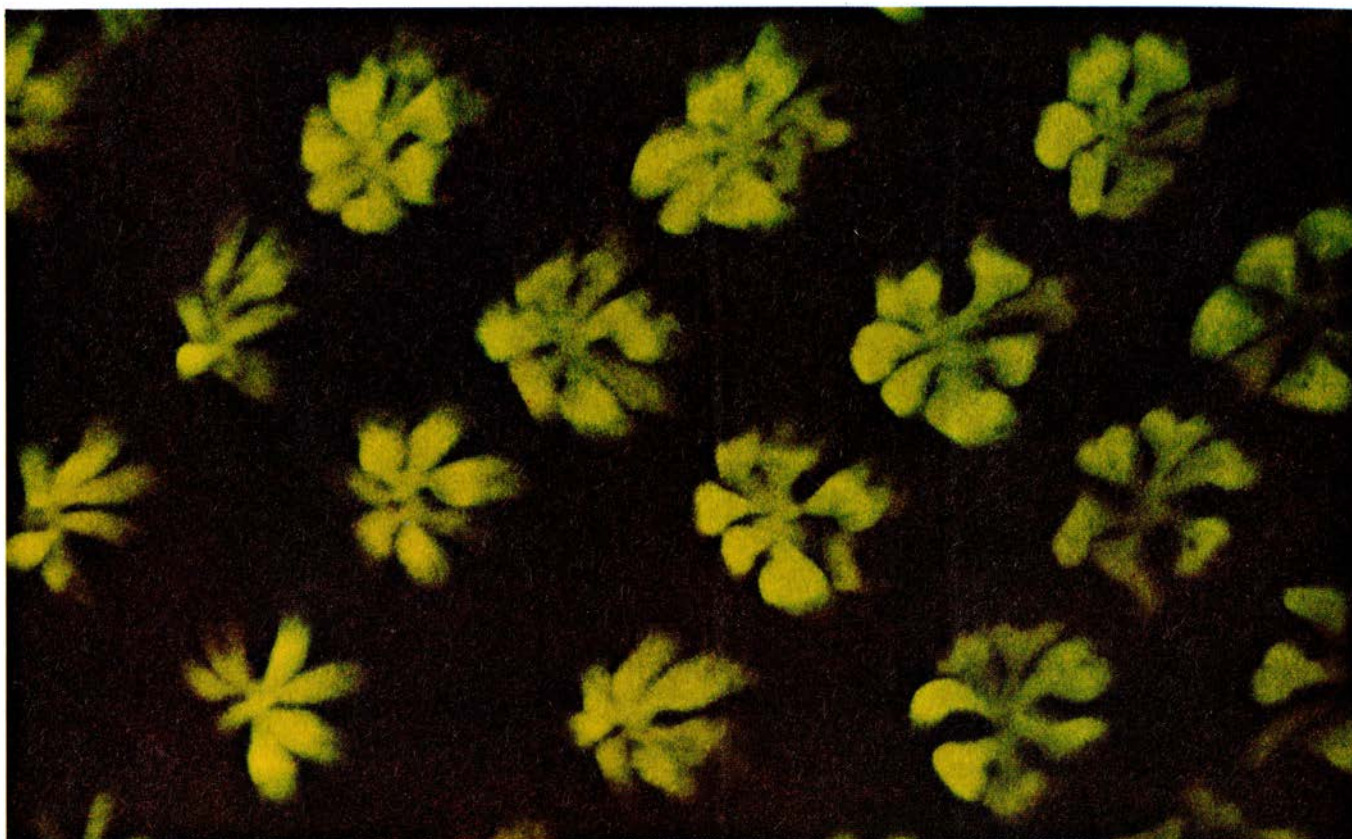
La sospecha de que dos grupos celulares interactuaban a través de mensajeros químicos estimuló una secuencia de experimentos, perfectamente establecida hoy. Tal secuencia se debió principalmente a Vincent du Vigneaud, de la Facultad de Medicina de la Universidad de Cornell, por los años en que trabajaba en la identificación de las hormonas segregadas por el lóbulo posterior de la hipófisis. Ocurría ello entre

1940 y 1959, aproximadamente. A lo largo de las dos décadas siguientes conoció un ulterior desarrollo merced a la labor de Roger Guillemin, que investigaba hoy en el Instituto Salk de Estudios Biológicos, y de Andrew V. Schally, del New Orleans Veterans Administration Hospital. El objetivo de su estudio consistía en determinar qué hormonas hipotalámicas regulaban el lóbulo anterior de la hipófisis.

En primer lugar se prepara un extracto de un grupo de células que presumiblemente liberen un factor. Ello puede hacerse, por ejemplo, homogeneizando las células. Se aplica el extracto sobre el tejido de células efectoras; se anota la potencia del extracto y se purifica luego haciéndolo pasar por geles que separan selectivamente las distintas moléculas en razón de su tamaño o carga eléctrica. El extracto purificado se aplica de nuevo al tejido. Con habilidad, y a menudo con suerte, se observa ahora una mayor potencia que en el extracto original. El factor se ha concentrado. Después de ulteriores purificaciones y ensayos de actividad, se llega a la purificación total. En muchos casos el proceso comienza con extractos obtenidos a partir de centenares o millares de fragmentos de cerebro y acaba con unos pocos nanogramos de una sustancia de naturaleza química desconocida.

Llegados a este punto, se sigue una metodología distinta que permita determinar la estructura química. Supongamos que el factor es un péptido, pues pierde su actividad biológica al tratarlo con enzimas que rompen los enlaces entre aminoácidos. En ese caso se determinará la proporción de los distintos aminoácidos. Queda entonces por dilucidar la secuencia de los mismos. La técnica clásica consiste en tratar el factor con una serie de enzimas, cada uno de los cuales rompe el péptido a nivel de enlaces entre dos aminoácidos específicos.

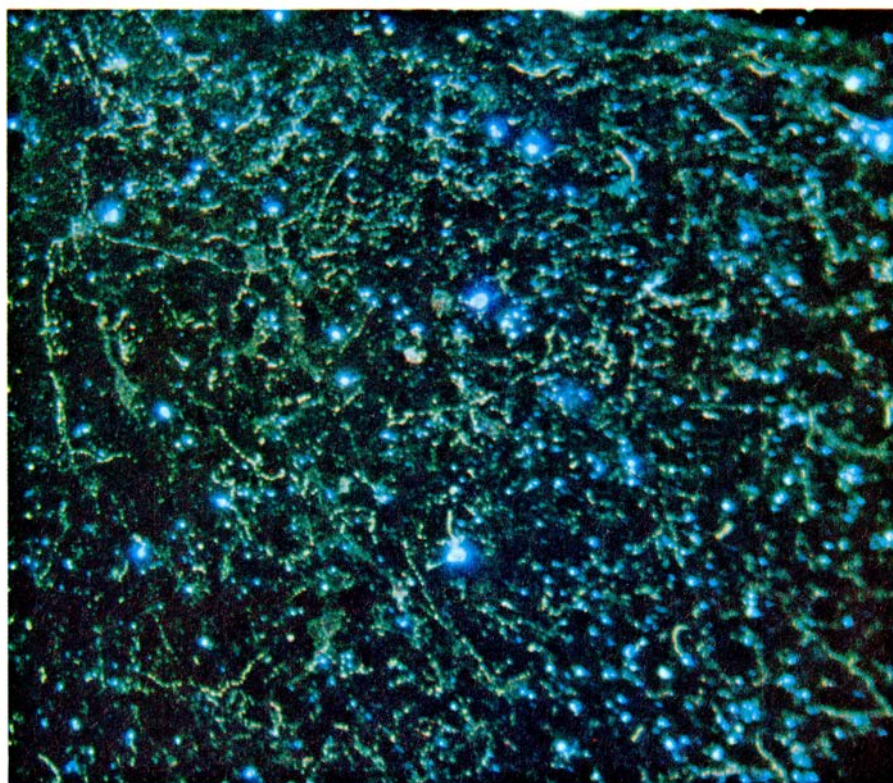
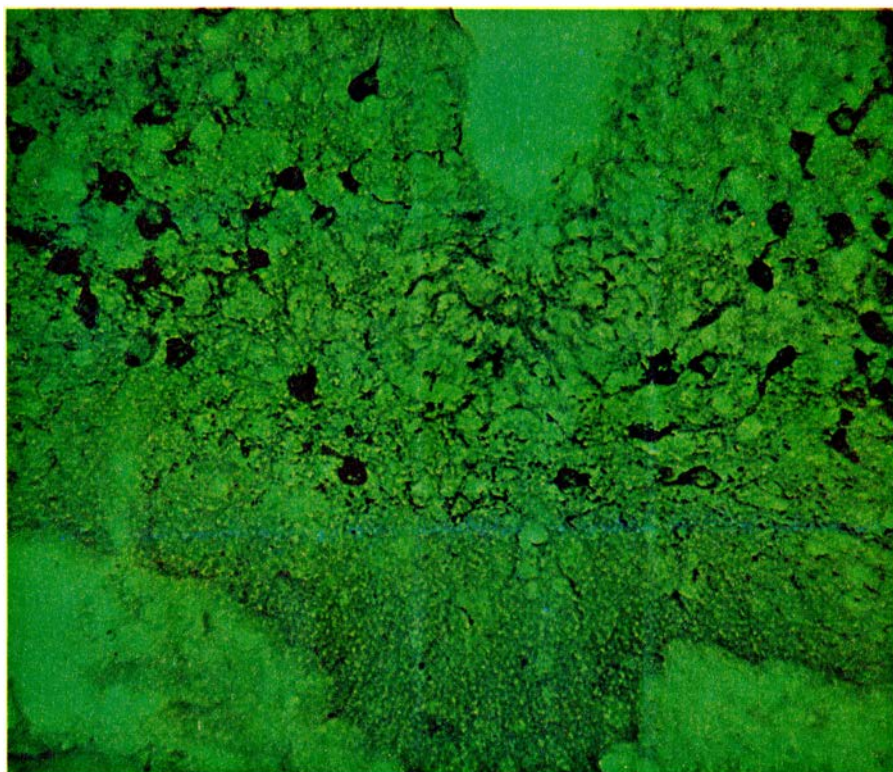




**PRESENCIA DE ENCEFALINA** en el órgano de la visión de dos especies animales, demostrada por una técnica que consiste en unir la molécula de encefalina a un anticuerpo y éste, a su vez, a otro anticuerpo al que se ha fijado una molécula fluorescente. La encefalina es un neuropéptido formado por cinco aminoácidos. La fotografía superior muestra una retinula, u órgano de la visión, de la langosta. Las imágenes fluorescentes consisten en grupos de receptores de la luz de unos 10 micrometros de diámetro. Cada grupo es un omatidio. La fotografía fue tomada por Jorge Mancillas y Jacqueline F.

McGinty, del Instituto Salk. La imagen inferior muestra una sección transversal de la retina de pollo. En ella, las células que contienen encefalina son células nerviosas, y no receptores de la luz. Se trata de las denominadas neuronas amacrinas, que establecen conexiones dentro de la retina mediante prolongaciones, también fluorescentes en la fotografía. Algunas células amacrinas que no se observan en esta preparación contienen otros neuropéptidos: neurotensina, sustancia *P*, somatostatina o péptido intestinal vasoactivo. Fotografía tomada por Nicholas Brecha y Harvey J. Karten, de Stony Brook.





**PRESENCIA DE BETA-ENDORFINA**, un neuropéptido constituido por una cadena de 31 aminoácidos, en un grupo celular del hipotálamo de la rata denominado núcleo arcuato. La técnica utilizada consiste en unir los anticuerpos frente a la beta-endorfina con el enzima peroxidasa de rábano. El enzima cataliza la polimerización del pigmento diaminobencidina. La fotografía superior muestra la preparación vista al microscopio óptico. El pigmento oscuro marca numerosas células nerviosas, que parecen ser las únicas neuronas cerebrales que contienen beta-endorfina. Cada célula mide unos 25 micrometros de diámetro. El espacio que se observa en la parte superior de la fotografía es el tercer ventrículo, una cámara intracerebral llena de líquido. La fotografía inferior muestra el mismo tejido en campo oscuro. La luz atraviesa el tejido oblicuamente y es desviada por las partículas de pigmento, incidiendo en la película fotográfica. Las varicosidades doradas son axones y dendritas, prolongaciones del cuerpo neuronal, visibles gracias a la técnica de tinción. Los cuerpos celulares son pequeños triángulos alargados. Los puntos brillantes de luz azulada se deben a irregularidades de la superficie del tejido, algunos de ellos son capilares seccionados transversalmente. Las fotografías fueron tomadas por E. Battenberg y el autor en el Instituto Salk.

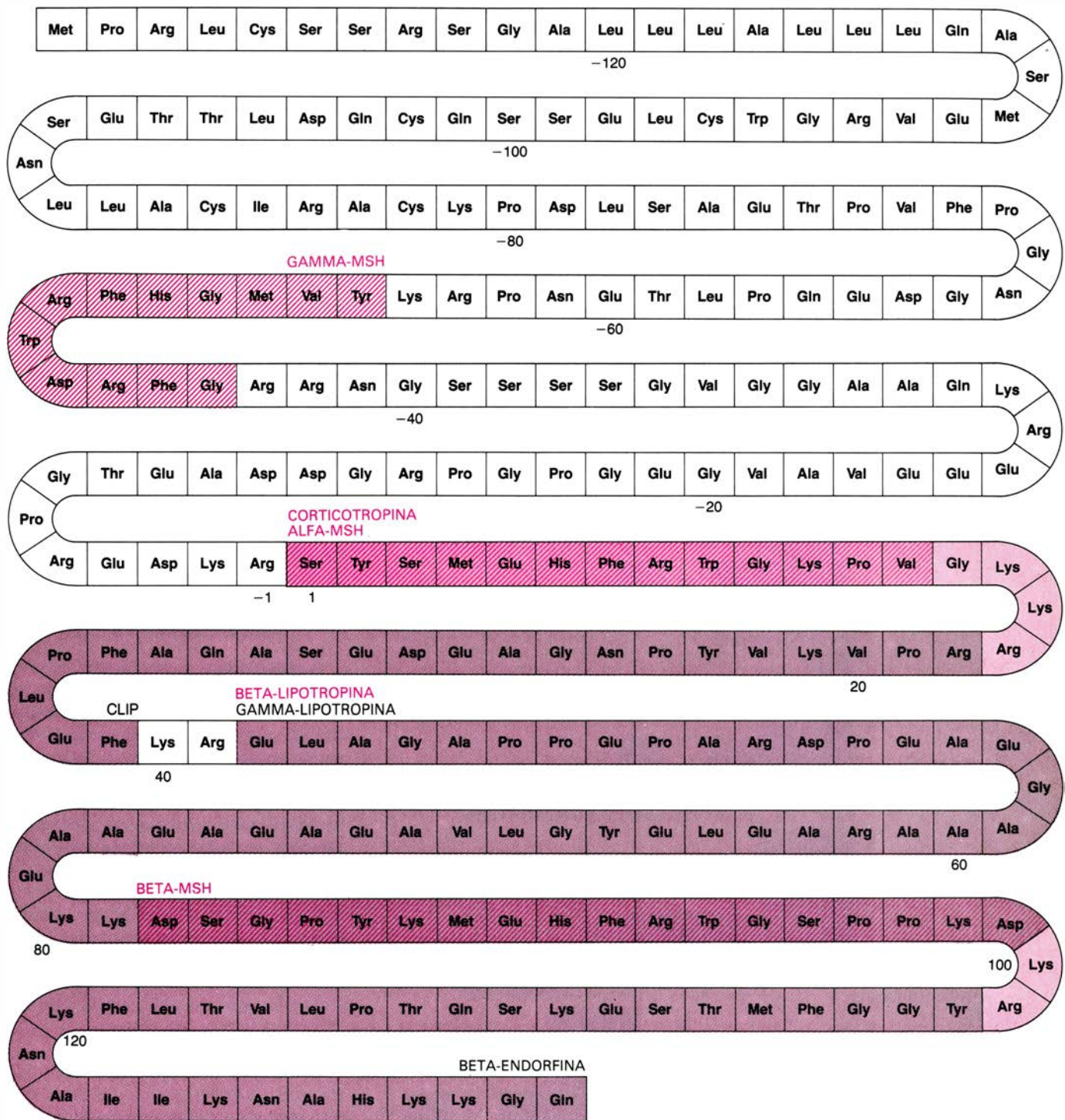
Se recogen los fragmentos resultantes y se identifican los distintos aminoácidos liberados sucesivamente en razón de ciertas propiedades; verbigracia, la velocidad con que recorren una columna que fija moléculas según su carga eléctrica. Una vez determinada la secuencia de aminoácidos de cada fragmento, se investiga el orden en que están dispuestos los fragmentos, estudiando los solapamientos de las secuencias de aminoácidos que se producen cuando el péptido se hidroliza con enzimas que rompen diferentes enlaces entre aminoácidos. La técnica más reciente libera los aminoácidos de la cadena peptídica uno a uno y un espectrómetro de masas los identifica por su peso.

Cuando se ha determinado la secuencia, puede verificarse si el contenido de aminoácidos corresponde a la proporción dada por el análisis químico. A continuación, se sintetiza el péptido. Actualmente, la síntesis se realiza con facilidad, pudiéndose disponer comercialmente del péptido a las pocas semanas de su descubrimiento. La cantidad del producto sintético es mucho mayor que la que los investigadores podrían obtener por purificaciones sucesivas del extracto celular; ello permite comprobar si el producto sintético tiene la misma acción y potencia que la sustancia natural. Se ensaya también la actividad biológica del producto sintético sobre otros tejidos, además del que se reconoce ya como efector.

Puede también inyectarse la sustancia en animales de una especie distinta de aquella que proporcionó el péptido. El sistema inmunitario de este animal producirá anticuerpos frente al péptido. Puede que el péptido sea muy corto y la secuencia de aminoácidos prácticamente idéntica en muchas especies. Debe entonces estimularse la formación de anticuerpos enlazando al péptido una molécula portadora de mayor tamaño. En cualquier caso, los anticuerpos obtenidos pueden utilizarse en diferentes técnicas. En la denominada de radioinmunoensayo, desarrollada por Solomon A. Berson y Rosalyn S. Yalow, del Bronx Veterans Administration Hospital, los anticuerpos se mezclan con un péptido sintético que contiene algunos átomos radiactivos. Los anticuerpos se unirán al péptido. A continuación, se añade extracto tisular a la mezcla. El péptido nativo del extracto desplazará a una cierta cantidad del péptido sintético. La cantidad de radiactividad desplazada constituye un baremo muy preciso de la cantidad de péptido nativo.

Los anticuerpos pueden también uti-





Ala Alanina  
 Arg Arginina  
 Asn Asparagina  
 Asp Aspartato  
 Cys Cisteína  
 Gln Glutamina  
 Glu Glutamato  
 Gly Glicina  
 His Histidina  
 Ile Isoleucina  
 Leu Leucina  
 Lys Lisina  
 Met Metionina  
 Phe Fenilalanina  
 Pro Prolina  
 Ser Serina  
 Thr Treonina  
 Trp Triptófano  
 Tyr Tirosina  
 Val Valina

**VARIOS MENSAJEROS PEPTIDICOS** se hallan intercalados en una misma larga cadena proteínica, cuya secuencia de aminoácidos se representa en la ilustración. La proteína, pro-opiomelanocortina, se sintetiza en las células del núcleo arcuato del hipotálamo y en las células del lóbulo anterior de la hipófisis. La molécula se utiliza como un precursor a partir del cual pueden obtenerse por hidrólisis varios mensajeros intercelulares. Concretamente, la molécula de pro-opiomelanocortina incorpora la cadena de corticotropina (1-39), una hormona liberada por el lóbulo anterior de la hipófisis que induce a la corteza suprarrenal a liberar otras hormonas, y la beta-lipotropina (42-132), una hormona liberada por el lóbulo anterior de la hipófisis que determina la hidrólisis de los lípidos de las células del tejido adiposo. La cadena de corticotropina contiene, a su vez, la hormona estimulante de los melanocitos, o alfa-MSH (1-13) que cambia el color de la piel de la rana. Contiene también la cadena denominada CLIP, o péptido del lóbulo intermedio semejante a

la corticotropina (18-39), una forma de corticotropina de poca actividad. La beta-lipotropina contiene gama-lipotropina (42-99), una forma débil de lipotropina, y también una versión de la MSH: la beta-MSH (82-99). Además, contiene endorfinas. La beta-endorfina (102-132) se considera un neurotransmisor, es decir, una sustancia mediante la cual las células nerviosas se comunican entre sí. Cinco aminoácidos de un extremo de la cadena de endorfina (102-106) duplican la secuencia de una encefalina. Una tercera versión de la MSH, la gama-MSH, se encuentra en una parte de la pro-opiomelanocortina no identificada como mensajero. Los extremos de la gama-MSH deben situarse en un enlace entre los aminoácidos arginina y lisina (-57 y -56) y un enlace entre dos argininas (-43 y -42). Las uniones entre estos aminoácidos son los puntos de ataque de los enzimas hidrolíticos. La secuencia de aminoácidos de la pro-opiomelanocortina fue determinada por S. N. Cohen, de Stanford, y por Shosaku Numa y S. Nakanishi, de la Universidad de Kyoto.

lizarse como colorante microscópico que marca la situación de las células que almacenan el péptido, y que presumiblemente lo utilicen. En algunas técnicas, el anticuerpo se marca con un grupo químico fluorescente o radiactivo. En otras, el anticuerpo se une a un enzima que puede sintetizar un pigmento en el interior de las células. La técnica de tinción más elaborada requiere la experimentación con animales de tres especies diferentes. Supongamos que se ha purificado un péptido a partir del cerebro de una rata y se obtiene luego una réplica sintética de él; el producto se inyecta en un conejo. Los anticuerpos formados en el conejo se aplican a secciones de un cerebro de

rata, donde se unen al péptido nativo, y se inyectan también a una cabra. La cabra producirá anticuerpos que reaccionarán contra los anticuerpos de conejo. Se marcan estos anticuerpos de cabra y se aplican a la sección de cerebro de rata, donde se unirán a los anticuerpos de conejo, que, a su vez, están unidos al péptido. La técnica del doble anticuerpo presenta la ventaja de que puede soslayarse el marcaje químico del anticuerpo preparado frente al péptido, evitándose cualquier posible interferencia con su capacidad de reacción con el péptido nativo.

La utilización de anticuerpos para detectar el péptido ha puesto de manifiesto que éste se encuentra en muchas

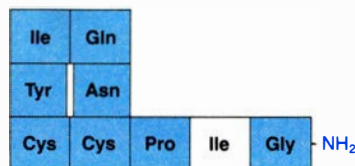
más células de lo que se venía creyendo. La verdad es que se han hallado péptidos en neuronas que contenían una monoamina y que se consideraban especializadas en la liberación de este único neurotransmisor. Al mismo tiempo, descubrir la estructura química del factor supone a menudo la posibilidad de mejorar el método de purificación del factor natural a partir de las células que lo contienen. Si el factor es un péptido, por ejemplo, y el método de purificación comienza con la homogeneización del tejido cerebral, es posible que la disrupción de las células determine el ataque del péptido por enzimas denominados peptidasas. Se puede, entonces, ensayar un método en el que se inactiven tales enzimas antes de la extracción del péptido. A veces, el resultado es sorprendente, descubriéndose un péptido de mayor tamaño que anteriormente se destruía durante la extracción. En algunos casos, el péptido mayor es más potente que el de pequeño tamaño.

### Vasopresina y oxitocina

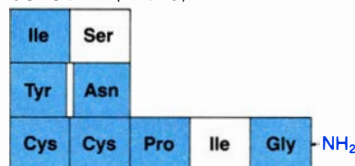
A medida que se purificaban nuevos péptidos y se ha ido determinando su estructura, se ha perfilado la existencia de varios grupos de sustancias químicamente relacionadas. Pueden distinguirse dos grupos principales: en un tipo de péptidos, purificados a partir de células pertenecientes a un amplio espectro de especies, se observan largas secuencias idénticas de aminoácidos. En un segundo tipo, diferentes polipéptidos, obtenidos a partir de células de una sola especie, incluyen cortas secuencias idénticas de aminoácidos. Cabe presumir que las secuencias comunes hayan demostrado una especial adecuación para la comunicación intercelular a lo largo de la evolución.

Consideremos los péptidos mensajeros que identificaron por primera vez du Vigneaud y colaboradores como factores liberados por el lóbulo posterior de la hipófisis, un apéndice del cerebro. Pueden observarse en la glándula como gotitas grasas en el interior de las terminaciones de los axones, largos filamentos, de las neuronas que se encuentran en el hipotálamo. Ernst A. Scharrer, a la sazón en la Facultad de Medicina de la Universidad de Colorado, consideró que tales células eran neuronas típicas que obtenían información a partir de su sinapsis con otras neuronas. Scharrer propuso entonces la sorprendente hipótesis de que éstas eran neuronas neurosecretoras: como cualquier otra célula nerviosa, estaban controladas por co-

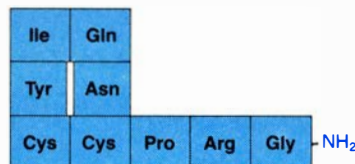
MESOTOCINA (RANAS)



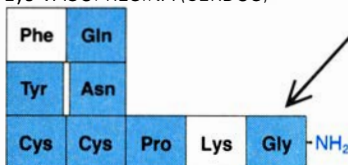
ISOTOCINA (PECES)



VASOTOCINA (OTROS VERTEBRADOS NO MAMIFEROS)



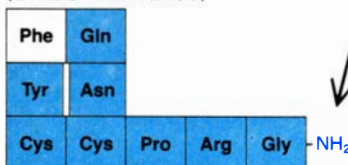
Lys-VASOPRESINA (CERDOS)



OXITOCINA (MAMIFEROS)



Arg-VASOPRESINA (OTROS MAMIFEROS)



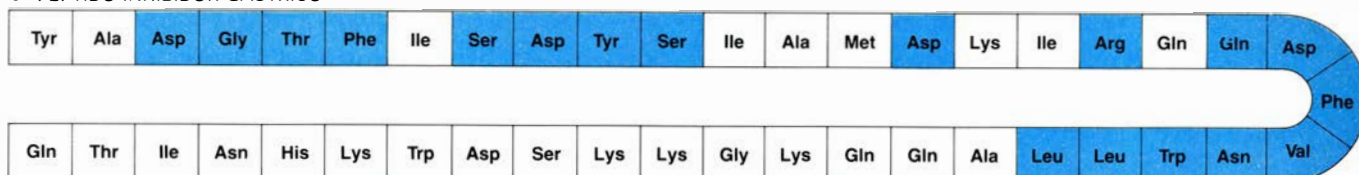
**VASOPRESINA Y OXITOCINA**, hormonas peptídicas sintetizadas por neuronas del hipotálamo de los mamíferos, que se liberan de las terminaciones axónicas de las neuronas hipotalámicas en el lóbulo posterior de la hipófisis. La vasopresina (*abajo, a la izquierda*) produce vasoconstricción de las arterias y determina la reabsorción de agua de la orina por el riñón. La oxitocina (*abajo, a la derecha*) sólo difiere ligeramente en su estructura respecto a la vasopresina, pero su acción es completamente distinta: induce las contracciones uterinas que aceleran el parto. Tanto la vasopresina como la oxitocina son casi idénticas en estructura a la vasotocina, mesotocina o isotocina (*arriba*), hormonas liberadas en el lóbulo posterior de la hipófisis de los vertebrados no mamíferos. Según Wilbur H. Sawyer, de Columbia, tales semejanzas (*color*) sugieren que la vasopresina y la oxitocina derivan, por mutación, de un mismo gen, duplicado.



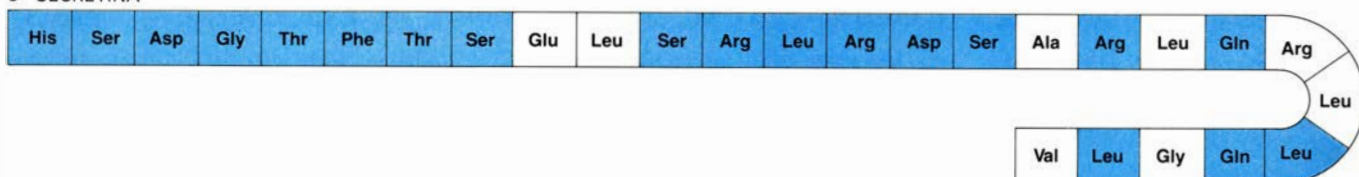
a GLUCAGON



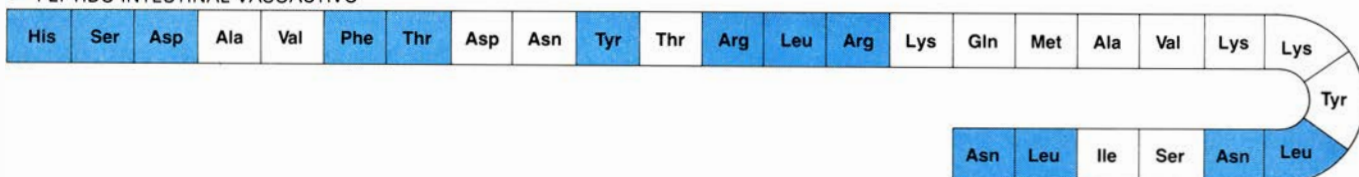
b PEPTIDO INHIBIDOR GASTRICO



c SECRETINA



d PEPTIDO INTESTINAL VASOACTIVO



**PEPTIDOS SEMEJANTES AL GLUCAGON**, que constituyen una familia de cuatro moléculas. El glucagón (a) es una hormona sintetizada por las células alfa de los islotes del páncreas. Estimula la hidrólisis del glucógeno hepático en glucosa y, en consecuencia, contrarresta la acción de la insulina. El péptido inhibidor gástrico (b) se ha purificado a partir de la mucosa gástrica; inhibe la contracción del músculo liso intestinal permitiendo, quizás, a través de este mecanismo que los enzimas intestinales puedan actuar el tiempo necesario sobre los alimentos. La secretina (c) se ha purificado a partir de la mucosa del

intestino delgado. Estimula en las células acinares del páncreas la secreción de un líquido que neutraliza la secreción ácida del estómago. El péptido intestinal vasoactivo, VIP, se purificó primero a partir de la mucosa del intestino delgado (d). Produce una vasodilatación e incrementa el flujo de sangre en la pared intestinal. Recientemente, el VIP se ha detectado en fibras nerviosas que inervan el intestino. Se ha encontrado también en el cerebro. Las secuencias de aminoácidos corresponden a péptidos obtenidos del cerdo. Los aminoácidos comunes en la familia del glucagón se han representado coloreados.

nexiones sinápticas, y, con estímulos apropiados, podían secretar hormonas en la corriente sanguínea. Se sabe actualmente que sus axones se proyectan en diferentes niveles del cerebro. Utilizan, por tanto, la hormona como neurotransmisor. Berta V. Scharer, la viuda de Ernst, trabajando en la Facultad de Medicina Albert Einstein de Nueva York, encontró neuronas similares en el sistema nervioso de numerosas especies de invertebrados.

Du Vigneaud bautizó a los factores de acuerdo con su acción fisiológica. En concreto, distinguió un factor, al que llamó hormona antidiurética, que actuaba en el riñón de los animales privados de agua potable para disminuir la pérdida de agua por la orina, y otro factor, denominado oxitocina, que determinaba la contracción uterina y aceleraba en consecuencia el parto. Al descubrirse que la hormona antidiurética

elevaba la presión arterial, pues provocaba la vasoconstricción de ciertas arterias, se le dio el nuevo nombre de vasopresina.

La vasopresina y la oxitocina resultaron ser ejemplos de una familia de péptidos cuya estructura se conserva en una amplia variedad de especies. En muchos vertebrados menos avanzados que los mamíferos, la familia está representada por una única sustancia, la arginina-vasotocina, que presenta el aminoácido arginina en la posición número 8 de la cadena de aminoácidos. En los mamíferos aparecen las hormonas oxitocina y vasopresina. La oxitocina es idéntica a la vasotocina, salvo en que el aminoácido leucina sustituye a la arginina en la posición número 8. La vasopresina posee cierta peculiaridad. En todos los mamíferos, con excepción del cerdo, es idéntica a la vasotocina, pero la fenilalanina reemplaza a la iso-

leucina en la posición número 3. En el cerdo, se observan dos sustituciones: la lisina reemplaza a la arginina en la posición número 8 y la fenilalanina a la isoleucina en la posición número 3.

Wilbur H. Sawyer, de la Facultad de Medicina y Cirugía de la Universidad de Columbia, supone que la duplicación de un gen puede haber permitido la aparición de un péptido, modificado en la posición número 8, a partir de la arginina-vasotocina. La modificación disminuiría la acción antidiurética y aumentaría la acción oxitócica del péptido. En cualquier caso, la modificación de la actividad de una hormona peptídica como consecuencia de un cambio mínimo en su estructura pone de manifiesto que cada péptido actúa sobre diferentes células efectoras, a pesar de las diferencias mínimas existentes entre ellos. De ello se deduce que los receptores de las células efectoras, es decir,

a FISELEMINA

pGlu	Ala	Asp	Pro	Asn	Lys	Phe	Tyr	Gly	Leu	Met
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

b ELEIDOSINA

pGlu	Pro	Ser	Lys	Asp	Ala	Phe	Ile	Gly	Leu	Met
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

c SUSTANCIA P

Arg	Pro	Lys	Pro	Gln	Gln	Phe	Phe	Gly	Leu	Met
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

d BOMBESINA

pGlu	Gln	Arg	Leu	Gly	Asn	Gln	Trp	Ala	Val	Gly	His	Leu	Met
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

e NEUROTENSINA

pGlu	Leu	Tyr	Glu	Asn	Lys	Pro	Arg	Arg	Pro	Tyr	Ile	Leu
------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

**PEPTIDOS SEMEJANTES A LA FISELEMINA**, que constituyen una familia de, al menos, cinco miembros. La fiselemina (a) se ha purificado a partir de la piel de rana. La eleidosina (b) se obtuvo de las glándulas salivales del pulpo. Los otros tres péptidos, la sustancia P (c), la bombesina (d) y la neurotensina (e) se han purificado partiendo del sistema nervioso de mamífero. Aunque las cinco sustancias determinan la contracción de la musculatura lisa visceral, no se sabe si en el organismo desempeñan esta función. Las secuencias representadas corresponden al cerdo y se han coloreado los aminoácidos coincidentes. [pGlu representa al pirroglutamato, una forma de glutamato en la que una cadena lateral del aminoácido se une al extremo de la molécula formando un pequeño anillo, y que aparece en cuatro de los péptidos.]

las moléculas de la membrana que reconocen el mensajero, deben ser lo suficientemente específicas para aceptar una molécula y rechazar otra. Algunas modificaciones ulteriores de las moléculas podrían conducir a la obtención de péptidos sintéticos cuya actividad específica estuviera considerablemente incrementada. Tales sustancias tendrían indudable interés desde el punto de vista farmacológico.

### Endorfinas y encefalinas

Quizás el ejemplo más sorprendente del segundo grupo de péptidos mensajeros, es decir, de aquellos que presentan cortas secuencias de aminoácidos comunes, lo constituyan las endorfinas y las encefalinas. Con estos términos se denominan actualmente, después de una década de frenética investigación, un grupo de péptidos cerebrales cuyos efectos sobre las células son parecidos a los producidos por opiáceos tales como la morfina. (La palabra endorfina es una contracción de los términos endógena y morfina.) La saga de las endorfinas y encefalinas comenzó con el descubrimiento, en varios laboratorios, entre ellos los de Solomon H. Snyder, de la Facultad de Medicina de la Universidad Johns Hopkins, Eric J. Simon, de la Facultad de Medicina de la Universidad de Nueva York, y Lars Terenius, de la Universi-

dad de Uppsala, de que ciertas células cerebrales contenían receptores capaces de unirse a los opiáceos. Algunas de estas células se encuentran en estructuras cerebrales implicadas en la percepción del dolor; otras, sin embargo, no lo están. Hans W. Kosterlitz y John R. Hughes, de la Universidad de Aberdeen, purificaron, partiendo de extractos cerebrales, una fracción que suprimía la contracción del tejido muscular del intestino, al igual que hace la morfina. Las moléculas que mostraban tal acción resultaron ser dos pentapéptidos. Uno de ellos tiene la siguiente secuencia: tirosina-glicina-glicina-fenilalanina-metionina; se ha denominado met-enkefalina. El otro, que es idéntico salvo en que la leucina reemplaza a la metionina, se denomina leu-enkefalina.

Pronto se observó que la secuencia de la met-enkefalina se encontraba presente en péptidos más largos purificados a partir de una glándula endocrina, el lóbulo anterior de la hipófisis. Después, los péptidos más largos, las endorfinas, se detectaron también en células nerviosas. Algunos investigadores supusieron que había neuronas que hidrolizaban una endorfina para producir una encefalina. Tal hipótesis no se vio confirmada al utilizar anticuerpos antiendorfinas y antienkefalinas para marcar las células nerviosas que las contenían. El patrón observado para las encefalinas por Tomas G. M. Hök-

felt y colaboradores, del Instituto Karolinska de Suecia, muestra que las células que contienen encefalinas están diseminadas por todo el sistema nervioso. Se encuentran, por ejemplo, en la médula espinal, tronco cerebral, hipocampo y cuerpo estriado. En cambio, el patrón que obtuvimos para las endorfinas en el Instituto Salk demuestra que estas moléculas se halla exclusivamente en la base del hipotálamo y en células endocrinas del lóbulo anterior de la hipófisis.

Las relaciones de parentesco existentes en el seno de las endorfinas y dentro del grupo de las encefalinas resultan cada vez más complejas y características. En las endorfinas, el primer indicio de complejidad fue el descubrimiento, llevado a cabo por Richard Mains y Betty Eipper, de la Universidad de Colorado, y Nicholas Ling, del Instituto Salk, del porqué de la localización de las endorfinas en las células de la hipófisis anterior que liberan corticotropina. Cada una de estas células sintetiza un péptido precursor de gran tamaño a partir del cual se forman, por hidrólisis, la molécula de endorfina y la molécula de corticotropina. Al péptido precursor se le dio el nombre provisional de pro-opiocortina. Era dos veces más largo de lo necesario para contener una molécula de corticotropina unida a una molécula de endorfina.

No hace mucho, Stanley N. Cohen, de la Facultad de Medicina de la Universidad de Stanford, y Shosaku Numa y Shigetada Nakanishi, de la Facultad de Medicina de la Universidad de Kyoto, determinaron la secuencia completa de aminoácidos del precursor. Estos investigadores secuenciaron el precursor sin emprender la purificación del péptido, según el método ortodoxo tradicional. En su lugar, emplearon las técnicas modernas de ingeniería genética para producir múltiples copias del ARN mensajero que codifica la secuencia. Luego, determinaron la estructura del ARN mensajero. El ARN es una cadena de ciertos monómeros denominados nucleótidos. Cada triplete de nucleótidos codifica la incorporación de un determinado aminoácido.

A la vista de los resultados obtenidos por este grupo, se consideró adecuado bautizar al precursor con el nombre de pro-opiomelanocortina. El término añadido, melano, hace referencia a una secuencia de siete aminoácidos. Una copia de tal secuencia se encuentra en la corticotropina y se denomina hormona estimulante de los melanocitos (alfa-MSH), puesto que se sabe que dispersa el pigmento melanina de las células pig-



mentarias (melanocitos) de la piel de rana. En consecuencia, modula el color de la piel. (Cuando una rana de color verde se coloca en una zona oscura, su piel se vuelve marrón.) Una secuencia prácticamente idéntica se encuentra al lado de la secuencia de la endorfina en la pro-opiomelanocortina y se denomina beta-MSH. Fue descubierta por Choh Hao Li, de la Universidad de California en San Francisco, quien purificó una serie de péptidos hipofisarios y determinó las secuencias de aminoácidos siguiendo los métodos clásicos, a finales de la década de 1950 y comienzos de la de los 60.

Lo que Cohen, Numa y Nakanishi descubrieron era una tercera secuencia casi idéntica a las otras dos. Se ubica en el segmento de la cadena de pro-opiomelanocortina cuya secuencia no había sido determinada antes. La tercera secuencia se denominó gamma-MSH, sin tener aún pruebas de que ejerciera alguna acción propia sobre el organismo. Las investigaciones llevadas a cabo en el Instituto Salk por Ling y el grupo de Guillemín y por nuestro propio equipo sugieren, sin embargo, que la gamma-MSH se almacena en las células del lóbulo anterior de la hipófisis. Es más, cuando se inyecta gamma-MSH en el ventrículo cerebral (un espacio del cerebro lleno de líquido) de un animal de experimentación, su temperatura corporal desciende. Se empieza a disponer de datos que demostrarían que ciertas células del hipotálamo utilizan gamma-MSH como neurotransmisor.

La complejidad de la familia de mo-

léculas que contienen encefalina aumenta conforme los investigadores detectan secuencias de encefalina en péptidos que, por lo demás, no se parecen a las endorfinas. Las diferencias radican en los aminoácidos próximos al final del pentapéptido encefalina designado extremo C terminal. Las endorfinas de la pro-opiomelanocortina contienen serina y treonina en tal posición, mientras que las otras moléculas contienen lisina y arginina. La lisina y la arginina son aminoácidos especiales: poseen dos grupos amino ( $\text{NH}_2$ ), uno de los cuales se proyecta lateralmente en la estructura del aminoácido. Las investigaciones realizadas demuestran que las peptidasas suelen preferir como lugar de hidrólisis aquellos puntos donde se encuentran adyacentes dos de esos aminoácidos. Los dos grupos amino que se proyectan desde la cadena peptídica podrían ser muy bien la estructura que el enzima reconoce cuando se une al péptido y lo hidroliza. Además, esta estructura se encuentra precisamente en las proximidades del pentapéptido encefalina, lo que sugiere que tales moléculas sean precursoras de la encefalina.

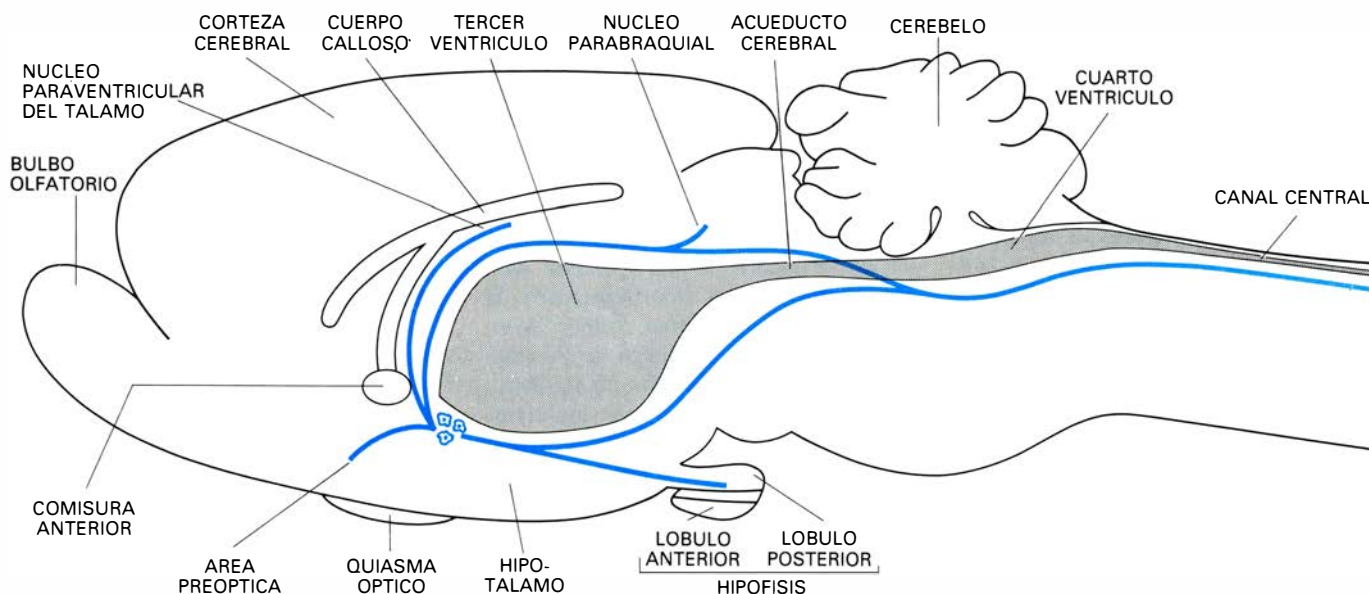
#### Moléculas que contienen encefalina

Golstein y sus colaboradores, de la Facultad de Medicina de Stanford, acaban de descubrir una molécula de gran tamaño que contiene leu-encefalina. La denominaron dinorfina, por ser más potente que la encefalina en el ensayo biológico convencional de un opiáceo. (En este ensayo, la sustancia se aplica a

una preparación de músculo liso de intestino de cobayo. Se induce la contracción del músculo por estimulación eléctrica y se valora la capacidad de la sustancia para inhibir la contracción.) Otras moléculas que portan encefalinas son también más potentes que la propia secuencia de encefalina. Cabe pensar, por tanto, que las primeras estimaciones sobre la potencia de las encefalinas se realizaron con precursores parcialmente degradados.

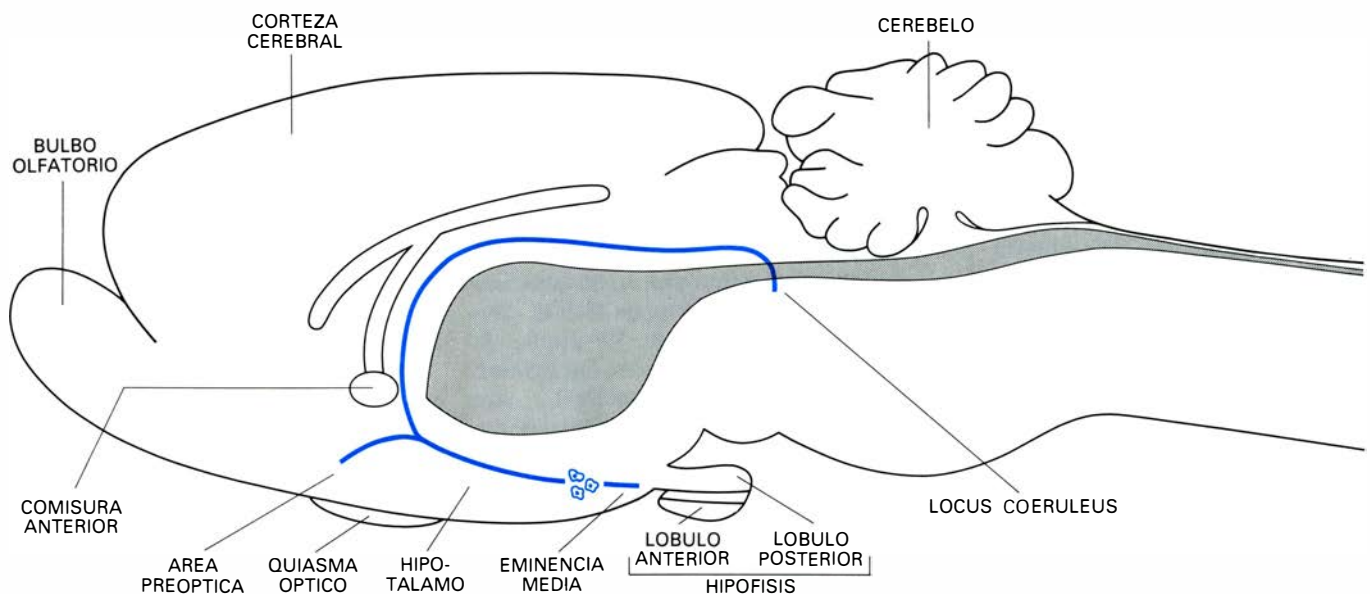
Una nueva complicación surgió cuando Hökfelt y colaboradores aplicaron técnicas inmunohistoquímicas para detectar la presencia de encefalinas en las células de la médula adrenal. Hasta entonces sólo se sabía que estas células segregaban las monoaminas adrenalina y noradrenalina. El grupo de Hökfelt observó que las células presentaban un alto grado de lo que, prudentemente, Hökfelt denominó "reactividad encefalinomimética" frente al colorante. Fue cauto en sus conclusiones, pues consideró la posibilidad de que el anticuerpo utilizado, en lugar de unirse a la encefalina, lo hiciera a una secuencia similar de algún péptido no descubierto.

Andaba en lo cierto. Los descubrimientos de varios laboratorios, entre ellos el de Sidney Udenfriend, en el Instituto Roche de Biología Molecular, han puesto de manifiesto que varios péptidos de gran tamaño obtenidos de extractos de médula adrenal contienen la secuencia de la encefalina. Uno de ellos es al menos diez veces mayor que la encefalina. Contiene varias copias de la met-encefalina y al menos una de la leu-encefalina. Los péptidos de polien-



**NEURONAS QUE UTILIZAN OXITOCINA** como neurotransmisor se han detectado, en el cerebro de rata, en los grupos celulares del hipotálamo denominados núcleo supraóptico y núcleo paraventricular. Los axones de las células

se proyectan en el lóbulo posterior de la hipófisis, donde liberan, como hormona, a la oxitocina. Dichas neuronas se proyectan también sobre grupos del cerebro y la médula espinal. La ilustración es de Albert E. Miller.



**NEURONAS QUE CONTIENEN ENDORFINA** se han detectado en el núcleo arcuato del hipotálamo de la ratona. Los axones celulares (que también se muestran en las fotografías de la página 32) se proyectan hacia el cerebro de forma

similar a las células que contienen oxitocina. El patrón representado aquí es igualmente válido para las hormonas corticotropina y la gama-MSH, otros dos péptidos mensajeros contenidos en el precursor pro-opiomelanocortina.

cefalina parecen segregarse junto con la adrenalina y noradrenalina, pero a una concentración mucho menor, menos de una centésima de la concentración de estas últimas. No se ha observado interacción entre los mensajeros peptídicos y las monoaminas en células efectoras comunes.

### Péptidos intestinales en el cerebro

Las células nerviosas que contienen el péptido pro-opiomelanocortina presentan un problema particular: ¿transforman el precursor en endorfina, en corticotropina o en gamma-MSH? ¿Originan acaso otros péptidos mensajeros todavía por desvelar? Quizá las señales que llegan a dichas células dirijan la hidrólisis del precursor de manera que ciertas terminaciones axónicas liberen productos específicos.

Surge entonces otro problema. Las encefalinas y algunas de las endorfinas suprimen la sensibilidad dolorosa, razón por la cual se propuso en alguna ocasión que su función primaria consistiría en la modulación de tal sensibilidad. Las encefalinas y las endorfinas están implicadas, no obstante, en circuitos cerebrales relacionados con otras funciones: control de la presión sanguínea y de la temperatura corporal, regulación de la secreción de hormonas y control de los movimientos corporales. Aunque inicialmente se consideró que estas moléculas tendrían que ver con una sola función, los datos de que disponemos revelan una participación en múltiples funciones.

Cabe avanzar que varios sistemas independientes utilizan mensajeros que comparten la secuencia de una encefalina. Seguramente los mensajeros comparten secuencias de aminoácidos porque han evolucionado a partir de un mismo mensajero ancestral. Cada uno de estos sistemas actuaría sobre un juego diferente de células efectoras; así, cada juego de células efectoras requeriría un tipo propio de receptor, y cada tipo de receptor debería ser capaz de discriminar dos moléculas que presentasen sólo una ligera diferencia estructural.

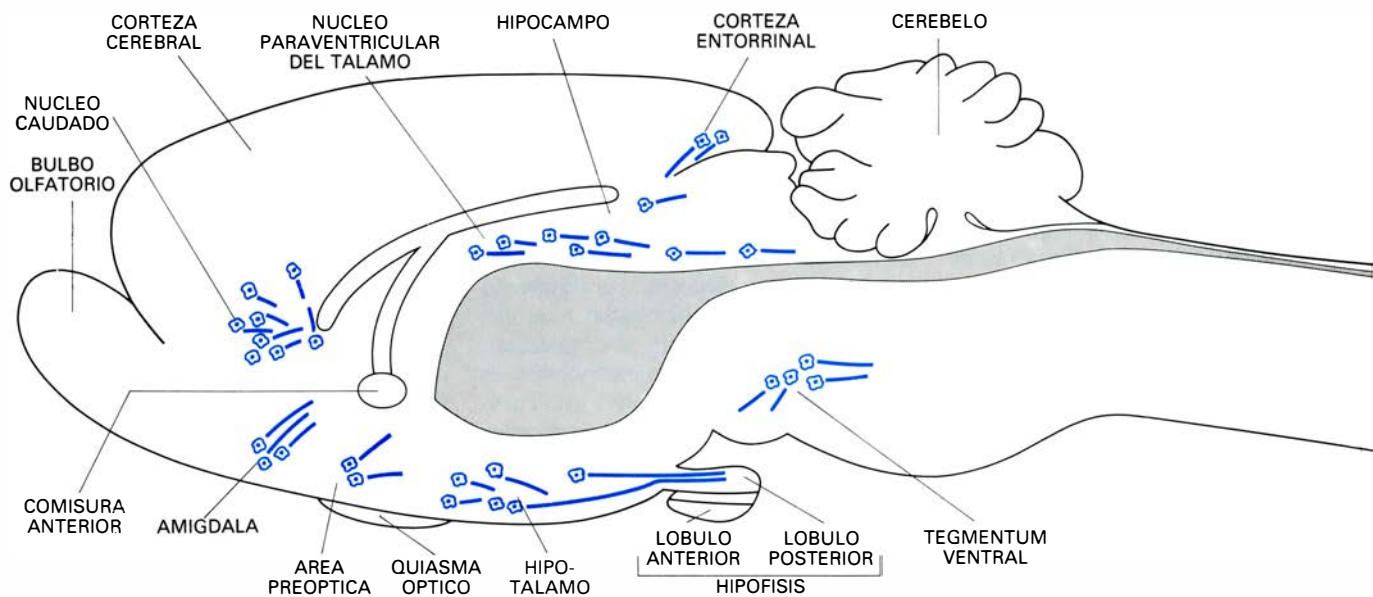
William D. Martin, del Hospital Clínico de la Universidad de Kentucky, intuyó la independencia de los distintos sistemas que utilizan encefalinas y endorfinas mucho antes de que se descubrieran las endorfinas. Al estudiar las acciones de los opiáceos en la médula espinal del perro, mostró que algunas drogas mimetizaban o bloqueaban diferentes acciones de la morfina, lo que sugería la existencia de diferentes clases de receptores de los opiáceos. Más recientemente, las investigaciones de Kosterlitz, en Aberdeen, Albert Herz, en el Instituto Max Planck de Psiquiatría de Munich, Goldstein, en Stanford, y otros han demostrado que los diversos péptidos que contienen el pentapéptido encefalina difieren considerablemente en su capacidad de suprimir la percepción dolorosa o la contracción del músculo liso. Ello sugiere también la existencia de varios tipos de receptores.

Si se acepta, siquiera sea provisional-

mente, que las células que segregan péptidos estructuralmente similares no necesitan estar funcionalmente relacionadas, podremos explicar el hecho de que muchos péptidos intestinales o del sistema endocrino estén presentes también en el cerebro. A menudo dichos péptidos se encuentran en partes del cerebro que no guardan ninguna relación con la función que aquellos ejercen en la periferia del organismo. Cabe citar entre ellos los péptidos intestinales (ahora también cerebrales) denominados sustancia *P*, péptido intestinal vasoactivo y colecistocinina. Todos ellos se han detectado en neuronas que establecen conexiones sinápticas locales ("neuronas de circuitos locales") en la corteza cerebral y en el hipocampo. Además, fibras nerviosas que contienen la sustancia *P* o el péptido intestinal vasoactivo inervan tejidos viscerales tales como el pulmón. Se han encontrado incluso inervando la glándula tiroidea, donde no se sabía de la existencia de terminaciones nerviosas.

Un ejemplo aún más sorprendente de mensajero peptídico casi ubicuo es la somatostatina. Esta sustancia fue descubierta por Paul Brazeau, Wyley Vale, Roger C. Burgus y Ling y Guillemin, del Instituto Salk, aplicando el protocolo clásico de investigación a extractos del hipotálamo. El ensayo biológico elegido como criterio de purificación del extracto era la supresión de la secreción de hormona del crecimiento por células obtenidas del lóbulo anterior de la hipófisis. Pronto se determinó que la somatostatina era un péptido





**NEURONAS QUE CONTIENEN ENCEFALINA**, se hallan ampliamente distribuidas en el cerebro de la rata, a diferencia de las neuronas que contienen endorfina. Las células que contienen encefalina se han representado aquí

proyectadas sobre el plano medio del cerebro, y en proporción al número real de células existentes en las diversas localizaciones. Las trayectorias de los axones que parten de las neuronas se indican sólo en forma de segmentos.

do de 14 aminoácidos. Luego se obtuvo el péptido sintético y anticuerpos frente al mismo. La utilización de anticuerpos permitió detectar la presencia de somatostatina en ciertas células del hipotálamo, dispuestas de tal modo que podían segregar la sustancia a un sistema de capilares que la transportaba al lóbulo anterior de la hipófisis.

Los estudios ulteriores sobre la distribución de la somatostatina no han sido menos sorprendentes. En el sistema nervioso, la somatostatina se encuentra prácticamente en todas las neuronas, desde la corteza cerebral hasta los ganglios del sistema vegetativo: un conjunto de neuronas existentes en la periferia que controlan los tejidos viscerales. En el intestino, la somatostatina se localiza en las células de la pared y, en el sistema endocrino, se halla presente en las células delta de los islotes de Langerhans. Su acción en el páncreas parece bloquear la secreción de las hormonas insulina y glucagón. Y es reciente la obtención de péptidos más largos que la somatostatina a partir del páncreas y del cerebro, dotados de una potencia mayor que la que caracteriza a la secuencia de 14 aminoácidos.

### Péptidos neurotransmisores

La utilización de un péptido por una célula nerviosa como neurotransmisor difiere de la utilización de un aminoácido o una monoamina en un aspecto fundamental: la forma en que la célula nerviosa sintetiza la sustancia y la almacena. Neurotransmisores como el gam-

ma-aminobutírico, la serotonina o la dopamina se sintetizan en pocos pasos a partir de un aminoácido de la dieta. Para cada etapa de su síntesis se requiere un enzima del citoplasma celular. Por lo general, todas las neuronas contienen la dotación enzimática necesaria para la síntesis de un solo neurotransmisor. La forma activa de la molécula de neurotransmisor se almacena en sacos, denominados vesículas sinápticas, hasta que la célula recibe un estímulo determinante de su liberación. Una vez liberado el neurotransmisor, la célula puede, en parte, reabsorberlo, reduciendo la necesidad de nueva síntesis.

En una célula que libere un péptido, el proceso se complica. En primer lugar, el péptido sólo puede sintetizarse en los ribosomas, el orgánulo intracelular responsable de la síntesis de todos los péptidos, incluidos los de gran tamaño, es decir, las proteínas. Ello significa que la secuencia de aminoácidos del péptido debe estar codificada por un gen, un fragmento del ADN del núcleo celular. El gen debe transcribirse en ARN mensajero, que lleva el mensaje cifrado al ribosoma. En segundo lugar, todos los péptidos neurotransmisores estudiados hasta el momento parecen seguir el patrón de las endorfinas, en el sentido de que se sintetizan en forma de un péptido precursor de gran tamaño. La forma activa de la molécula se alcanzará luego a través de una serie de cortes progresivos realizados enzimáticamente.

Los ribosomas de las células nerviosas se encuentran únicamente en el

cuerpo celular y en las prolongaciones filamentosas del mismo, denominadas dendritas. En general, dendritas y cuerpo celular son las partes de la neurona que reciben señales procedentes de otras células nerviosas. Una prolongación más larga, el axón, transmite las señales a otras células. Por tanto, la liberación del péptido neurotransmisor, en la terminación del axón, tiene lugar en un punto muy distante del lugar de su síntesis. Debe, pues, transportarse la forma activa del péptido, almacenada en vesículas sinápticas, hasta el lugar de su liberación. En consecuencia, la célula que utiliza un péptido como neurotransmisor quizá sea incapaz de actuar, reiteradamente, sobre otra célula en un corto intervalo de tiempo. Por el contrario, las terminaciones axónicas de una célula que libera un aminoácido o monoamina disponen de maquinaria periférica para la síntesis de su transmisor, y no dependen de un suministro continuo de neurotransmisor.

Otro aspecto en el que un péptido neurotransmisor puede diferir de una monoamina radica en los detalles moleculares de la acción del transmisor sobre la célula efectora. Los neurotransmisores clásicos se consideran excitadores o inhibidores. La llegada de moléculas de neurotransmisor excitador aumenta la probabilidad de que la célula efectora libere su propio neurotransmisor de los terminales axónicos; la llegada de neurotransmisor inhibidor ejerce un efecto contrario. Los investigadores que han estudiado tales acciones realizan el hecho de que el neurotransmisor

altere la permeabilidad de la membrana de la célula efectora a los iones potasio, sodio o calcio. Como consecuencia de tales cambios, la concentración interna de estos iones en las células efectoras varía respecto de la concentración extracelular. La diferencia de concentración genera un gradiente de potencial a través de la membrana. Cuando actúa un neurotransmisor excitador disminuye la diferencia de potencial y la membrana se “despolariza”. La acción de un neurotransmisor inhibidor determina un aumento del gradiente, es decir, la membrana se “hiperpolariza”.

En los experimentos que involucran encefalinas, sustancia *P* y otros péptidos neurotransmisores, el mecanismo de acción es diferente. El péptido provoca siempre una disminución de la probabilidad de respuesta de la célula efectora a otras señales. Podríamos pensar que no se trata más que de otro ejemplo de inhibición, pero en unos casos el péptido evita que un transmisor excitador despolarice la membrana, mientras que en otros evita la acción hiperpolarizante de un transmisor inhibidor. Más aún, la llegada del péptido no produce en general cambios del gradiente de potencial de la membrana. Yo llamaría a este efecto particular de los péptidos neurotransmisores efecto supresor (tanto de la excitación como de la inhibición). Se ha observado en péptidos de la médula espinal de rana, en investigaciones llevadas a cabo por Roger Nicoll, de la Universidad de California en San Francisco; en investigaciones sobre la encefalina en neuronas de la médula espinal de mamífero mantenidas en cultivo, realizadas por Jeffrey L. Barker y colaboradores, del National Institute of Neurological and Communicative Disorders and Stroke; en investigaciones sobre la encefalina en la médula espinal del gato llevadas a cabo por Walter Zieglängsberger y colaboradores, del Instituto Max Planck de Psiquiatría, y en estudios sobre la encefalina en cortes de hipocampo de rata realizados por Zieglängsberger y George R. Siggins en el Instituto Salk.

Puesto que el péptido y el neurotransmisor suprimido deben actuar sobre distintos conjuntos de receptores de las células efectoras, cabe suponer que los dos conjuntos de receptores interactúen entre sí. De hecho, parece que ciertas poblaciones de neuronas pueden liberar tanto una monoamina como un péptido. Por ejemplo, parece que algunas liberan acetilcolina y péptido intestinal vasoactivo; otras, dopamina y colecistocinina, y las hay que libe-

ran serotonina y sustancia *P*. La llegada de estas parejas de mensajeros a una célula efectora podría generar una compleja secuencia de efectos.

### Mediadores de la conducta

La cuestión clave relativa a la acción de todo mensajero intercelular es cómo integra las actividades de las células de modo que resulten adecuadas a las circunstancias que rodean al organismo. En dos palabras, ¿cómo intervienen en la conducta? Una respuesta a esta cuestión se desprendía de las investigaciones de Donald Pfaff y colaboradores, de la Universidad Rockefeller, y de Robert L. Moss y Samuel M. McCann, de la Facultad de Medicina de la Universidad de Texas con sede en el Centro Policlínico de Dallas. En ambos casos el trabajo se refiere a un decapeptido denominado hormona liberadora de la hormona luteinizante (LHRH). La LHRH es una sustancia obtenida del hipotálamo que provoca la liberación de hormona luteinizante del lóbulo anterior de la hipófisis. La hormona luteinizante, a su vez, induce la ovulación. La LHRH se ha detectado ahora en neuronas de los ganglios vegetativos que inervan los órganos reproductores. Su utilización a ese nivel en lugar de otros mensajeros pudiera ser puramente fortuita. La inyección de LHRH en una rata, macho o hembra, tanto por vía subcutánea como en un ventrículo cerebral, evoca la postura requerida para la copulación. Es como si varias actividades que determinan el comportamiento reproductor estuvieran coordinadas por el mismo mensajero peptídico.

Otro ejemplo de la mediación de un péptido en la conducta es la acción de la angiotensina II sobre la ingesta de líquidos. Los trabajos llevados a cabo por James T. Fitzsimons y colaboradores, de la Universidad de Cambridge, mostraron que la inyección de unos pocos nanogramos de angiotensina II por vía subcutánea o de algunos picogramos en los ventrículos cerebrales determinaba un patrón de conducta indistinguible de la ingesta espontánea de líquidos en diferentes especies, desde lagartos hasta primates. El equilibrio hídrico o salino del animal no parece importar.

El descubrimiento del papel de la angiotensina en la conducta se añade a la larga lista de sus efectos fisiológicos. Básicamente, la producción de angiotensina se activa por cualquiera de estas tres circunstancias: presión sanguínea

baja, disminución de la concentración local de sodio o estimulación directa por fibras nerviosas. Dichos factores actúan sobre determinadas células del riñón, que segregan el enzima renina. En la sangre, la renina actúa sobre una proteína sintetizada en el hígado y libera un decapeptido denominado angiotensina I. En la sangre y en distintos órganos, cerebro incluido, un segundo enzima libera dos aminoácidos de la angiotensina I, formándose un octapéptido, la angiotensina II. Entre sus efectos fisiológicos cabe citar la vasoconstricción renal y cutánea, la vasodilatación muscular y cerebral y el incremento de la presión sanguínea.

Además, la angiotensina II determina un incremento en la producción de aldosterona por la corteza suprarrenal. Esta hormona actúa, a su vez, sobre los riñones, aumentando la reabsorción de sodio. La angiotensina II aumenta también la secreción de vasopresina en el lóbulo posterior de la hipófisis. La vasopresina determina la reabsorción de agua en el riñón. Todas estas acciones tienden a compensar los parámetros que desencadenaron la secreción de renina. Se produce, de este modo, la regulación de tres constantes sanguíneas: el volumen, la presión y el contenido en sodio. La acción de la angiotensina II en favor de la ingesta de líquidos resulta compatible con el resto de sus acciones fisiológicas.

Según los resultados de las investigaciones llevadas a cabo por Ian R. Phillips, actualmente en la Universidad de Florida, las células cerebrales que detectan la angiotensina son neuronas muy particulares del hipotálamo y el tronco cerebral, dispuestas alrededor de los ventrículos. Cada una de ellas manda una prolongación al ventrículo y establece, por otra parte, conexiones sinápticas típicas con otras neuronas. Entre las neuronas con las que establecen conexiones se encuentran presumiblemente las células nerviosas del hipotálamo que segregan vasopresina. Hay que destacar que la inyección subcutánea o intraventricular de vasopresina no desencadena el patrón de conducta de ingesta de líquidos, ni siquiera cuando el animal experimental está deshidratado y, cabe suponer, sediento. Por otra parte, los efectos de la angiotensina circulante no son responsables siempre de la ingesta de líquidos. Si ello fuera así, existiría correlación entre la conducta y los niveles de angiotensina en sangre. Ello no ocurre en todos los casos, según los resultados de los experimentos llevados a cabo por Edward M.





Stricker, de la Universidad de Pittsburgh. Sin lugar a dudas, la motivación para la bebida y los actos motores implicados en la búsqueda de agua y en su ingesta requieren la actividad simultánea de varios sistemas cerebrales.

Si bien la vasopresina no determina que los animales beban, produce, sin embargo, cambios todavía más espectaculares de la conducta. En la pasada década, David de Wied y colaboradores, de la Universidad estatal de Utrecht, y Abba J. Kastin y colaboradores, del Veterans Administration Hospital de Nueva Orleans, han hecho públicas observaciones que relacionan la vasopresina y otros péptidos con el aprendizaje y la memoria. En una serie de experimentos, algunas ratas fueron entrenadas a no entrar en una caja oscura: recibían descargas eléctricas cuando lo intentaban. El aprendizaje se retenía durante períodos de tiempo más largos cuando los animales recibían minúsculas cantidades de vasopresina por inyección subcutánea. Segmentos de la molécula de corticotropina o de endorfina, sin acciones conocidas sobre el sistema nervioso o endocrino, tendrían la misma propiedad.

### Vasopresina y conducta

En colaboración con Michel Le Moal, de la Universidad de Burdeos, y George F. Koob, decidimos hace tres años ensayar qué efectos inducían la vasopresina y otros péptidos en la conducta. Utilizamos un dispositivo del grupo de Wied en el que se entrenaban ratas a saltar sobre un palo cuando se encendía una bombilla como señal de alerta de que un estímulo eléctrico doloroso iba a comunicarse a través del suelo. Una vez finalizado el entrenamiento, se encendía la bombilla de vez en cuando, pero sin aplicar la descarga eléctrica. Antes de empezar el entrenamiento, un grupo de ratas control recibía una inyección intraventricular de una disolución salina; en general, estas ratas dejaban de saltar cuatro horas después del final del entrenamiento. Sin embargo, después de inyectar un nanogramo de vasopresina seguían saltando durante 8 o 10 horas. No obstante, un tercer grupo de ratas que había recibido 50 nanogramos de vasopresina dejaba sorprendentemente de saltar antes que el grupo control. Era como si la vasopresina extra les hubiera ayudado a percatarse del truco.

El cambio de conducta producido por la vasopresina resulta incuestionable. No obstante, no puede aún decirse que la vasopresina actúe directamente

sobre los procesos celulares implicados en el aprendizaje y la memoria. El cambio producido en la conducta podría tener una explicación más simple. Partiendo de los efectos de la vasopresina en el sistema circulatorio, era de esperar que incluso pequeñas dosis incrementaran de forma inmediata, aunque transitoria, la presión arterial. Para investigar si el efecto de la vasopresina era secundario a tal incremento, utilizamos un análogo de la vasopresina cedido por Sawyer, de la Facultad de Medicina y Cirugía de Columbia, y por Maurice Manning, de la Facultad de Medicina de Ohio en Cincinnati. El análogo evita la elevación de la presión arterial producida por la vasopresina. Las ratas que habían recibido el análogo junto a la vasopresina y, en consecuencia, no experimentaron cambios de presión, se comportaban como el grupo control.

La alteración de la conducta de las ratas bajo la influencia de la vasopresina podría deberse a una estimulación producida por una elevación artificial e innecesaria de la presión arterial, que las mantenía tensas y en estado de alerta durante horas. Es decir, la estimulación resultaba de un cambio en el organismo que no dependía del cerebro. Tal mecanismo de acción parece menos espectacular que la hipótesis de que la vasopresina actúe directamente en los mecanismos de aprendizaje y memoria. Por otro lado, la falta de concordancia entre las órdenes cerebrales y las respuestas corporales puede bastar para desencadenar patrones de conducta con que enfrentarse a situaciones nuevas. Personas que han recibido tratamientos prolongados con análogos de la vasopresina experimentan un aumento de la atención en relación al medio que les rodea y una mejora manifiesta en los test de memoria.

La hipótesis más simple postularía que los neuropéptidos pueden ser utilizados como señales de alarma que operan cuando la supervivencia del organismo está amenazada y que incrementan la atención del animal hacia el medio que le rodea. Y, al contrario, la ausencia de tales señales indicaría que el animal está a salvo, por el momento. Este tipo de mensajes de supervivencia podrían constituir una indicación de cómo los neuropéptidos integran formas complejas de conducta. Sin duda, la investigación de estas moléculas permitirá avanzar en el conocimiento de los mecanismos de regulación celular y en la interpretación de la relación existente entre determinados patrones de conducta animal y las interacciones celulares.





# Ciencia y sociedad

## *Los aislantes térmicos en el campo del frío*

Un grupo de investigadores del Instituto del Frío, perteneciente al Consejo Superior de Investigaciones Científicas (C.S.I.C.), nos dan aquí una panorámica sobre los aislantes térmicos, que han adquirido un gran interés a partir de la crisis energética.

Se debe tener en cuenta que el frío no es una realidad física, sino un término que indica una falta de energía térmica. Su propagación se realiza por diferencias de temperatura, o estados de excitación de sus átomos, y no por su cantidad. Los materiales aislantes a bajas temperaturas son los que, en el margen entre la temperatura ambiente y el cero absoluto, dejan pasar mal el calor. Estos materiales tienen propiedades diferenciadas del resto de los aislantes, debido a su baja densidad y a que contienen grandes cantidades de aire o sustancias gaseosas.

El poder aislante de un material es directamente proporcional a su espesor y a una propiedad típica que se denomina coeficiente de conductividad térmica, cuyo valor es tanto menor cuanto mayores son las propiedades aislantes de sus componentes. El vacío y los gases son los que poseen mejores propiedades, por ello las ropas de abrigo ideales son las de poco peso y gran espesor, que retienen grandes volúmenes de aire en reposo.

Para comprender el comportamiento de los aislantes hay que tener presente que la energía térmica puede propagarse por tres mecanismos distintos: por *conducción*, transmitiendo la energía de molécula a molécula; por *convección*, transmitiendo la energía mediante masas, en general gases, que se mueven por cambios de densidad; y por *radiación* o energía electromagnética, como la procedente del Sol, que no necesita soporte material para transmitirse y puede atravesar el vacío. Es muy difícil, sin embargo, encontrar fenómenos de transmisión en los que se presente, de forma aislada, un solo mecanismo; lo más normal es que uno de ellos influya de forma primordial enmascarando a los otros.

En los materiales aislantes a bajas temperaturas, el mecanismo prioritario es la conducción, por lo que el estudio de la transmisión de calor en ellos se

basa, en una primera aproximación, en este fenómeno.

La teoría básica de transmisión de calor por conducción, la estableció hace más de ciento sesenta años Fourier y, con algunas limitaciones, viene empleándose satisfactoriamente. Reza su principio básico que, cuando en un cuerpo hay una diferencia de temperatura o gradiente térmico, se produce un flujo de calor directamente proporcional a dicho gradiente por unidad de área transversal. El sentido de propagación es de mayor a menor temperatura y el flujo desaparece cuando se igualan éstas.

En las sustancias gaseosas el calor se propaga principalmente por colisiones de sus moléculas; por ello en los de peso molecular más alto las probabilidades de colisión, en las mismas condiciones, son menores, su recorrido libre medio mayor y, por tanto, menor su conductividad. El poder aislante de un material formado por celdillas es proporcional al cociente entre el recorrido libre medio de las moléculas del gas que contiene en sus alveolos y el tamaño de éstos. Contener gases o mantener el vacío obliga a una estanqueidad difícil de conseguir cuando se reducen esos espacios celulares o alveolares, pues aparecen fenómenos de difusión gobernados por la diferencia de concentraciones parciales de las sustancias gaseosas que contienen. Otra característica esencial de estos aislantes es la resistencia que oponen a la difusión del vapor de agua; el inverso de este valor se denomina *permeabilidad*, y tiene gran importancia en el campo del frío. Si la resistencia del aislante, y sus accesorios, es baja puede producirse la condensación y afectar la transmisión del calor.

Cuando se necesita almacenar productos a bajas temperaturas, conviene encerrarlos en recipientes o almacenes que estén aislados térmicamente. En contra de lo que nos diría la intuición es más económico guardar la energía térmica en grandes espacios, pues su superficie por unidad de volumen es inferior. El mayor rendimiento lo darán las formas más simétricas; una esfera será mejor que un cubo y éste mejor que un prisma. Para hacer más complejo el estudio de los aislantes térmicos, y al mismo tiempo más atractivo, aparece en los grandes almacenes y depósitos frigoríficos un factor que tiene cada vez una importancia mayor: la resistencia

mecánica de los materiales aislantes a los esfuerzos de origen mecánico, propiamente dichos, o los de origen térmico, que se producen en las puestas en servicio.

Buscar un buen material aislante conduce a un material ligero, con aceptable rigidez, que oponga gran resistencia a la difusión gaseosa, en particular al vapor de agua, que sea económico, estable en el tiempo y resistente a los cambios térmicos. Se aconseja escoger, en cada tipo de aplicación y momento, el aislante más conveniente, y no buscar el “mejor” de forma absoluta.

Analicemos algunas de las preguntas que se puede hacer el posible usuario: ¿Cuál es el aislante más adecuado? Para contestarlo se requiere conocer bien el tipo de aplicación de los distintos materiales, en particular sus tres parámetros básicos: conductividad, permeabilidad al vapor de agua y resistencia a la compresión.

¿Cuál debe ser su espesor? Hay un espesor económico adecuado para cada sistema que deba ser aislado. Si ponemos mucho pasará poco calor y necesitaremos menos energía para mantener la temperatura deseada, a cambio nos costará más y dispondremos de menor espacio. El problema es típico en economía: resolver un problema de máximos y mínimos condicionados. Diversas ecuaciones y tablas permiten resolver el problema con precisión. En algunas aplicaciones especiales, sin embargo, tiene más interés el espesor denominado técnico. Este puede ser: en conducciones, el que evite la condensación superficial; en refrigeradores domésticos, el que optimice la circulación del aire en su interior; en buques de transporte de gas natural líquido, el que permita un porcentaje de evaporación de acuerdo con las necesidades de la propia propulsión del buque. En el campo del aislamiento en la construcción se está experimentando un gran cambio en los últimos años, debido a que en todos los países desarrollados se han tomado medidas para que no se pierdan cantidades elevadas de energía. En nuestro país las normas están dictadas, pero es necesario la aceptación y el reconocimiento de su conveniencia para su cumplimiento real.

El aislamiento no es como en el caso de mármoles, saneamientos, etcétera, algo que el comprador ve. Su ausencia, o mala colocación, se pagará durante la vida de la vivienda a los precios de la energía en el futuro, que no es de esperar sean bajos. El aislamiento en la construcción tiene particularidades propias, debido a que la temperatura en el am-



biente exterior varía mucho a lo largo de un día; la posición dentro del muro y la capacidad térmica del cerramiento pueden amortiguar y desfazar convenientemente las ondas térmicas. Se están experimentando nuevos tipos de cerramientos, que tienen en cuenta el aporte solar y las capacidades térmicas, que se espera revolucionen la construcción actual. El último laboratorio que se está montando, en el Instituto del Frío, tiene por misión estudiar estos sistemas.

Por último se desea llamar la atención del no experto sobre que “una cosa es aislar y otra es colocar un material aislante”. Lo primero requiere una técnica, un control y una responsabilidad; y lo segundo puede hacerlo cualquiera. En aplicaciones muy delicadas, como en vuelos espaciales, transportes criogénicos, etcétera, el aislamiento se instala bien, así como en muchos almacenes frigoríficos de grandes dimensiones; sin embargo, en la construcción y en pequeñas cámaras frigoríficas, que globalmente son fuentes de pérdidas energéticas mucho más elevadas, se hace muy deficientemente. El estudio de las propiedades de los materiales aislantes contribuye a su desarrollo, mejor utilización y, en definitiva, a conseguir un mayor ahorro energético, para que las generaciones futuras no nos lo puedan echar en cara y evitar, así, que en la historia se nos conozca con el nombre de los bárbaros de la energía. (M. Domínguez, J. A. Carrasco, S. García de Vinuesa, F. González y N. López.)

## Nobel de medicina

En el largo camino emprendido por los científicos, desde hace más de cien años, para llegar al conocimiento de los mecanismos íntimos de la función del cerebro se han cubierto varias etapas fundamentales y en la última, hasta ahora, han realizado notables avances los premios Nobel de fisiología y medicina de 1981: David H. Hubel y Torsten N. Wiesel, que trabajan en colaboración desde hace más de veinte años en el estudio del área visual de la corteza cerebral, y R. Sperry, que ha estudiado por su parte la función global de los hemisferios cerebrales.

En un primer período, a fines del siglo pasado, los estudios combinados de clínicos, morfólogos y fisiólogos pusieron en evidencia que la corteza cerebral, una masa de tejido nervioso de una superficie aproximada de 50 centímetros cuadrados, plegada en forma de circunvoluciones en el interior del crá-

COEFICIENTE DE PERMEABILIDAD DE MATERIALES AISLANTES					
MATERIAL	DENSIDAD	PERMEABILIDAD	MATERIAL	DENSIDAD	PERMEABILIDAD
	Kg/m <sup>3</sup>	g. cm/m <sup>2</sup> día mm. Hg		Kg/m <sup>3</sup>	g. cm/m <sup>2</sup> día mm. Hg
VIDRIO CELULAR	120,0 160,0	0 0	POLIURETANO FLEXIBLE	21,4 22,8 22,6 24,3	68,0 77,0 102,0 94,0
POLITENO	25,0 26,0 32,0 33,0 38,7 40,5	0,17 0,13 0,12 0,10 0,07 0,20	UREA FORMOL	7,0 13,0 15,7 15,7 15,5 17,1 22,2	185,0 101,2 92,6 95,8 73,0 77,7 73,0
POLISTIRENO POR EXTRUSION	30,0 34,0 427,0	0,25 1,00 0,70	FIBRA DE VIDRIO	9,5 14,2 14,8 22,4 38,3 44,9	131,0 116,0 130,0 112,0 90,0 113,0
CORCHO BLANCO CORCHO	250,0 100,0 135,0	2,53 3,50-1,50 2,40-7,00	LANA DE ROCA	46,9 69,7	105,0 96,0
POLISTIRENO	15,0 20,0 30,0	2,70-7,00 2,10-5,40 1,20-3,40	MORTEROS	563,7 688,5 679,1	45,5 40,6 47,6
POLIURETANO	30,0 33,0 35-40	8,00 5,60 1,3-7,5	NEOPRENO	81,0 105,4	0,024 0,270
FENOLICAS	22,8 30,7 58,5 74,9	66,70 85,00 49,40 56,00			

*Permeabilidad de distintos materiales aislantes en razón de su densidad*

neo y aparentemente homogénea en su estructura, podía subdividirse en áreas con funciones muy específicas. A esta conclusión se llegó al comprobar alteraciones funcionales producidas en el hombre por heridas o procesos patológicos localizados en zonas cerebrales y en los animales sujetos a lesiones experimentales. Así se detectó la existencia de áreas cerebrales con funciones específicas: visual, auditiva, somatosensorial, motora, etcétera. Métodos fisiológicos tales como el registro de señales eléctricas evocadas en la corteza cerebral por estímulos periféricos o las respuestas motoras logradas por estímulo de la propia corteza llevaron a la conclusión de que, dentro de cada área, existía una representación topográfica de los receptores periféricos, bilateral y generalmente doble, que permitía la confección de mapas que, en el caso de la corteza somatosensorial y motora, eran a modo de caricaturas de la superficie corporal.

En una segunda etapa destaca la in-

gente obra morfológica de Cajal y de su discípulo Lorente de No, quienes no sólo analizaron los elementos celulares presentes en la corteza cerebral, sino que esclarecieron su disposición general en circuitos de neuronas. De sus estudios se derivó una importante conclusión funcional: la información que llega a la corteza cerebral es elaborada, dentro de cada área específica, por grupos localizados de neuronas que Lorente de No, en 1938, consideraba como “unidades funcionales” dispuestas en forma de cilindros verticales de células, “en las cuales teóricamente puede llevarse a cabo todo el proceso de transmisión de los impulsos de la fibra aferente al axón eferente”.

Esta hipótesis no ha sido modificada en su esencia, a pesar de los muchos hallazgos de detalles realizados posteriormente con la microscopía electrónica e incluso óptica, recibiendo confirmación veinte años más tarde con las técnicas de análisis funcional que caracterizan el tercer período del estudio cerebral,

gracias a los estudios de Vernon Mountcastle realizados en la corteza somatosensorial, quien comprobó que la unidad funcional de la corteza, capaz de elaborar complejas operaciones de entrada y salida de señales, era un grupo de células orientadas verticalmente, conectadas entre ellas y que se extendía a través de todas las capas celulares de la misma. Unos diez años más tarde llegaron a esta misma conclusión Hubel y Wiesel, pero gracias a un profundo análisis, comenzado hace 25 años, de los mecanismos que intervienen en el procesamiento de la información visual [véase *Mecanismos cerebrales de la visión* por David H. Hubel y Torsten N. Wiesel; INVESTIGACIÓN Y CIENCIA, noviembre de 1979].

Las señales producidas en los fotoreceptores retinianos por acción de la luz, que son variaciones de su potencial de membrana, son transmitidas y elaboradas en los tres niveles de la vía visual: la propia retina, el cuerpo geniculado lateral y la corteza visual.

El estudio inicial que permitió comenzar sobre bases seguras el análisis funcional de la vía visual fue realizado por Stephen W. Kuffler en la Johns

Hopkins School of Medicine donde se le unieron Wiesel, en 1955, procedente del laboratorio de neurofisiología del Instituto Carolino de Estocolmo y, en 1958, Hubel, canadiense de nacimiento. Kuffler demostró, en 1953, que las células ganglionares retinianas tienen campos receptores concéntricos divididos en una zona central, que responde al iluminar (*on*) la retina o apagar (*off*) el estímulo luminoso, y una zona periférica que responde a la inversa en cada caso. El campo receptor funcional de una célula ganglionar es el área de la retina cuyo estímulo con un punto luminoso provoca la producción de la señal, potenciales de acción, en la misma y su transmisión por el axón hasta el cuerpo geniculado lateral. La respuesta de la célula ganglionar depende del tamaño de la imagen luminosa en la retina y no de su forma, ya que una línea, según su tamaño e independientemente de su orientación, provoca la misma respuesta que una imagen circular. Ello quiere decir que cada célula ganglionar proporciona información acerca del nivel de iluminación de una zona pequeña de la retina comparada con la de su contorno.

Wiesel y Hubel, que comienzan sus estudios en Johns Hopkins al lado de Kuffler, se incorporan también con él en el laboratorio de neurofisiología de la Facultad de Medicina de Harvard, en 1959 y 1960 respectivamente, siendo allí donde llevaron a cabo su análisis funcional de las neuronas del cuerpo geniculado lateral (c.g.l.) y especialmente de la corteza visual.

Las neuronas del c.g.l. responden a los estímulos retinianos en la misma forma que las células ganglionares, esto es, a puntos circulares de luz, de tamaño determinado y localizados en una zona también determinada de la retina. Encontraron Wiesel y Hubel que las neuronas de la corteza visual poseen propiedades diferentes de las de los dos escalones anteriores, retina y cuerpo geniculado, y que dan respuestas más complejas y específicas: reajustan la información de entrada de suerte que la mayoría de ellas responde a estímulos retinianos en forma de segmentos lineales específicamente orientados y combinan además la información precedente de los dos ojos.

El análisis llevado a cabo demostró la existencia de neuronas muy simples, a



nivel de la capa IV de la corteza, que responden a estímulos luminosos en la misma forma que lo hacen las ganglionares retinianas o las neuronas del c.g.l. Estas neuronas son las que reciben la información más directa de las neuronas del c.g.l., pero en mayor número las neuronas corticales dan respuestas más complejas de acuerdo con tres patrones fundamentales: *las neuronas "simples"* tienen campos receptores formados por dos subcampos adyacentes, cada uno de ellos sensible a aumentos o disminución de luz y que responden a una o dos direcciones de movimiento, siendo muchas de ellas unidireccionales; *las neuronas "complejas"* tienen campos receptores homogéneos, con lo que la respuesta al incremento o disminución de luz se obtiene en todo el campo y responden a líneas o bordes desplazándose en la retina en una dirección particular; y *las neuronas "hipercomplejas"* responden a líneas o bordes desplazándose con orientaciones particulares y con dimensiones críticas, presentando zonas antagonistas en la periferia de sus campos receptores.

Wiesel y Hubel dedujeron de estos

patrones de respuesta que existe en la corteza un procesamiento secuencial de las señales en orden jerárquico: las células de la IV capa que reciben las señales del cuerpo geniculado lateral convergen sobre las neuronas simples, éstas sobre las complejas y éstas a su vez sobre las hipercomplejas. Esta secuencia tiene lugar dentro de una columna de células, respondiendo todas las neuronas de una columna a la misma orientación de sus campos receptivos. La organización en columnas, unidades funcionales, de la corteza ha sido confirmada por Hubel y Wiesel utilizando la técnica autorradiográfica de la 2-desoxiglucosa, que permite revelar las zonas de áreas activas que la captan más que las que se encuentran en reposo. Estas zonas corresponden, para un estímulo determinado y en cortes perpendiculares de la corteza, a bandas de aproximadamente medio milímetro, que se extienden por todo el espesor de la misma.

La gran mayoría de neuronas corticales visuales en el mono reciben información de los dos ojos; sin embargo, las respuestas de neuronas simples, complejas e hipercomplejas a estímulos

de cada uno de los ojos son a menudo desiguales, denominándose ojo dominante aquel cuyo estímulo da lugar a respuestas más definidas y de mayor amplitud. En relación con la participación de los dos ojos en las respuestas de neuronas corticales se encuentran unas, binoculares, que responden al estímulo del ojo derecho o izquierdo en forma análoga y otras con predominancia de las respuestas en intensidad y cualidad, o ambas, de uno de los ojos.

De todos estos estudios dedujeron Hubel y Wiesel que el plan general de organización de la corteza visual se basaba en dos sistemas de columnas verticales de neuronas: de dominancia y de orientación. Las neuronas que responden a una determinada orientación de la imagen forman columnas finas, de unas 50 micras de diámetro, y las columnas para la secuencia de todas las orientaciones se agrupan a su vez en columnas mayores de dominancia ocular, de un diámetro aproximado de medio milímetro. Columnas adyacentes de cada sistema forman una hipercolumna: dos columnas de dominancia ocular, con representación del ojo izquierdo y el derecho, constituye una hipercolumna.

na de dominancia y un juego de columnas que responde a 180 grados de orientación forman una hipercolumna de orientación.

Tanto las hipercolumnas de dominancia como las de orientación tienen un diámetro aproximado de 1 milímetro y se disponen regularmente en la corteza visual formando sus unidades elementales, capaces de analizar en una zona del campo visual los contornos luz-obscuridad en todas las orientaciones de la imagen y con los dos ojos.

La aportación experimental de Hubel y Wiesel ha sido excepcional, bien merecedora del premio Nobel, ya que ha abierto el camino para comprender el funcionamiento, no sólo de la corteza visual, sino de las otras áreas corticales. Sus interpretaciones en algún caso podrían ser objeto de revisión en el futuro, ya que, por ejemplo, algunos consideran que las propiedades espacio-temporales de las neuronas corticales dependen de mecanismos más complejos que el de convergencia seriada entre las mismas, por lo que hay todavía mucho que esperar de los hallazgos que constantemente realizan centena-

res de investigadores de todos los países con nuevas técnicas estructurales, bioquímicas, neurofisiológicas y con la aplicación de la informática a la solución de los problemas funcionales que nos plantea el cerebro. (A. Gallego.)

## El número de Feigenbaum

Por aparecer en múltiples contextos, ciertos números se han llamado constantes universales. Dos de ellos, por lo menos, se conocen desde la antigüedad:  $\pi$  (el número pi) y  $\phi$  (la proporción áurea). Otro ejemplo puede ser el número  $e$ , descubierto en el siglo XVIII por Euler. Podemos añadir otro número a la lista de las constantes universales (aunque tal vez nunca llegue a alcanzar la distinción de los tres mencionados). Se trata del número  $\delta$  de Feigenbaum, cuyo valor aproximado es 4,669201609103. Fue descubierto, en 1975, por Mitchell J. Feigenbaum, del Los Alamos National Laboratory.

Mitchel exploraba los valores iterados de una función de una variable, esto es, de una expresión matemática cuyo valor queda determinado sin ambigüedad por el valor asignado a una única magnitud (la variable independiente de la función). Dada una tal función, que se denota  $f(x)$ , Feigenbaum escoge un valor  $x_0$  para la variable  $x$ . Entonces  $f(x_0)$ , la evaluación de  $f(x)$  cuando a  $x$  se le asigna el valor  $x_0$ , produce un valor  $x_1$ . A su vez, esta cantidad se introduce en la función, de modo que  $f(x_1)$  dé lugar a un valor  $x_2$ ,  $f(x_2)$  a  $x_3$ , y así sucesivamente. El proceso se denomina iteración funcional.

La primera función a la que Feigenbaum aplicó el proceso, mediante un calculador programable, fue la expresión  $f(x) = \lambda x(x - 1)$ . Cuando a la constante  $\lambda$  se le asignaba un valor perteneciente a un cierto intervalo numérico, los valores iterados de  $f(x)$  convergían hacia un único valor, al que se denomina atractor. Si se tomaba  $\lambda$  igual a 2, y como  $x_0$  se escogía un valor entre 0 y 1, entonces la sucesión  $x_1, x_2, x_3, \dots$  convergía hacia 1/2. Sin embargo, si  $\lambda$  superaba un cierto valor crítico, entonces la sucesión  $x_1, x_2, x_3, \dots$  se acercaba alternativamente hacia dos puntos atractores. Por encima de un segundo valor crítico, cíclicamente hacia cuatro puntos. El período requerido a fin de que la sucesión saltara hacia un punto atractor dado se duplicaba cada vez que  $\lambda$  sobrepasaba un cierto valor crítico.

Feigenbaum escribió  $\Lambda_n$  para denotar el valor de  $\lambda$  para el cual el número de puntos atractores se duplicaba por  $n$ -

ésima vez. Cuando  $n$  se acercaba a infinito, el número de puntos atractores también se hacía indefinidamente grande, con lo cual la sucesión  $x_1, x_2, x_3, \dots$  se tornaba aleatoria, en el sentido de que su periodicidad desaparecía. Pero la sucesión de las  $\Lambda$  resultó ser convergente. Con más precisión, la diferencia entre dos valores sucesivos de  $\Lambda$  disminuía geométricamente, de suerte que el cociente entre dos diferencias consecutivas (esto es,  $\Lambda_{n+1} - \Lambda_n$  dividido por  $\Lambda_{n+2} - \Lambda_{n+1}$ ) se aproximaba indefinidamente a un valor: el número de Feigenbaum.

Feigenbaum empezó a sospechar si su constante no sería universal un mes después de su primer cálculo, cuando aplicó el proceso iterativo a la función  $f(x) = \lambda \sin \pi x$  y halló que en este caso  $\delta$  también era igual a 4,6692016... En su opinión, este carácter universal no se había percibido antes por la sencilla razón de que nadie había llevado a cabo semejante cálculo sirviéndose de un computador de bolsillo. Cuando se efectúa una iteración funcional mediante un computador, la convergencia geométrica de las  $\Lambda$  permanece oculta al programador.

Quedó patente, por último, que  $\delta$  era idéntica para casi todas las iteraciones funcionales en las cuales el incremento de  $\lambda$  producía una sucesión de duplicaciones del período. Pierre Collet, de la École Polytechnique de París, Jean-Pierre Eckmann, de la Universidad de Ginebra, y H. Koch, de la Universidad de Harvard, han mostrado que  $\delta$  suele mostrarse constante, incluso cuando el proceso de iteración se aplica a una función de distintas variables. Geométricamente, se puede interpretar que una tal función se refiere a un espacio de varias dimensiones. Así pues, el número de Feigenbaum adopta el mismo valor en ciertos casos en los que cada iteración requiere que las  $n$  cantidades que determinan un punto en el espacio de dimensión  $n$  se tomen como valores de las variables de  $n$  ecuaciones. En cada uno de estos casos sucede que la iteración funcional contrae volúmenes del espacio de dimensión  $n$ . La contracción es más lenta en una de las dimensiones y por ello ésta es la única que permanece en el límite de las infinitas iteraciones. De hecho, el espacio de dimensión  $n$  se ve reducido al espacio de dimensión uno, donde se había establecido el valor de  $\delta$ .

Varios sistemas físicos bastante distintos entre sí se hacen aperiódicos por duplicaciones de período. Por ejemplo, se ha observado duplicación de período en un fluido en convección al surgir una

En cumplimiento de lo dispuesto en el artículo 24 de la vigente Ley de Prensa e Imprenta, se hacen constar, a continuación, los datos en él requeridos.

**Accionistas de Prensa Científica, S. A.:**  
Editorial Labor, S. A.  
Scientific American, Inc.

### Consejo de Administración:

#### Presidente:

George S. Conn

#### Vicepresidente:

José M.<sup>a</sup> Naharro Mora

#### Consejero-Delegado:

D. Francisco Gracia Guillén

#### Vocales:

D. Juan Miró Chavarría

D. Gerard Piel

D. Dennis Flanagan

#### Secretario:

D. Agustín María Rabarté

Situación financiera al 31 de diciembre de 1980, según se deduce del balance aprobado por la Junta General ordinaria de Accionistas celebrada el día 19 de mayo de 1981.

### ACTIVO

Tesorería	71.876.103,—
Existencias	13.063.644,—
Inmovilizado	876.522,—
Resultados	<u>21.840.387,—</u>
	107.656.656,—

### PASIVO

Capital	31.000.000,—
Cuentas acreedoras	<u>76.656.656,—</u>
	107.656.656,—



turbulencia, en el ruido de un circuito eléctrico y en modelos del tamaño de una población de ballenas de una generación a la siguiente. El fluido en convección sirve de ejemplo de cómo se aplica la teoría a cada sistema. Primero se describe por medio de una función matemática el modo como una cantidad, así la velocidad de un fluido, varía de un punto a otro. Se modifica luego el gradiente de temperatura en el seno del fluido, gradiente que impele al flujo convectivo. Fijado el gradiente, la velocidad del fluido en un punto dado cambia cíclicamente, pero a medida que el gradiente aumenta, el período que se necesita a fin de que la velocidad vuelva a su valor original se duplica repetidamente. Unos pocos valores del gradiente en los que se presenta la duplicación han de ser determinados experimentalmente, pero después el trabajo de Feigenbaum permite predecir el movimiento turbulento del fluido.

La aparición de turbulencias en un fluido corresponde al límite de las infinitas iteraciones de  $f(x)$ , donde  $\lambda$  se toma igual a  $\Lambda_\alpha$ , el valor de  $\lambda$  para el cual el comportamiento de la velocidad se hace aperiódico. En este punto, los detalles de la expresión  $f(x)$  son irrelevantes, ya que  $f(x)$  converge hacia una función universal  $g$ . Aunque la forma matemática de  $g$  no se puede deducir, sí se puede conjeturar por métodos numéricos. En palabras de Feigenbaum en *Los Alamos Science*, “la mayoría de las propiedades medibles de un sistema (con duplicación de período) en este límite aperiódico se pueden ahora determinar de una manera que esencialmente elude los detalles que describen cada sistema particular, debido a que la teoría de este comportamiento es universal respecto de estos detalles”.

Se están dedicando esfuerzos para hacer progresar la aplicación de la teoría a casos en los que la iteración funcional no contrae el volumen. La teoría podría entonces predecir el comportamiento de sistemas físicos que no disipen energía. Un ejemplo de ello sería el diseño de un acelerador de partículas donde el haz de protones circula en un anillo.

### *A los dos mil años de muerte de Virgilio*

O sobre las técnicas de la poesía en torno a una versión del *Moretum* virgiliano.

Que Virgilio está bien muerto entre nosotros (y las celebraciones culturales de aniversarios o milenarios no pueden

más que confirmar su muerte) en el sentido de que nadie o casi nadie usa de su poesía (que aunque por deberes de hombre culto se la compre aún, y más que nunca, ni siquiera se la lee de veras), y que ya en el propio tiempo de Virgilio la poesía misma estaba gravemente enferma bajo la capa de esta institución que llamamos literatura, son cuestiones que se debatían en un libro sobre el poeta que sacamos hace algunos años (Virgilio. Biografía, bibliografía, traducción rítmica de las *Bucólicas*, libro IV de las *Geórgicas*, libro VI de la *Eneida*. 'Ediciones Júcar', Madrid 1976). Deseo hoy precisar cómo es que la poesía no puede o apenas puede tener uso entre nosotros y al mismo tiempo someter a un experimento sobre el asunto a los lectores de *Investigación y Ciencia*.

Escojo para el experimento una versión, confío que bastante fiel, que he hecho estos pasados meses y se publica aquí por vez primera, de un poemilla de los que se nos han transmitido en una colección, llamada *Appendix Vergiliana*, de algunos epilios o pequeños poemas épicos, epigramas y algunos otros poemas de género menos definido, que la tradición antigua atribuía a los años juveniles de Virgilio y sigue la crítica incansablemente discutiendo si debe o no a cada uno de ellos reconocérsele la autoría; cuestión de la que aquí sin escrúpulo nos desentendemos, aunque hay que decir que el poemilla elegido es de los que mejor resisten a las dudas sobre esa paternidad que tanto apasiona a los estudiosos de literatura. Se trata del *Moretum*, título que es el nombre de un como almodrote amasado en albondigón de ajos, queso y yerbas, que ocupa la última parte del poema, y que, no correspondiendo a ningún nombre en español (naturalmente, ya que no se usa entre nosotros un manjar lo bastante parecido), prefiero españolizarlo un poco como *moreto*, y ya está. Sin más consideraciones previas, la primera parte del experimento consiste en que el lector desprevénidamente intente leerse de cabo a rabo esta versión del poemilla [véase recuadro adjunto].

Pues bien: terminada la lectura del *Moreto*, le pido ahora al lector unos momentos de reflexión inmediata sobre sus sensaciones y las cuestiones que consiguientemente se le ocurran.

Transcurridos los momentos de reflexión solicitados, paso a intentar ponerme en el lugar de este fantasma de lector medio al que me dirijo (ni culto ni inculto, ni sensitivo ni insensible, ni interesado por las palabras ni desinteré-

- Diez horas largas de invierno la noche había contado  
y a toque de centinela anunciado albares el gallo,  
cuando Símla el campesino, arador de corto sembrado,  
temiendo del día que fuera a venir ayunos amargos,*
- 5 *lento estira los miembros del catre mísero abajo,  
con mano acuciosa las yertas tinieblas va tanteando  
y rebusca la lumbre; al fin la halló al sentirse quemado.  
Quedaban de consumido tizón rescoldos escasos  
y a la entoñada brasa ceniza velábale el ampo;*
- 10 *allí, agachándole el pico, arrima candil cabizbajo  
y le estira con una aguja a la mecha el árido cabo,  
mientras con rápidos soplos aviva el fuego apocado.  
Prendido al fin, pero apenas, el resplandor, se retrajo,  
y a defender de los aires la luz poniendo la mano,*
- 15 *descórrele a la despensa, según alumbraba, su tranco:  
yacía en ella por tierra montón modesto de grano;  
que toma de él para sí cuanto cabía dornajo  
que hace a la pesa escurrir a las ocho libras el gancho.*
- Pasa de allí al pilón de moler, y en chica tableta  
que hincada en sí la pared deparaba a tales tareas  
pone segura la luz; y ya ambos brazos despeja  
de ropa, y ceñido de piel de peluda cabra, las piedras  
barre con una escobilla y le limpia el cuenco a la muela.  
Ya llama a la obra las manos, partido a doble faena:*
- 25 *la izquierda a verter, afanosa a mover está la derecha.  
Esta con giro constante a redondo acelera la rueda;  
molido el grano se escurre a la herida veloz de la piedra.  
De tanto en tanto, a su hermana cansada la zurda releva  
y muda las tornas. A veces, entona vulgar cantilena*
- 30 *y con su voz montaraz su propia fatiga consuela;  
a veces, "Escíbala" grita. Era ésta su sola sirvienta,  
de estirpe africana, que toda su traza la patria demuestra,  
rizada de pelo, hinchada de labio, de tinte morena,  
ancha de pecho, caída de mamas, de vientre muy prieta,*
- 35 *flaca de muslo, asentada de largas plantas en tierra,  
tiesos los calcañares, rayados todos de grietas.  
A ésta la llama, y le manda al hogar que apile la leña,  
que prenda, y el agua helada que temple al amor de la hoguera.*
- Ya que le hubo al rodar dado fin la jera cumplida,  
lleva de allí por su mano a echar la molienda a la criba.  
Sacude, y quedando van las mondaduras arriba,  
pura posándose va y por los agujeros la harina  
limpia se va colando. Al punto, en mesa bien lisa  
la monta y conceña, y encima las ondas viértele tibias;*
- 45 *amasa después ya juntas en uno harinas y linfas;  
cuajado, lo torna de puño al través, y ya el agua sumida,  
salpica de vez en cuando de sal los grumos, y alisa  
la masa trabada; a su círculo justo a palmadas la estira,  
y a trechos iguales de rayas en cuadro marca le hinca.*
- 50 *De allí la lleva al hornaz (limpiara ya antes Escíbala  
propio lugar), y con tejos la cubre, echa brasas encima.  
Y mientras los dioses de llama y hogar su parte cumplían,  
Símla en tanto no queda parado en hora baldía,  
sino otra faena se busca, y no vaya a ser desabrida*
- 55 *sola la gracia del pan, compango presto le aliña.  
No de viandas al pie del hornaz colgadas las vigas  
o lomos de cerdo o tocinos allí salpresos tenía;  
pero sí un queso en soga ensartado a media barriga  
y añeja rama de eneldo en manojo atada pendían.*
- 60 *Así que el cauto varón a nueva empresa se anima.  
Había pegado a la choza un huerto, que mimbres escasas  
y cañas plantadas de seco de floja valla cercaban,*



- chico en terreno, pero abundoso en yerbas variadas:  
nada que pida usanza de pobre allí le faltaba;
- 65 a veces al pobre por cosas venía el rico en demanda.  
Y no era hacienda de gasto, sino de cuido y de maña:  
cada vez que de más en la choza lo retenía o borrasca  
o soles festivos, si acaso el afán del arado cejaba,  
trabajo allí era del huerto. Hincar a trechos las plantas
- 70 sabía o semilla fiar a la tierra al caso labrada,  
y de arroyo cercano con tino traer la vena del agua.  
Allí coliflor, la berza allí espurriéndose ancha  
verdegueaba y romaza viciosa y chicorías y malvas,  
allí chirivía y el que por su porra puerro lo llaman,
- 75 allí adormidera también, que al seso gélida daña,  
y la lechuga, de nobles manjares pausa tan grata,  
y mucho allí brota y ahonda el rábano o la remolacha  
y grave también, a su peso vencida, la calabaza.  
Pero ni era del dueño su fruto (mesa más parca
- 80 no hay que la suya): del público era: en fechas feriadas  
manojos de ello a vender a la villa al hombro llevaba;  
tornaba de allí pesado de bolsa, ligero de espaldas,  
sin casi nunca a su vez mercadura traer de la plaza:  
su hambre cebolla rojiza y de puerro al sesgo rodaja
- 85 le amansa y mastuerzo, que al agrio morder estriñe la cara,  
y endivia y oruga, que aguija al amor cansino la gana.  
Algo así cavilando metióse entonces al huerto;  
y lo primero, apenas la tierra escarbando del dedo,  
saca cabeza de ajos con sus cabellos espesos;
- 90 mas fino penacho de apio y de ruda brotes enhiestos  
arranca y flor de culantro por breves hilos suspenso.  
Ya que hubo todo cogido, se sienta a lo manso del fuego,  
y a la criada con voz ya clara le pide mortero.  
Luego uno a uno despoja los dientes del rudo pendejo,
- 95 les quita las pieles de fuera, al desgairé allá por el suelo  
las tira, y ya un cebollino guardado en grama añadiendo,  
en agua los moja, y echándolos va a la piedra del cueñco;  
lo espolvorea de sal; de sal tomado ya queso  
duro se añade; las yerbas nombradas esparce sobre ello;
- 100 y contra las ingles velludas de zurda arremanga el manteo.  
La diestra con el macillo olorosos maja primero  
los ajos, luego a la par todo bate en zumo revuelto.  
Anda la mano a redor; poco a poco, cada elemento  
pierde su propia virtud; ya es uno el color de diversos,
- 105 ni verde del todo, que aducen lechosos cachos su veto,  
ni en blanco cuajado, pues tiene de tantas yerbas cohecho.  
Tal vez, a la abierta nariz del varón asáltale recio  
el vaho, y frunciendo el morro reniega ya de su almuerzo;  
tal vez, de un revés de la mano los ojos de lágrimas tiernos
- 110 se enjuga, y al humo inocente le lanza injustos denuestos.  
Iba la jera avanzando; ya no el macillo a tropiezos  
como antes andaba, mas iba pesado en círculos lentos.  
Así que le vierte unas gotas de buen aceite ateneo,  
y encima agror de vinagre destila escaso y con tiento;
- 115 y otra vez torna a mezclarlo, y va amasándolo espeso.  
Ya con dos dedos al fin el mortero arrebaña de un gesto  
a redor, y el cuajo esparcido en bola recógelo entero,  
a fin que resulte el nombre y la traza cabal del moreto.  
Saca Escíbala en tanto también el pan con esmero;
- 120 a manos enjutas recíbelo él. Y vencido el recelo  
del hambre y Símla ya para el día libre de miedos,  
las piernas de par de polainas se ciñe, y calado el sombrero,  
los mansos novillos al yugo los unce con sus sobeyuelos;  
aguija hacia el campo; y allí, a la tierra le hinca su hierro.

sado de ellas), ya que no puedo uno por uno consultar con los posibles colaboradores de este experimento; y quede al cargo de ellos estimar hasta qué punto lo que en su lugar escriba responde a los sentimientos respectivos.

Se me presenta ante todo una cierta perplejidad sobre el juego al que me he dejado meter durante este rato. ¿Qué es esto que he leído? No puedo fácilmente, según los criterios que en el mundo de la literatura están vigentes, tomarlo propiamente como poesía. ¿Por qué? Pues porque no se dice nada o casi nada poético a lo largo de sus 124 versos; contar la madrugada de un labrador antiguo y la preparación de su almuerzo no parece nada que suene a poesía ni se ve por qué ha tenido que ponerse en verso.

Por otra parte, para tomarlo de otro modo, le faltan y sobre todo le sobran muchas cosas.

¿Cómo iba a ser, por ejemplo, un cuento? En primer lugar, a un cuento le hace falta algún accidente, por poco que sea, que rompa el curso de lo corriente, algo que le dé al cuento su sal y su emoción, con una cierta expectativa incluso que sostenga la narrativa, y aunque sea un suceso trivial y repetido, como en muchos de Chejov, pero un suceso determinado, y por tanto en cierto modo irrepetible. Si no, habría que contar en Imperfectos todo el cuento; lo cual no sería un cuento. Y el caso es que en el *Moreto*, pese a que la cosa esté contada, como en los cuentos verdaderos, en los Pretéritos y más que nada Presentes Narrativos de nuestras lenguas, bien puede decirse que no pasa nada absolutamente, puesto que no pasa nada más que lo que pasa, no diré todos los días, pero sí evidentemente un día cualquiera de invierno y de arada, o sea la normalidad misma.

Y luego, en cambio, hay rasgos del decir que no vienen a qué en una narración corriente: así, las adjetivaciones como “amargos” (v. 4; y ese Plural también), “cabizbajo” (v. 10), “árido” (v. 11), “peluda” (v. 22), “vulgar” (v. 29), y por el estilo a lo largo del poema, especialmente en lugares como aquél (vv. 72-86) en que se hace la presentación de legumbres y verduras; así también algunas costumbres, más que poéticas, retóricas, como la de decir algo de dos modos o dos veces coordinadas entre sí (amplificatio, ¡por favor! que decían los manuales) en unas pocas ocasiones: lo de “las piedrás / barre con una escobilla y le limpia el cuenco a la muela” (22-23) o lo de “a su hermana cansada la zurda releve / y muda las tornas” (28-29) o lo de “el mortero arreba-

ña de un gesto / a redor y el cuajo esparcido en bola recógelo entero” (116-117); cosa que parece por momentos detener el curso de la narración ociosamente. Y además, la misma minuciosidad con que se han ido presentando paso tras paso y gesto tras gesto, como si fuera en un ritual sagrado, pasos y gestos que al fin no van a ningún sitio, a nada transcendental, de manera que todo el cuento se diría que no es más que pormenores, ¿a qué vendría todo eso en un relato? Y para empezar, el hecho mismo de estar en verso y sonar como va sonando en los hexámetros virgilianos o en los versos de esta versión que se me ofrece ¿para qué serviría en una honrada narrativa? y ¿no es más bien una importunidad, con un tema que ni siquiera es de hazañas épicas ni crímenes de romance?

Pero, si no se toma como narración, ¿como qué se le podría entender y usar? ¿como una receta para la elaboración de una hogaza y de una bolsa de moreto al estilo de los antiguos campesinos italianos? ¿O quizá como una descripción etnográfica de las costumbres típicas de los pobladores de la clase baja de los campos del Po o de la Umbría en el siglo I antes de Cristo? Mucho me temo que, para eso, sobra todavía mucho más de las técnicas de lenguaje que ejercita el poemilla; tanto iba a sobrar que sería seguramente casi todo, y a duras penas iban a poder de él extraerse unas escuetas notas que en prosa técnica y honesta vinieran a dar una receta eficaz para el cocinero ni una descripción científica rigurosa.

Así que no es fácil encontrar una manera de haber leído este moreto como algo informativo ni narrativo. Y por otra parte, poesía, francamente, no parece que se le pueda considerar: ¿qué tiene esto que ver con lo que escribían Rilke o Aleixandre o Kavafis o lo que hacen actualmente esos amigos nuestros que hacen poesía de la que hacen los poetas que hacen poesía? Y sin embargo, ahí está el poemilla, que, sin tener nada de las imágenes, evocaciones de misterio ni expresión anímica (el alma del poeta brilla en el *Moreto* por su ausencia) que se tienen, al parecer, como características de la poesía, está evidentemente fabricado de cabo a rabo con otras técnicas que acaso se llamaban poéticas en los tiempos de Maricastaña, y que son precisamente las que actualmente no ejercitan los poetas, o muy poquito. ¿Qué es lo que puede explicar, como no sea la catalogación en las historias de la literatura, que se comprendan bajo el mismo nombre las poesías que hoy se escriben y el *Moreto* virgiliano?

Vamos a ver: ¿qué se traía entre manos y en qué andaba pensando Virgilio de muchacho, o aquel muchacho que fuera más o menos Virgilio, por los días o los meses en que estaba componiendo este moreto? Pues, por las señas, ya se ve: el hallazgo o la elección de términos exactos o acertados para decir lo que debía decirse en las frases sucesivas, exactos o acertados no sólo en cuanto a la inteligencia de lo que había que decir, sino también en cuanto a la impresión que debía producirse y en cuanto al tono o color del lenguaje que pareciera convenir al poema deseado; después, y más que nada seguramente, los tipos de engarce y construcción sintáctica con que debían hilvanarse las palabras y las frases sucesivas, con los contrastes oportunos de regularidades y reiteraciones con pequeñas sorpresas y roturas, y de manera que resultara, por virtud de una sabia alternancia ondulatoria entre momentos de precipitación y de demora, una sintaxis o movimiento del lenguaje que respondiera debidamente al movimiento con que la acción misma y sus personajes quisieran avanzar, como la sintaxis del movimiento de las figuras de un ensueño, tanto más inevitable y espontáneo cuanto bien regido por ciertos hilos de no se sabe dónde; lo cual implicaría, entre otras cosas, para lengua como el latín (o para el caso, el español), un cálculo del uso alternativo de formas nominales y verbales y, en especial para una poesía narrativa, del uso de los Tiempos, de la mayor o menor densidad de formas personales del Verbo a lo largo del poema, de la distribución de los pasajes (en Imperfectos) que dieran el fondo de la acción y de los retornos (con Pretéritos o Presentes) a la narración en curso; y antes que nada, supongo que nacía ya ese cálculo de la sintaxis sobre la condición de un ritmo, de una ondulación de sílabas y pies mantenida a lo largo del poema, con la conjugación de variación y regularidad que permitiera el verso elegido para el caso, que era seguramente el hexámetro dactílico, cuyo esquema (si señalo con negro los seis tiempos marcados y con blanco los intervalos, con superposición la doble posibilidad en éstos de una larga o de dos breves, y con un trazo las principales posibilidades de cesura, o sea límite de palabra disociado de los límites de pie) creo que puede representarse así:

■ ○ ○ ■ ○ ○ ■ / ○ / ○ ■ / ○ ○ ■ ○ ○ ■ □

y que en esta versión se me da remplazado por un tipo de verso que se inventó para un *Relato de amor* publicado el

pasado año, y que viene a fundir –parece– el ritmo del hexámetro con el de una regulación de los versos de romance castellano, de los que toma también el uso de la asonancia, con un esquema semejante al que he trazado, con sólo la anteposición potestativa de una o dos sílabas no marcadas, y algunos otros pormenores que toquen a la diversidad prosódica de las lenguas.

En fin, en cálculos y tejemanejes como éstos es en los que supongo que debía andar aquel mozuelo más o menos virgiliano cuando el moreto se amasaba: no, naturalmente, en su conciencia ni teniendo por qué acordarse de los análisis y críticas de técnica poética de Dionisio de Halicarnaso, que por aquellos años o poco después venía a establecerse en Roma, sino más bien con esa especie de semisubconsciencia donde, al parecer, por debajo de las intenciones personales del poeta, urden y combinan los mecanismos de la lengua y de su lengua.

Y ¿nada en cambio –me pregunto– sobre el tema, sobre Símla y su criada, sobre la pobre vivienda y la lumbre y el huerto y los olores o sabores del humo y de las yerbas? Pues seguro que también, por supuesto; pero de otro modo que no debe de tener mucho que ver con la técnica poética; más bien literalmente “por supuesto”: como materiales para la obra; y materiales no sólo las cosas, sino también la actitud sentimental que el espíritu del poeta tomara ante las cosas y los personajes que se le habían sugerido y que habían puesto en marcha el arte: en este caso, en general, una cariñosa indiferencia, algo semejante a la de Homero para con sus héroes; que apenas si un par de veces asoma una sonrisa, como en el tono grandilocuente de aquello, por ejemplo, de “el cauto varón a nueva empresa se anima” (v. 60; *heros* creo que dice el original), revelando una leve conciencia paródica, de que se están tratando los gestos del mísero labrador con la técnica que la vieja epopeya había puesto en uso para Ulises y los semidioses; y así también en el “de estirpe africana” con que se introduce la sirvienta. Pero, en suma, los temas son materia; y aunque se les quiera ver como motor, motivo, inspiración de la poesía, no es en ellos desde luego donde está la poesía.

Bien, pues supongamos que el arte estaba para aquel Virgilio en esas otras combinatorias. Pero entonces, esas técnicas de lenguaje, esos semisubconscientes cálculos de sintaxis y de ritmos, ¿para qué servían? ¿Para qué sirven? ¿No tengo derecho a preguntarlo? Sí por cierto, puesto que siempre se ha



dado por supuesto que la poesía era práctica (vaya, mágica –si lo prefieren), que hacía algo, que algunas alteraciones especiales tenía que producir en los oídos o los espíritus de los que la oyeran o por lo menos la leyeran: se suponía –yo creo– que esa peculiar actividad lingüística de la poesía, esos juegos de la sintaxis y del ritmo con el tiempo, tenían que producir, por un lado, algún placer, un placer distinto del de un baile o del de un cuento al fuego del hogar, pero un placer, casi se diría que un encantamiento de palabras, y por debajo del placer, a la sombra de ese encantamiento, alguna rotura de las ideas rutinarias, de la manera habitual de ver pasar la vida, algún descubrimiento de misterios ordinariamente recubiertos, descubrimiento también por debajo de la conciencia, como la producción misma en el poeta, y que podía, entre otras manifestaciones, provocar unas peculiares lágrimas, como las del rapsoda Ión cuando recitaba a Ulises saltando sobre el umbral. Para qué esas lágrimas, descubrimientos y placeres pudieran a su vez servir, no lo vamos a seguir aquí indagando.

Pues bien, me pregunto ahora: ¿qué es lo que a mí, lector medio y del siglo casi XXI, me ha producido la lectura de este moreto a que se me ha invitado? El juego, tan hábil y cuidadoso como puedo ver que es, de sus palabras, ritmos y sintaxis. ¿me ha dado acaso algún placer (no una mera satisfacción de curiosidad informativa), un placer distinto de, pero tan vivo como el de un baile bien movido y el de un cuento bien contado? ¿He sentido, según lo leía, resquebrajarse algo en las entretelas lingüísticas de mi alma? ¿Romperse por momentos algunas de las ideas que me sustentan de ordinario? ¿Quedarme indefenso ante un vislumbre de que el tiempo y el mundo puedan no ser como yo creía? ¿Tengo la sensación acaso de que se me haya producido aquí, por bajo de la conciencia, algún descubrimiento de lo misterioso o lo imposible que pueda ser esto que suelo llamar vida? ¿Me ha palpitado acaso de un modo peculiar el corazón y se me han hinchado al menos los ojos con amenazas de algunas lágrimas? Bien. Aquí damos por terminado el experimento.

¿Ven ustedes cómo tenía razón en lo que les decía de que no están los tiempos para leer versos como éstos virgilianos ni cosa parecida? Ustedes se han leído éstos un poco forzados o engañados seguramente por mi invitación al experimento y por la aparición en tal revista. Pero den ustedes por muy probable que, aparte de ustedes, lectores que esto hayan leído, en todo este año

de bimilenario virgiliano no pasarán de una docena en el mundo de los que (fuera de algunas clases de filología latina) hayan tenido la ocurrencia de celebrar a Virgilio por el procedimiento de leer algunos de sus versos.

Y ¿qué es lo que ha pasado con la poesía? –me dirán tal vez ustedes. Pues miren: por decirlo pronto (que no se trata de entretenerse aquí con más análisis del hecho), lo que principalmente le ha pasado es que, bajo el dominio de la literatura, se ha venido volviendo cada vez más –¿cómo les diría?– semántica, significativa: en fin, que cada vez se ha ido imponiendo más la idea de que la poesía consiste en lo que dice, no en cómo; que consiste, verbi gracia, en la habilidad para sugerir, con lo que dice, recovecos de mundos fantásticos o secretos, o en la desgarrada sensibilidad que ella demuestra para con los horrores o glorias del ambiente del que habla, o en la sincera expresión de los más nobles o los más morbosos sentimientos del poeta; en fin, ya saben. Y desde el momento que la poesía consiste en eso, nada puede diferenciarla esencialmente de una novela o de un ensayo científico o de un planfleto político: pues también ellos pueden hablar de esas mismas cosas; y así las técnicas peculiares del uso de la lengua en la poesía se han ido perdiendo todas. Donde las diferencias entre una y otra obra son de orden semántico tan sólo, todo es más o menos literatura. Y ya se comprende que en tales condiciones poco tienen que pintar Virgilio ni el *Moreto* ni todos esos productos que sólo por respeto cultural se siguen considerando poesía, al menos en los manuales de literatura. Bien muerto está Virgilio, si alguna vez estuvo vivo.

Y todavía podría atreverme a añadir –si quieren– que este proceso de semantización, y por tanto desaparición, de la poesía, esta reducción de todo al asunto, al argumento y las figuras, tienen seguramente que ver con el progreso mismo de las condiciones de la vida humana en general: a saber, que cuanto más la vida (por necesidades de desarrollo del estado y el capital, de que ahora no vamos a ocuparnos) se vuelve uniforme y legislada (gris, como decía el otro: ¡trabajo y diversión, señores, que para eso se trabaja!), más se necesita que pasen cosas, aventuras, selváticas y extraterrestres si es preciso, y más por consiguiente tienen las masas (ustedes y yo, señores) que volverse ciegas a eso que la poesía quería acaso desvelar: que la vida corriente y cotidiana, si se la sintiera bullir como bulle por lo bajo, era una aventura imposible y un misterio sin orillas. (Agustín García Calvo.)



**TAPA Y FONDO** de un violín terminado, que fabricó la autora del artículo. Se aprecia aquí su parte externa, en oposición a la ilustración de la portada, que recoge la parte interior de la tapa y el fondo, sueltos y sometidos a ensayos acústicos. Dice la tradición que las tapas de los instrumentos de la familia del



violín deben construirse a partir de dos piezas de abeto de veta longitudinal, cortado en cuartos. El fondo suele construirse de dos piezas ensambladas o de una sola pieza de arce rizado. Las superficies externas se tratan con un tapaporos y un barniz, pero las interiores se dejan "al natural", sin proteger.

# Acústica de las tablas del violín

*Pruebas recientes de las propiedades vibratorias de la tapa y el fondo de un violín sin ensamblar nos descubren parte del secreto de los luthiers y de su habilidad en la construcción de buenos ejemplares*

Carleen Maley Hutchins

Uno de los grandes misterios de la historia de la música es el de la habilidad de los maestros luthiers de antaño. Sin más bagaje científico que un conocimiento empírico de la física y la acústica de su instrumento, esos artesanos construían violines que todavía hoy apreciamos por la nitidez y belleza de su sonido. A lo largo de 30 años, un sucinto grupo internacional, encuadrado en una organización denominada Catgut Acoustical Society (Sociedad Acústica de Cuerdas de Tripa) hemos venido utilizando los métodos más avanzados para el estudio de la física y la acústica de los violines y otros instrumentos de cuerda. De la primera parte de la investigación me ocupé hace 20 años en *Scientific American* [véase "The Physics of Violins", noviembre de 1962]. Pero el trabajo ha adelantado tanto que podemos ya afrontar con seguridad el tema de las propiedades de las tablas (la tapa armónica y el fondo), antes de su montaje para convertirse en un instrumento. En función de esos mismos descubrimientos, que iré desgranando a lo largo de la exposición, se pueden fabricar violines, y otros instrumentos de su propia familia, dotados de una buena sonoridad y excelente calidad de ejecución.

De acuerdo con el canon de la tradición, las piezas se tallan a partir de bloques macizos de madera: la tapa a partir de dos bloques adyacentes de abeto (*Picea abies*), de veta longitudinal, unidos por la mitad, y el fondo a partir de una sola o varias piezas ensambladas de arce (*Acer platanoides*), cuyas vetas transversales forman una "llama" o rizo. Varía tanto la madera de árbol a árbol, e incluso entre dos secciones contiguas del mismo tronco, que resulta imposible reproducir punto por punto las piezas de un violín óptimo y conseguir así otro con el sonido y la calidad de ejecución del patrón original. Para obtener una réplica de un buen violín no basta con reproducir milimétricamente

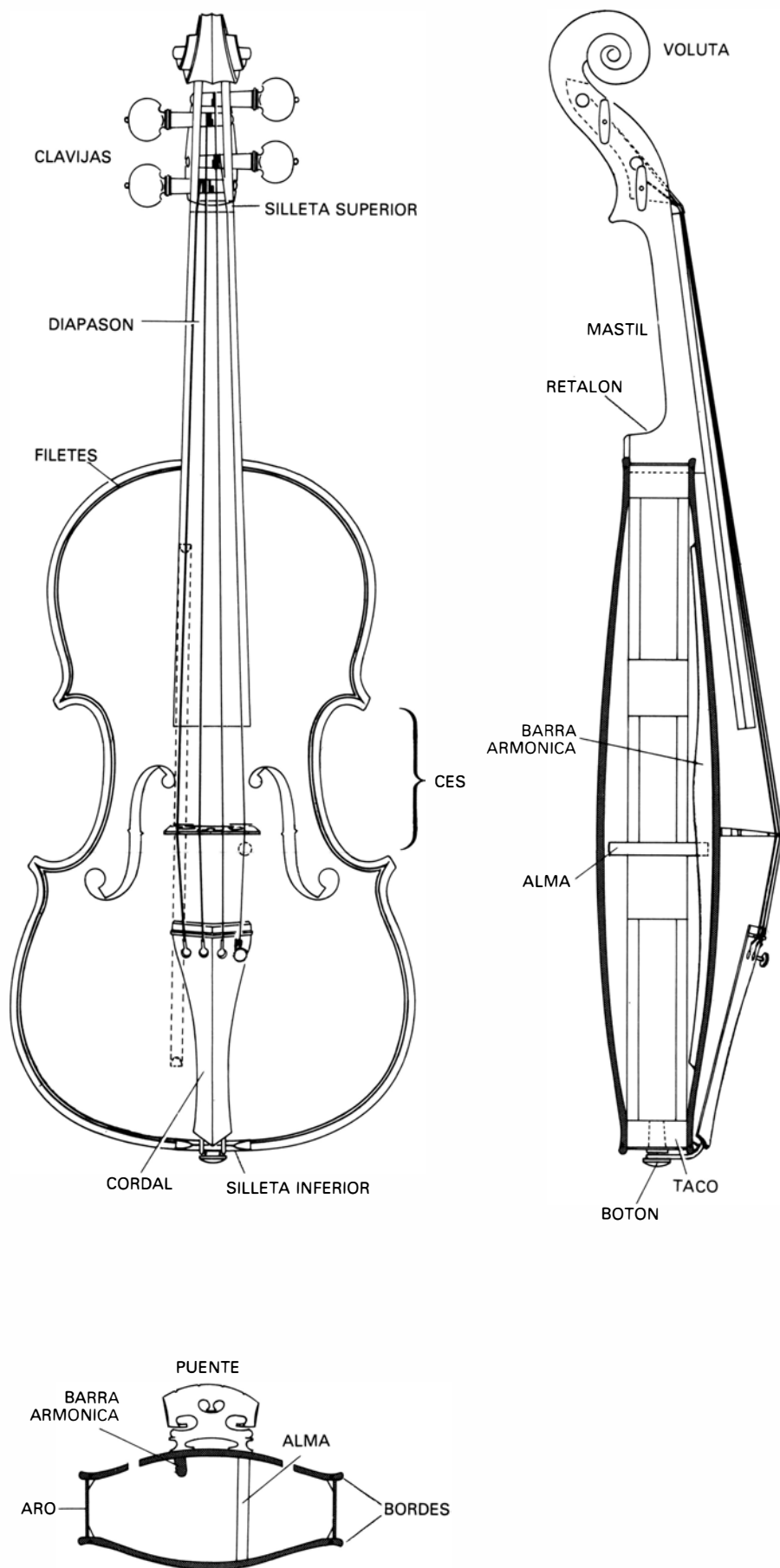
sus medidas geométricas; hay que prestar atención, además, a las mediciones relativas a las propiedades vibratorias de la madera.

La larga investigación, cuyas conclusiones expondremos, descansa, en buena parte, en la experiencia de los maestros luthiers y aporta nuevas soluciones a la cuestión formulada en 1830 por Félix Savart, que fuera médico y físico a la vez. "¿Qué sonidos, preguntó, deberían producir la tapa y el fondo de un violín antes de su ensamblaje?" Gracias a la generosa cortesía del famoso luthier francés Jean Baptiste Vuillaume, Savart tuvo la oportunidad de ensayar con tapas y fondos de una docena de violines que habían construido Antonio Stradivari y Giuseppe Guarneri (¡nada menos!). Aplicó un aparato de medida que él mismo se había diseñado basándose en una técnica desarrollada por su amigo Ernst F. F. Chladni. Por el método de Chladni pueden observarse los modos propios, o modos normales de vibración, de una tabla plana en posición horizontal, espolvoreándola con limaduras y haciéndola vibrar. A ciertas frecuencias, las así llamadas frecuencias propias, las limaduras se desplazan, por efecto de la vibración, hasta zonas nodales, no sometidas a vibración, creándose en la tabla unas configuraciones en nodos y antinodos a unas frecuencias de resonancia muy definidas. Esas resonancias, o modos normales, son resultado de las características físicas de rigidez y masa, que originan unos patrones de ondas estacionarias en respuesta a la vibración a determinadas frecuencias, específicas de cada tabla. La respuesta que Chladni dio a la pregunta de Savart fue: "Hemos observado que en los buenos violines el tono varía entre el  $do_3$  # (el 3 indica la octava) y el  $re_3$ , para la tapa, y en el caso del fondo se halla entre el  $re_3$  y el  $re_3$  #, de forma que entre ambos siempre existe un intervalo comprendido entre un semitono y un tono."

Posteriormente, otros investigadores realizaron mediciones vibratorias sobre tablas de violín, tanto libres como ya ensambladas, y analizaron las características sonoras resultantes. Especial interés revistió el trabajo realizado por el acústico y luthier Hermann F. Meinel, en Berlín, en la década de 1930, quien estableció la correlación entre el grueso de las tablas y los modos de vibración, la intensidad del sonido y el timbre. Meinel también estableció las limitaciones de la construcción de violines de forma empírica y observó los efectos de las características de la madera, la curvatura de las tablas y el barniz. Estudió la posibilidad de mejorar un violín en una determinada región de frecuencias raspando la madera en una zona bien definida, de acuerdo con los trabajos de Hermann Backhaus, pero llegó a la conclusión de que no siempre los resultados eran satisfactorios, pues dependían del estado físico del violín. Este trabajo expone un problema básico de la construcción de violines: una pequeña modificación, que puede mejorar espectacularmente un instrumento, puede influir negativamente en otro; tal es la variabilidad de la configuración de los modos de vibración y de la rigidez de las tablas.

En 1950, conjuntamente con el físico Frederick A. Saunders, de la Universidad de Harvard, inicié un estudio con el propósito siguiente: verificar los descubrimientos de Savart y desarrollar nuevos sistemas de medición vibratoria que correlacionaran las características propias de flexión de cada par libre de tapa y fondo con la sonoridad y calidad de ejecución del instrumento montado. Ya en 1960 los resultados de unos 200 ensayos realizados con violines y violas en fase de construcción confirmaron el principal descubrimiento de Savart: se dice que un instrumento es óptimo desde el punto de vista musical cuando el tono principal de la tapa y el del fondo



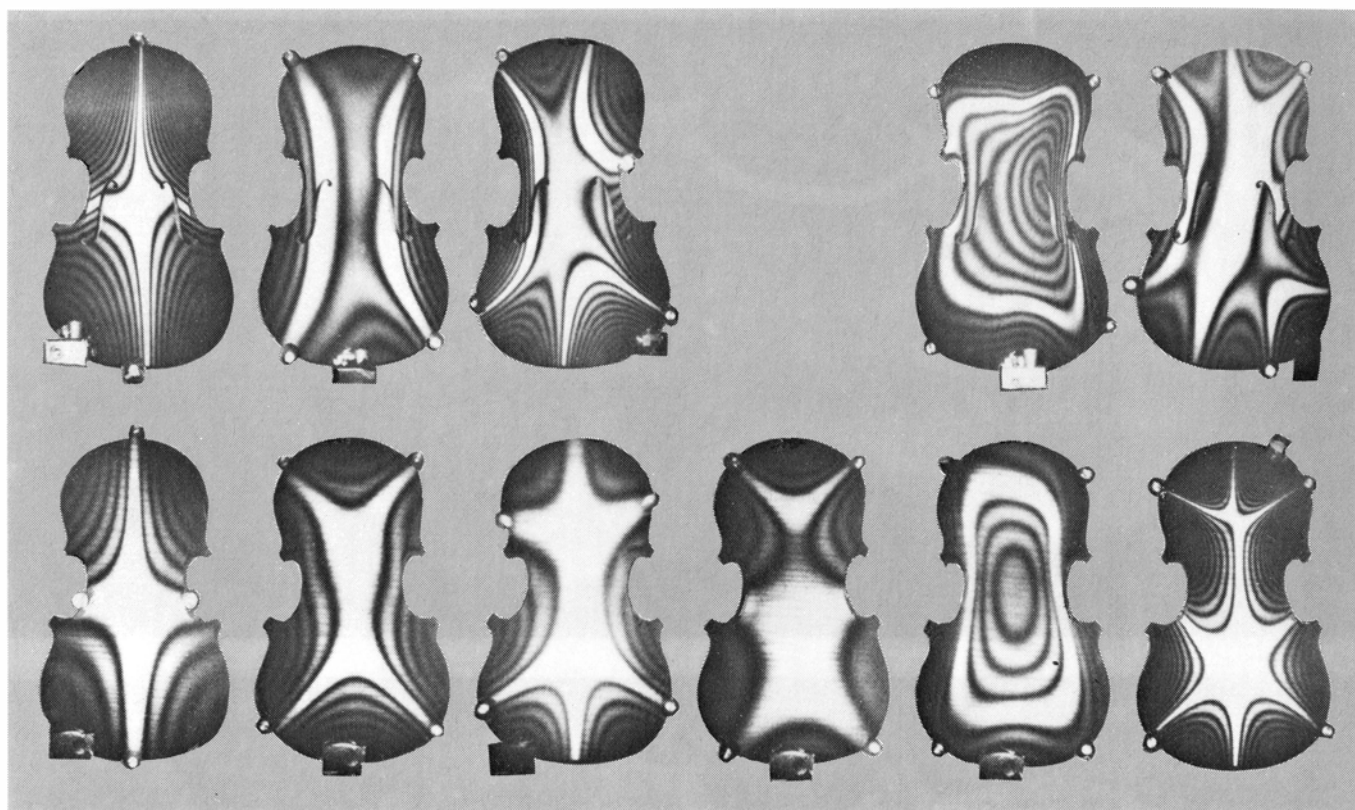


**PARTES COMPONENTES DE UN VIOLIN**, representadas en una vista superior, en sección y en vista lateral. La línea de color señala por dónde se corta. Tamaño y proporciones aparte, los elementos componentes de un violín, una viola y un celo, o los de la nueva familia "violínistica", son muy parecidos.

difieren en un intervalo de un tono o un semitono. En el lenguaje de los luthiers, se llama tono principal de una tabla al que se percibe cuando la percutimos. Nuestras observaciones pusieron de manifiesto que las frecuencias reales podían variar mucho, que el tono producido por percusión de la tapa podía ser más alto que el del fondo, o a la inversa, y, no obstante lo anterior, conseguirse un instrumento con buena sonoridad.

Pero esas observaciones no eran suficientes a la hora de explicar el descubrimiento aludido: cuando se ensamblan los pares de tablas libres, no siempre resultan instrumentos dotados de las cualidades esperadas en lo concerniente a sonido y ejecución. Sin motivo que lo justificara, a veces salía un ejemplar mucho mejor que el resto. Y otras, mucho peor. Saunders falleció en 1963. Proseguí, ya sin él, buscándoles solución a esos hechos incongruentes. De mis manos salieron 160 instrumentos más de la familia del violín, a los que sometí a su correspondiente ensayo. (La familia del violín comprende, además del violín propiamente dicho, la viola, el violoncelo y el contrabajo tradicionales. Algunos instrumentos nuevos y revisados, que se desarrollaron con los métodos de prueba descritos aquí, forman el "octeto violinístico", englobados en la designación general de violín: tiple, soprano, mezzo, contralto, tenor, barítono, bajo y contrabajo.) He examinado los instrumentos con el método de Chladni, por supuesto; pero también por otros modernos: interferometría holográfica y análisis en tiempo real. Antes de aplicar cualquier método, sin embargo, conviene dominar el oficio de luthier, de suerte que el instrumento se construya de acuerdo con los principios más exigentes de pura escuela artesanal. Yo aprendí el oficio por los años 50; pasé primero por el taller de Karl A. Berger y seguí en el de Simone F. Sacconi, con el apoyo alentador de Rembert Wurlitzer. Fueron ocho años de trabajo lento y paciente.

Las propiedades vibratorias de la tapa y el fondo resumen la historia que haya atravesado la madera de origen. (El tiento y el conocimiento que el luthier aporta a la hora de escoger un tronco constituyen ya, de suyo, todo un saber arcano.) La tradición impone también, entre sus reglas, que las "hojas" —piezas alargadas de madera de longitud precisa, cortadas y serradas a rebanadas en secciones "cuarteadas" del tronco— hayan pasado por una larga



**CONFIGURACIONES VIBRATORIAS** de una tapa y un fondo sueltos de un violín (la tapa, entera, con los oídos en forma de *f* y la barra armónica), que la interferometría holográfica ha permitido visualizar. A partir del modo de frecuencia más baja, reciben la denominación de modo 1, modo 2, etcétera. La serie superior de interferogramas muestra las configuraciones de los modos a las frecuencias que se forman en esta tapa: 80, 147, 222, 304 y 309

hertz. (Falta el modo 4.) La serie inferior presenta los primeros seis modos del fondo, a 116, 167, 222, 230, 349 y 403 hertz. Hay muchos modos más de resonancia a frecuencias superiores. En todos los instrumentos de la familia del violín la configuración de los modos inferiores de resonancia es muy regular, si bien las frecuencias varían con las dimensiones, el grosor y la rigidez de la tabla. Lo ideal es que los modos 1, 2 y 5 formen una serie armónica.

maduración y que se guarden almacenadas, apiladas, en cobertizos al aire libre, durante un período de cinco a diez años, en el caso del abeto, y un tiempo un tanto más dilatado para el caso del arce. Hay maestros exigentes que sostienen que la madera debiera madurar, por lo menos, durante 50 años. Opinión que comparten agrónomos expertos en maderas; en efecto, a medida que madura la madera aumenta, al parecer, la proporción de zonas cristalinas con respecto a las zonas amorfas en su estructura celular. Lo que encaja perfectamente en la tradición de este arte, pues el material amorfo absorbe y pierde agua con facilidad, cosa que no ocurre con material cristalino. Quizás esa propiedad explique la razón de que muchos instrumentos antiguos sean menos susceptibles a las variaciones de humedad que los modernos.

¿Qué propiedades de la madera de la tapa y el fondo, tan esmeradamente seleccionados por el maestro artesano, son las más importantes para la sonoridad de un buen instrumento? Los técnicos en la materia suelen mostrar acuerdo en cinco puntos básicos: elasticidad en sentido longitudinal y

transversal de las vetas, cizallamiento, rozamiento interno (amortiguación) que se refleja en la disipación de energía, densidad y velocidad del sonido en la madera.

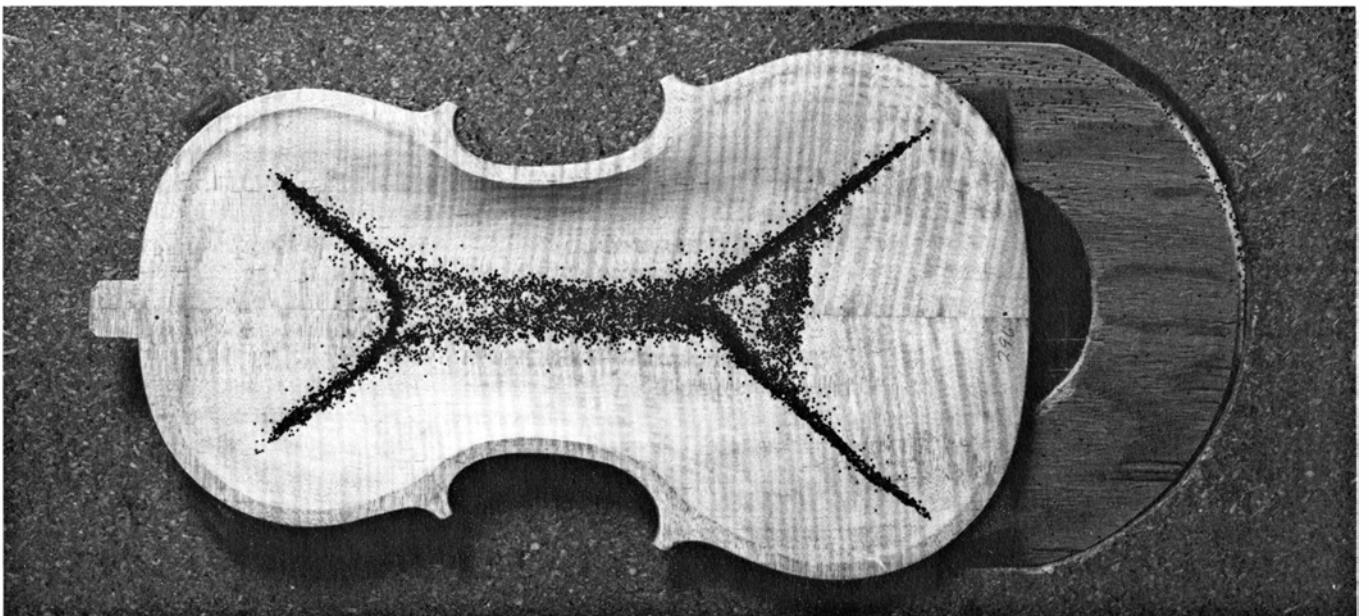
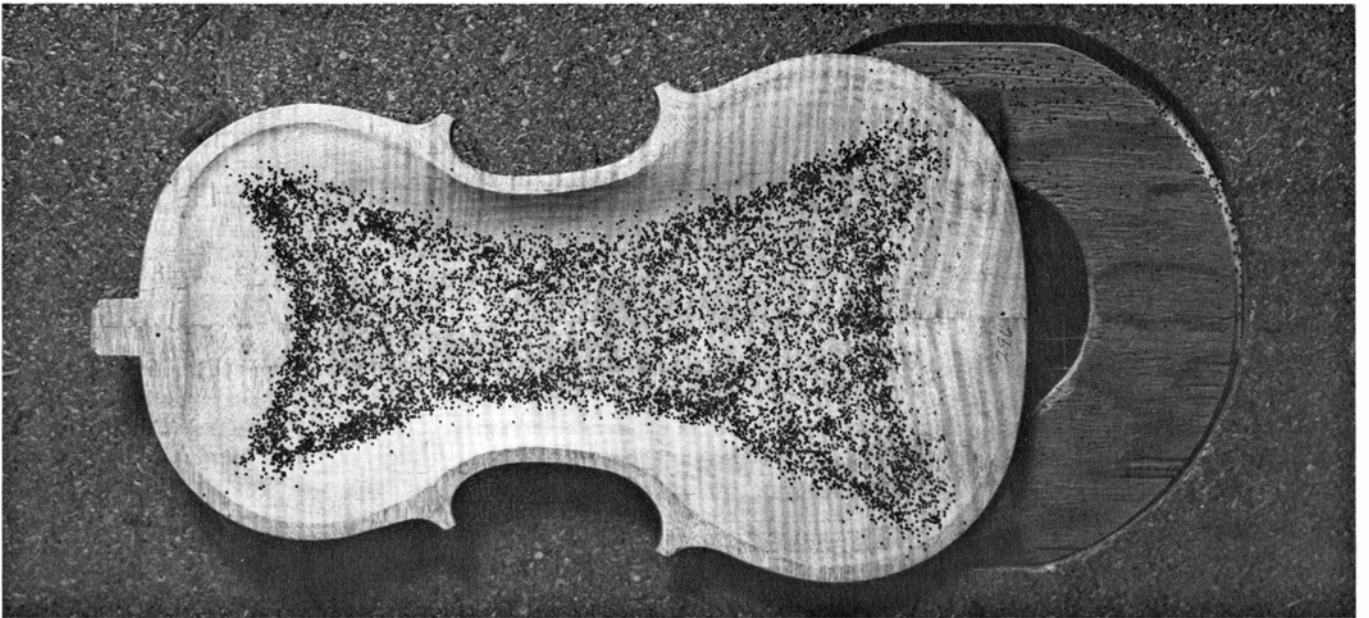
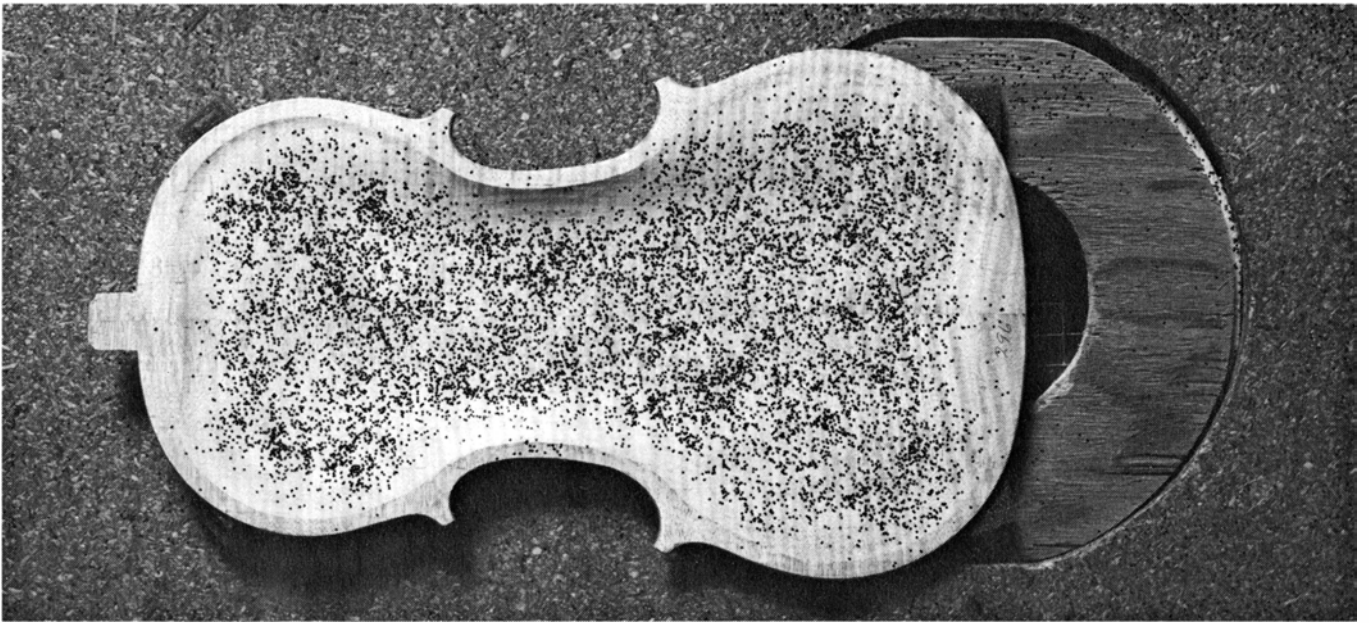
Los aspectos más importantes de la elasticidad hallan su expresión en los valores del módulo de Young en sentido longitudinal y transversal a las vetas. El módulo de Young mide la resistencia a la flexión y a la tracción local del material. Es el cociente entre la fuerza local aplicada por unidad de superficie y la correspondiente variación resultante en longitud. El cizallamiento, por su parte, es una medida de la resistencia a la torsión. (Lo que se observa cuando empujamos lateralmente la parte alta de un libro macizo que descansa horizontalmente sobre una superficie plana: se desplaza la tapa superior con respecto a la que roza la superficie.)

El rozamiento interno o amortiguación mide la cantidad de energía disipada con respecto a la energía almacenada elásticamente. Esa razón puede expresarse de múltiples formas. Así, mediante el tiempo de amortiguación: a lo largo del cual subsiste la vibración tras suspender la excitación. El buen luthier busca un tiempo de amortiguación lar-

go, cuando afina una tabla de violín. Otra manera de expresar el rozamiento interno es a través de la amplitud del intervalo de frecuencias: gama en cuyo ámbito hay respuesta a la excitación continua a medida que la frecuencia varía en torno a una resonancia. La amortiguación recibe generalmente el nombre de “factor de calidad”, simbolizado por *Q*. Cuanto mayor sea el valor de *Q*, tanto menor será la amortiguación.

La densidad representa la masa de un cuerpo por unidad de volumen. Se obtiene dividiendo la masa de una pieza paralelepédica de madera por el producto de su longitud, su anchura y su altura. Para hallar la velocidad se divide el módulo de Young por la densidad y se extrae luego la raíz cuadrada del resultado. A este respecto, una de las características buscadas en el abeto del que se tallará la tapa armónica de un instrumento musical es un alto cociente entre rigidez y densidad, índice de una rauda velocidad del sonido.

En la investigación científica de las tablas del violín surgen dos problemas fundamentales. Primero, ¿qué mecanismos físicos intervienen en la tapa y el fondo, sueltos, cuando se someten a flexión, se sujetan y se percuten ligera-



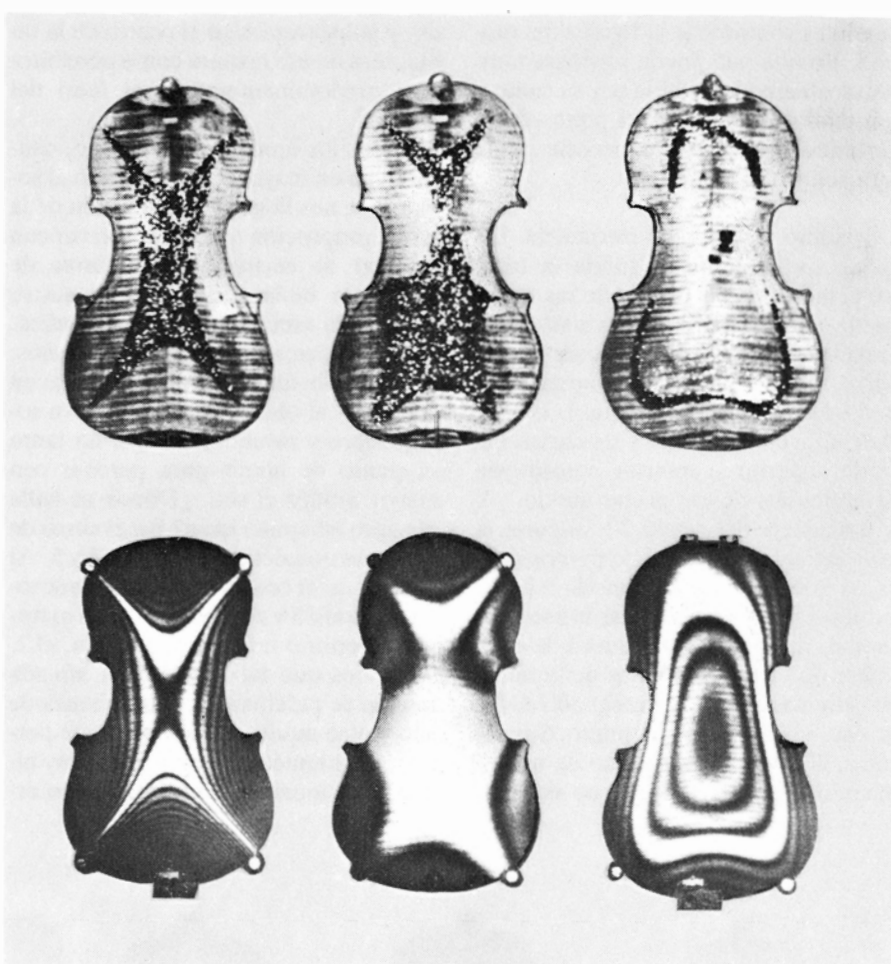


mente? Y segundo, ¿puede la medición de estos mecanismos y sus componentes dar una información práctica sobre el sonido y las propiedades de ejecución que tendrán las tablas, una vez ensambladas en el instrumento acabado?

Para abordar esas cuestiones examinamos cuantos mecanismos se daban cita en la tabla y realizamos miles de comparaciones entre los modos propios de tablas sueltas y el sonido y la calidad de ejecución de esas mismas tablas una vez montadas. Las principales características de los modos propios se aprecian fácilmente gracias a la modificación de la técnica de Chladni que utilizamos. Se coloca una tabla libre, en posición horizontal, sobre un altavoz, con el interior mirando hacia arriba, como si fuera un plato. Al emitir el altavoz una señal sinusoidal (una señal con una frecuencia única), barriendo a lo largo del campo de frecuencias que interese, las limaduras espolvoreadas sobre la tabla formarán configuraciones características a determinadas frecuencias, específicas de cada tabla.

Se consiguió una observación más nítida de las configuraciones de los modos con el láser; esa nueva técnica permitió aplicar la interferometría holográfica al caso de las tablas del violín. Pionero en ese tipo de análisis fue, por los años 60, Karl A. Stetson, quien obtuvo interferogramas que reflejaban los modos de flexión (algunos con amplitudes de tan sólo unos pocos micrometros) cuando las tablas vibraban a sus frecuencias de resonancia.

En ambos métodos se observa que las configuraciones de los modos de los instrumentos de la familia del violín siguen una secuencia similar en todos los tamaños de tablas sueltas. De ahí que se les haya denominado modo 1, modo 2, etcétera, empezando con el de menor frecuencia. Si bien las configuraciones de los modos son similares para todos los miembros de la familia del violín, las frecuencias en las que se producen son propias de cada tabla. Por lo general, cuanto mayor es la tabla, menor es la frecuencia del modo; pero incluso entre piezas del mismo tamaño



DOS TECNICAS seguidas en la presentación de los modos propios de una tabla libre de violín. En las fotografías de la parte superior se recogen las configuraciones Chladni del fondo a frecuencias de 165, 225 y 357 hertz. Los interferogramas por láser de la misma tabla a una humedad relativa diferente se muestran en las fotografías de la parte inferior. Corresponden a 165, 222 y 348 hertz. Las configuraciones nodales que se presentan en los interferogramas como amplias zonas blancas, aparecen en las configuraciones de Chladni como formas oscuras. La técnica láser no sólo es más sensible que el método Chladni a las pequeñas vibraciones de una tapa o un fondo sueltos, sino que también revela, mediante las líneas estrechas y oscuras características de las interferencias, el movimiento de los antinodos de una tabla.

hay considerables variaciones en las frecuencias de los modos.

Los modos más importantes en la afinación del violín parecen ser el 1, el 2 y el 5. El 1 supone una torsión de la tabla; se dobla una esquina de un extremo hacia arriba y la esquina contraria del otro extremo hacia abajo. Cuando un luthier sujeta una tabla con una mano en cada extremo y la retuerce para valorar al tacto su "resistencia", está, de hecho, estableciendo las principales características de rigidez del modo 1.

Si sostiene un extremo de la tabla con ambas manos, con los pulgares en la parte superior y los dedos extendidos en la parte inferior de la madera, apretándola y doblándola ligeramente para estimar su rigidez transversal a la veta, primero en un extremo y después en el otro, compara la rigidez relativa del modo 2 en los dos extremos. Algunos luthiers obtienen prácticamente el mismo resultado apoyando, sobre una superficie plana, una tabla con su parte curvada hacia arriba (las tablas están curvadas hacia el exterior en el instrumento terminado) y colocando un plato llano con agua, primero sobre la región superior de la tabla y, después, sobre la región inferior; aprietan luego suavemente sobre la tabla para comparar cómo se mueve el agua en cada caso.

Si el luthier sostiene una tabla por sus dos extremos con las yemas de los dedos y aprieta hacia abajo, en el centro, con sus pulgares, lo que está ha-

**METODO CHLADNI** para observar los modos propios de una tabla libre de un violín, aplicado en el taller de la autora. En las fotografías de la página contigua, la tabla, un fondo de violín, está montada sobre un altavoz, mirando hacia arriba y apoyada sobre cuatro elementos de goma espuma. Cada apoyo está situado de tal forma que sostiene la tabla en un punto nodal (no vibrante) y el altavoz está centrado con el antinodo del modo que se ensaya. Se espolvorean partículas finas de aluminio u otro tipo de polvo sobre la tabla (*arriba*). Cuando el modo de la tabla entra en resonancia en respuesta a un determinado sonido con una única frecuencia, emitido por el altavoz, las partículas empiezan a brincar (*centro*). El vigoroso movimiento de flexión de las regiones antinodales desplaza a las partículas hacia las zonas nodales de la tabla, que no vibran, formándose así las configuraciones nodales y antinodales típicas del correspondiente modo. En estas fotografías se observa la aparición de una configuración del modo 2 (*abajo*). La técnica, una versión modificada del método de ensayo inventado en el siglo XVIII por Ernst F. F. Chladni, se utilizó también para obtener las configuraciones de los modos 1, 2 y 5 representados en la cubierta.

ciendo es comprobar la rigidez del modo 5. Prueba que puede repetirse también sosteniendo la tabla por su canto y apretando ligeramente el punto de la curvatura contra una superficie plana para sentir la flexión.

¿Cómo activar la frecuencia del modo 1? Si se sujeta la tabla por el punto medio de uno de sus extremos y se la percute con suavidad con la yema de un dedo por los bordes superior e inferior, se activará apreciablemente la frecuencia del modo 1: el punto de apoyo es un nodo y las curvas del borde superior e inferior constituyen los antinodos de ese primer modo. ¿Y la frecuencia del modo 2? Sujétese la tabla por uno de los cuatro puntos donde las líneas nodales del modo 2 intersectan los bordes y percútase la zona antinodal, junto a la línea central de cualquiera de los dos extremos de la tabla; habremos activado así el segundo de los modos. Vayamos con el quinto. Sujetaremos la tabla por un punto de una línea nodal, casi oval, propia de este mo-

do, y golpearemos en el centro de la tabla; será de esa manera como percibiremos predominantemente el tono del modo 5.

Todos los modos, sin embargo, contribuyen en mayor o menor grado al sonido que nos llega de la percusión de la tabla, proporción que tiene que ver con el lugar de excitación y la forma de sujetar la tabla. Cuando un maestro sostiene la tabla entre pulgar e índice, aferrados cerca de uno de los extremos, al lado de la línea central, y percute en el centro, al objeto de distinguir un sonido claro y rotundo, moverá un tanto su punto de apoyo para percibir con mayor nitidez el son. ¿Dónde se halla el punto de apoyo ideal? En el curso de las líneas nodales de los modos 2 y 5. Al golpear en el centro se activa, sobre todo, el modo 5 y percutiendo en el extremo superior o inferior de la tabla, el 2. Sabremos qué tabla está bien afinada cuando se perciban las aportaciones de uno y otro modo en cada punto de percusión, obteniéndose un sonido muy nítido si los modos 2 y 5 forman un inter-

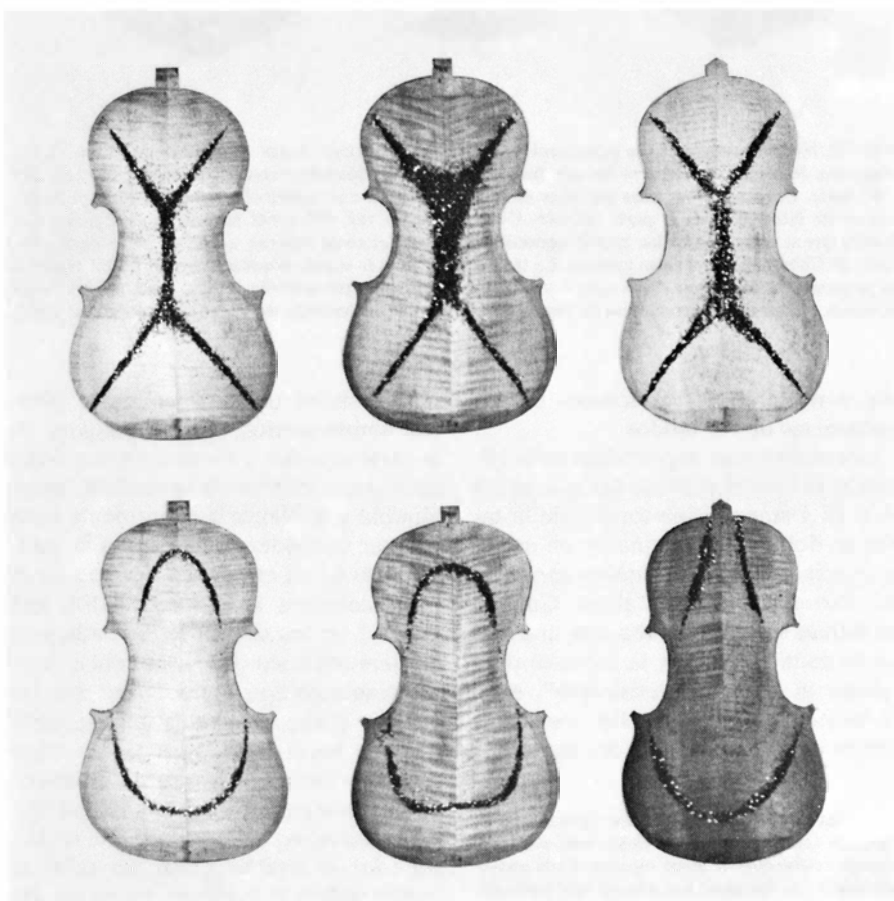
valo de octava. Pero si la tabla no está bien afinada, será difícil identificar, de oído, la frecuencia del sonido dominante. Esas oscilaciones pueden servirnos para explicar la diversidad de interpretaciones que dan los artesanos a los sonidos de una tabla y sus discrepantes puntos de vista sobre qué hacer con ellos.

La evolución que siguen las características de los modos propios de un par de tablas sueltas hasta que componen el violín acabado, listo para tocar, es muy complicada y no se conoce en todos sus pormenores. El análisis teórico de una sola tabla deberá tomar en consideración nueve parámetros como mínimo, cuyo cálculo requiere una gran habilidad técnica, amén de un tiempo y dinero que no están al alcance de cualquiera.

En el violín terminado, se hallan las tablas encoladas a las nervaduras o aros laterales del instrumento. Las ligaduras de los bordes resultantes inciden, de múltiples formas, en los modos de las tablas. Se crea, además, un nuevo juego de resonancia de acoplamiento en virtud de la interacción de las dos tablas a través de los aros y el alma (varilla de abeto del tamaño de un lápiz, sujeto por rozamiento entre la capa armónica y el fondo, y situada casi bajo el pie de la parte aguda del puente). Aparecen asimismo resonancias adicionales por mor del acoplamiento entre la madera de la caja y los modos de vibración de la masa de aire encerrada en su interior.

Había que acotar la incidencia de las distintas características de los modos de las tablas sueltas en esas exigencias y acoplamientos tan complejos. Para ello recurrimos al método, largo y laborioso, de construir instrumentos de la familia del violín, de todos los tamaños. Se seleccionaba con sumo cuidado la madera. Se tallaban las tablas. Se afinaban los modos propios. Montábamos el instrumento. Se sometía a prueba. Más de una vez tuvimos que desmontarlo, volver a afinar las tablas y ensamblarlas, repitiendo los análisis técnicos y musicales.

La posibilidad de estudiar las tablas sueltas de un buen ejemplar de concierto parece, siempre, un método ideal para recabar información relativa a los modos propios de las tablas que lo componen. Importa sobremedida examinar la tapa armónica y el fondo al mismo tiempo, debido a las variaciones que sufre la madera con los cambios de temperatura y humedad relativa, aun-



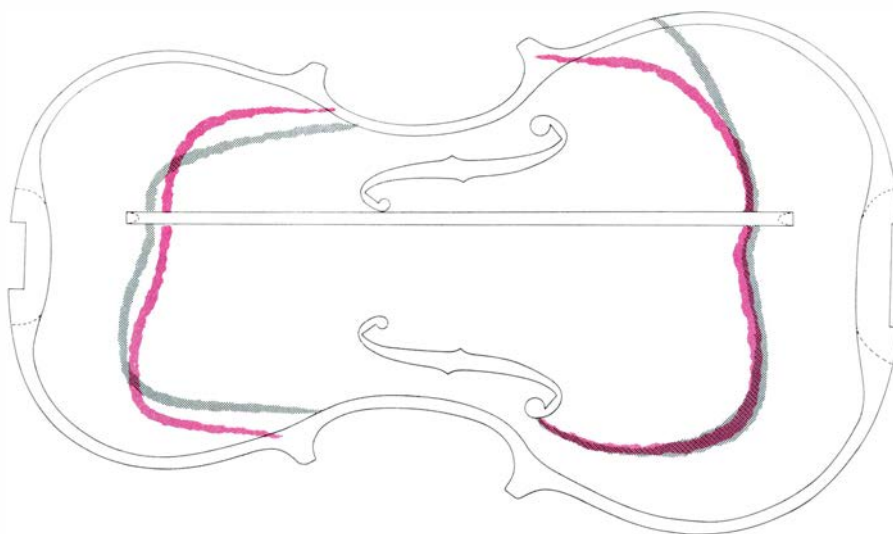
**PARA SABER SI UNA TABLA ESTA O NO BIEN AFINADA** se recurre al método de Chladni. Cada par de fotografías, arriba y abajo, representa los modos 2 y 5, respectivamente, de un fondo de violín. En la tabla izquierda, los modos están bien afinados. En la central, las zonas nodales del modo 2 son demasiado anchas en la parte superior, lo que indica que la parte superior de la tabla ofrece una excesiva rigidez. En la tabla derecha las zonas nodales del modo 5 se alargan hacia el borde superior, en vez de cerrarse y formar un arco. Esto sucede cuando la tabla es demasiado gruesa entre las ces y el borde superior.

que conseguir una tapa armónica y un fondo cabales de un buen violín sea sueño poco menos que imposible. Ni siquiera para una reparación a conciencia, el maestro luthier desmonta las dos tablas a la vez, a no ser que el instrumento se halle en un estado deplorable.

La gentileza de dos artesanos nos ha permitido comprobar los pares de tablas de dos ejemplares de concierto: un Stradivarius de 1713 y un Guarnerius del Gesù de 1737. Con ellos hemos realizado ensayos comparativos una vez ensamblados de nuevo. Aunque sacamos un sustancioso partido de su estudio, las reparaciones a que se les hubo de someter fueron muy importantes y resultó imposible hacerse una idea exacta de su condición original. Si a ello sumamos los cambios que han sufrido los violines construidos con anterioridad a 1800, a fin de ampliar su potencia sonora (mástil más largo, mayor ángulo de diapason, puente más alto y una barra armónica más pesada por ende, lo que obligaba a raspar el interior de la tapa armónica), difícilmente podrá conjeturarse qué pretendieron sus primeros constructores.

A lo largo de nuestro trabajo investigador hemos examinado muchos y buenos ejemplares a punto para ser tocados, modernos y antiguos. El interés y la cooperación de sus propietarios facilitaron nuestra tarea. Sin vana modestia puedo ufanarme de haber adquirido así una experiencia basada en más de 800 ensayos sobre todo tipo de instrumentos de la familia del violín, con una gran variedad en sus cualidades musicales. Desde la curva de respuesta de un famoso violín Guarnerius del Gesù, construido en 1731, hasta la de un violín de construcción reciente basado en un modelo Stradivarius; uno y otro presentan características muy parecidas. Las curvas reflejan una reducción de la amplitud de las resonancias en la región de 1,5 kilohertz y un incremento en la región comprendida entre los 2 y los 3 kilohertz. Esta característica ha sido considerada por Meinel y otros típica de la curva de respuesta de los violines musicalmente más apreciados.

Nuestro proceso de afinación de tablas libres se inicia con un par, tapa armónica y fondo, casi terminado, de algún instrumento de la familia del violín. Se pulen y tallan las curvas externas hasta que alcanzan su forma final. Se recortan los oídos en forma de *f* de la tapa armónica y se coloca la barra armónica (pero no se le da forma), se encolan los filetes (las tres tiras de madera blanca y negra que se insertan alrede-



**EFFECTO DEL BARNIZ** sobre la superficie exterior de una tapa libre de una viola. Queda patente al observar la variación de la configuración Chladni del modo 5 en su superficie interior. Las líneas grises muestran las configuración del modo 5 en la tabla afinada antes de su montaje, cuando ya se ha aplicado a la superficie exterior el tapaporos y dos capas de barniz. Las líneas de color muestran la configuración en la tabla libre, una vez terminada la viola (con un total de siete capas de barniz de aceite) y habiendo tocado con ella dos años. Barniz y tapaporos ayudan a proteger la madera y a atemperar los efectos de la variación de humedad, pero también alteran las características sonoras del instrumento. Estas características siguen variando durante un período aproximado de dos años, hasta que se endurece el barniz.

dor de los bordes de las dos tablas) y se terminan los bordes. Se ha observado también que antes, con varios meses de antelación, conviene aplicar al exterior de las tablas el tapaporos, o material de relleno, y, por lo menos, dos capas de barniz.

A medida que el artesano alisa y raspa la madera del interior del par de tablas del violín, de forma que la tapa quede con un grueso de entre tres y cuatro milímetros, y el fondo de entre tres y seis milímetros, flexiona las tablas con los dedos, sosteniéndolas y percutiéndolas de muchas maneras. Toma nota de la rigidez de la madera y busca ciertos sonidos a medida que va limando la madera, por distintos puntos y unas décimas de milímetro por vez. Aprender a palpar la madera y reconocer los sonidos adecuados de las dos tablas libres son habilidades fundamentales para la buena labor del maestro. Ello lleva años de trabajo y experiencia.

Para descubrir qué siente y percibe el luthier en sus tablas, hermosamente talladas, nos valimos en nuestros ensayos de la exploración atenta de los modos 1, 2 y 5, a través sobre todo del método de las configuraciones de Chladni. Sea un par de tablas, tapa y fondo: se comprueba cada modo registrando su frecuencia, amplitud, *Q* y configuración nodal; se realizan ajustes de las frecuencias de los tres modos

hasta obtener ciertas relaciones, en la medida de los posibles, en cada tabla y entre una y otra. Evaluábamos el instrumento, ya acabado, por su curva de respuesta, curva de intensidad y comentarios de los intérpretes.

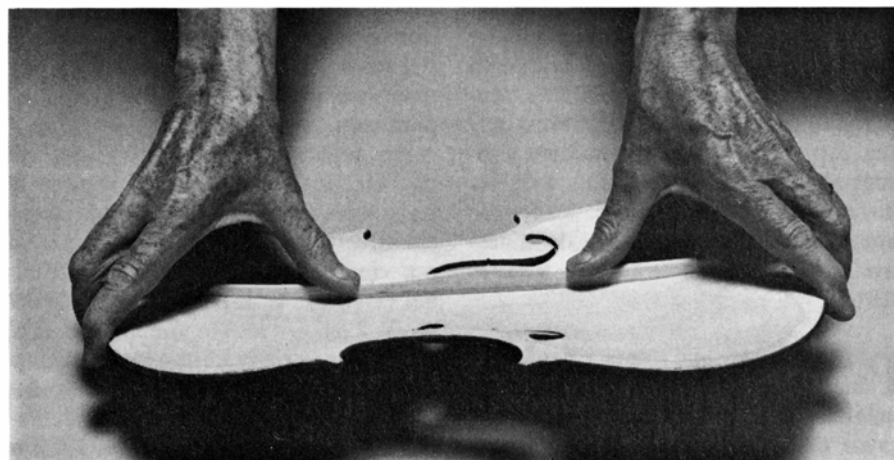
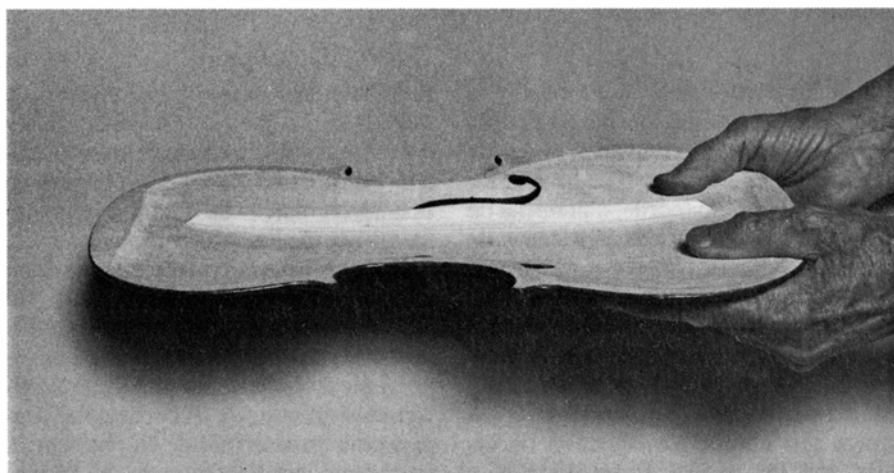
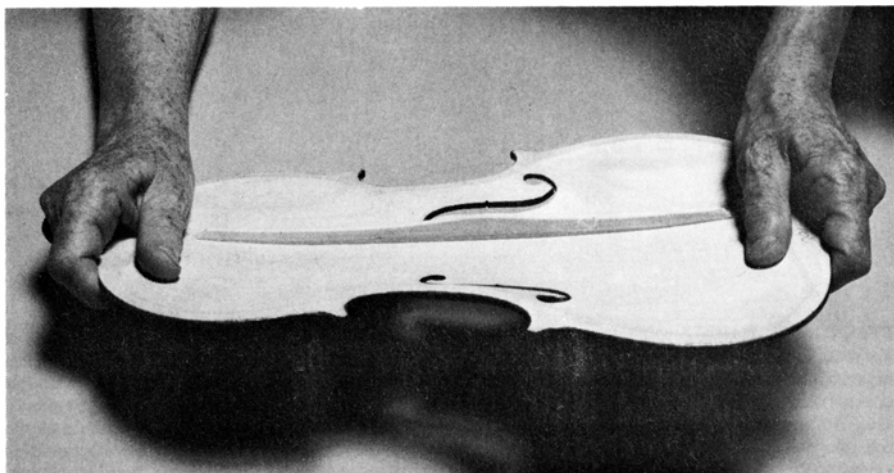
De nuestro trabajo resaltaría cinco puntos como hallazgos a destacar. En primer lugar, podremos asegurar que el instrumento es de buena calidad cuando el modo 5 tiene una amplitud relativamente grande y la frecuencia de la tapa forma un intervalo de un tono con la frecuencia correspondiente al fondo. En el caso de que la frecuencia del quinto modo de la tapa sea superior a la del fondo, la calidad sonora suele ser más “brillante”. Y más “obscura” en el planteamiento contrario.

En segundo lugar, hablaremos de una ejecución suave y fácil cuando la frecuencia del modo 2 de la tabla se encuentra dentro de un margen del 1,4 por ciento (unos 5 hertz en las tablas del violín y la viola) de la frecuencia del modo 2 del fondo. En tercer lugar, si el modo 5 muestra la misma frecuencia en ambas tablas, tapa y fondo, la frecuencia del segundo modo de la tapa debería inscribirse en el margen del 1,4 por ciento de la frecuencia correspondiente al fondo; de otra suerte, nos hallaríamos ante un instrumento de difícil dominio, que emitiría una sonoridad áspera y cascada. En cuarto lugar, se obtienen violines de calidad excepcional cuando los modos 2 y 5 forman un in-



tervalo de aproximadamente una octava en cada tabla, y a frecuencias iguales corresponden amplitudes elevadas en una y otra tabla. Por último, una poster señal de destreza es la de situar la frecuencia del primer modo de la tapa a un intervalo de octava por debajo de la

del modo 2, de suerte que los modos 1, 2 y 5 formen una serie armónica. No es tarea fácil, aunque sí posible, ajustar la frecuencia del modo 1 de la tapa a esa relación, ajuste que no cabe en el fondo debido a la diferencia estructural que media entre ambas tablas.



**ENSAYO MANUAL** para observar las propiedades de la madera, que genera los modos 1, 2 y 5, los más importantes en la afinación. El luthier lo realiza flexionando la tabla de diferentes maneras. Cuando el artesano sostiene la tabla por los dos extremos y torsiona una esquina hacia arriba y la otra hacia abajo, varias veces (*arriba*), prueba la rigidez que define el modo 1. Cuando sostiene un extremo de la tabla con ambas manos, con los pulgares encima y los dedos extendidos debajo (*centro*), apretando y doblando la madera ligeramente, primero en un extremo y después en el otro, comprueba y compara algunas de las características de rigidez correspondientes al modo 2, en la zona superior e inferior. Cuando sostiene la tabla con las yemas de los dedos y aprieta hacia abajo en el centro con sus pulgares (*abajo*) comprueba algunas de las características de flexión del modo 5. Las manos de la fotografía son las de la autora.

Cuesta muchísimo menos establecer estas conclusiones que llevarlas a la práctica real. Surgen un sinnúmero de problemas a la hora de concretar las relaciones óptimas de los modos y frecuencias propias. Dificultades que tienen que ver, fundamentalmente, con los cuatro factores siguientes: adelgazamiento selectivo de la tabla para ajustarla a las características deseadas del modo, efectos de los recubrimientos (tapaporos y barniz), variaciones en la humedad relativa y temperatura ambiente y ciertas propiedades físicas peculiares de la madera seleccionada para la tapa y el fondo.

El raspado de la superficie de la tabla de madera rebaja, evidentemente, el grosor y la rigidez, al tiempo que modifica su capacidad para absorber energía. Así pues, la frecuencia y la forma de un modo pueden ajustarse selectivamente sólo hasta cierto punto limando la tabla unas décimas de milímetro cada vez en la parte interior de la curvatura, cuando se halla a un milímetro aproximado de su grosor final. La regla general afirma que, si se quita madera de una región con una curvatura muy pronunciada de un modo particular, la tendencia será a reducir su frecuencia; y que si se elimina de una zona de escasa curvatura, aumentará la frecuencia. ¿En qué se funda esa norma? Al limar la madera de una zona de curvatura cerrada se rebaja más la rigidez que la masa propiamente dicha, y, por consiguiente, disminuye la frecuencia. Y al hacer lo mismo en una zona de escasa curvatura se reduce la masa más que la rigidez, razón por la cual aumenta la frecuencia.

Las zonas de flexión (que lo son de fuerte curvatura de movimiento) de una tabla de violín se registran en los interferogramas, donde se indentifican en virtud de la variación de la distancia entre las rayas. El proceso recuerda la lectura de un mapa topográfico, donde la pendiente de una colina se refleja en las curvas de nivel: se acercan a medida que aumenta la pendiente. Una pendiente constante se representa por líneas que guardan la misma distancia. En los interferogramas, las líneas situadas a la misma distancia señalan traslación o movimiento sin curvatura pronunciada, como los terminales de un columpio que suben y bajan sin flexión.

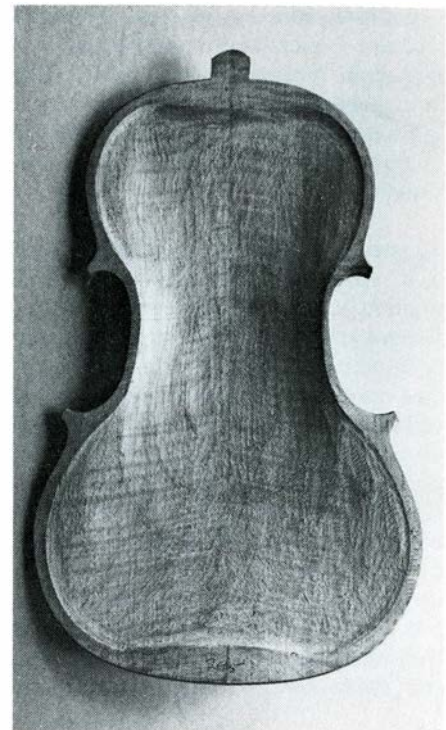
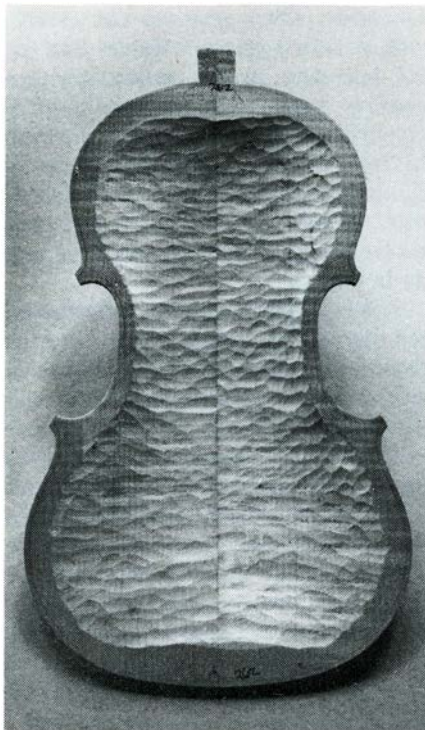
Por consiguiente, raspando cada vez unas décimas de milímetro de madera de una zona en forma de luna creciente, en torno a los dos extremos de la tabla y a partir de la cara interior de cada esquina, disminuirá la frecuencia del modo 5 menos que la del modo 2.

Pero si limamos el centro de la tabla, esto es, allí donde la amplitud del modo 5 es alta, se tenderá a elevar ligeramente la frecuencia del modo en cuestión. Por otro lado, si eliminamos masa en la región central de las zonas superior e inferior de una tabla, ocurrirá que la frecuencia del modo 2 tenderá a bajar, por la sencilla razón de que nos hallamos en las zonas habituales de flexión del segundo modo. Puesto que la rigidez real de un modo cualquiera no coincide necesariamente en todas las tablas, importa determinarla por los métodos que usa el buen luthier para sentir las zonas de flexión y por la observación de las características de las configuraciones nodales.

El tapaporos y el barniz influyen también en la afinación de la tabla: añaden masa, imprimen rigidez a las fibras superficiales de la madera e incrementan la amortiguación. Cuanto menor es el módulo de Young de la madera sin tratar, tanto más aumenta la rigidez y la amortiguación con la adición de los revestimientos. Efectos que no se dejan sentir por igual en el abeto que en el arce; la adición de tapaporos y barniz tiende a desafinar los modos de la tapa mucho más que los del fondo. Según Daniel W. Haines, el tapaporos y el barniz aumentan el módulo de Young y la amortiguación en el abeto de vetas transversales bastante más que lo hacen en el arce de vetas transversales, lo que comporta un aumento en las frecuencias. La rigidez de las vetas transversales del arce multiplica, por dos veces y media, la del abeto.

A través de nuestra propia labor hemos llegado a la conclusión de que el tapaporos y el barniz actúan realmente de forma negativa sobre el sonido de un instrumento. Cabe, no obstante, tomar medidas precautorias a la hora de afinar las tablas sueltas. Imaginemos que vamos a emparejar la frecuencia del modo 2 de la tapa y el fondo de un violín o una viola; en ese caso, antes de barnizar habrá que dejar el modo 2 de la tapa y el fondo a una frecuencia de 5 o 10 hertz menor que la del fondo. De esa forma, el barniz actuará en pro del sonido del instrumento. Pero si la frecuencia del modo 2 de la tapa coincide con, o es superior que, la del fondo cuando las tablas se hallan todavía sin barnizar, la discrepancia se abrirá más todavía después de aplicar los revestimientos; probablemente, se seguirá además que la emisión sonora del instrumento sea áspera y cascada.

Es opinión compartida por muchos luthiers que el violín suena mejor al na-



**TALLA DEL INTERIOR DE UNA TABLA**, una vez que se ha dado forma a las curvaturas exteriores. Así es como el maestro obtiene las características acústicas deseadas. A la izquierda se muestra un fondo de violín cuando empieza a tallarse; a la derecha aparece otra tabla, casi terminada. Las marcas se hacen con cepillos dentados. Ahora la placa está lista para un raspado final y el ensayo acústico por el método de Chladni. En una tapa de violín, el espesor varía entre 2 y 3,5 mm, y, el del fondo, entre 2 y 6 mm.

tural que una vez barnizado. Muchos dominan el arte de compensar ese efecto. Luis Condax, que durante años experimentó con tapaporos y barnices, llegó a afirmar que, cuando limpiaba el barniz de un violín que tenía un sonido “áspero, cascado y duro”, el instrumento “revivía”. Por su parte, John C. Schelleng demostró que las propiedades acústicas de los recubrimientos preparados con barnices continuaban cambiando a lo largo de un período superior a los dos años, lo que sin duda constituye una de las razones de que un violín recién barnizado necesite años para adquirir sus cualidades sonoras definitivas.

Desde tiempo inmemorial los maestros artesanos se han visto acosados por las quejas de los intérpretes cuyos instrumentos chirrían y no responden en los veranos cálidos y húmedos y por aquellos otros que se lamentan del sonido áspero y cascado en sus hogares donde reina un ambiente seco, atemperado por la calefacción, en el invierno de las regiones templadas. Ciertos ajustes en el puente y en el alma pueden mitigar esos problemas. Pero el instrumento sonará siempre mejor bajo las condiciones de temperatura y humedad relativa a las que se construyó.

La madera es un material higroscópico, que absorbe agua y la pierde con

facilidad en respuesta a las condiciones del medio ambiente. Las capas de tapaporos y barniz de las superficies exteriores del violín pueden contribuir a retrasar el proceso; que sepamos, no obstante, no existe ningún tratamiento satisfactorio de las superficies interiores sin barnizar que no sea en detrimento de la calidad sonora del instrumento.

Experimentos realizados recientemente por Robert E. Fryxell indican que la madera de diferentes edades (tanto en tablas de violín barnizadas como sin barnizar) absorbe humedad con bastante lentitud durante un período de varios meses, pero la pierde en pocas horas, siendo el arce ligeramente más absorbente que el abeto. También observó que las tablas recubiertas con tapaporos y barniz eran apreciablemente más estables que las conservadas al natural. Rex P. Thompson, en Australia, ha observado que las frecuencias del modo 5, en un par de tablas barnizadas (durante dos años) y afinadas, variaba hasta 18 hertz para el fondo y 23 hertz para la tapa, cuando la humedad relativa oscilaba entre el 15 y el 79 por ciento. A humedad relativa constante, la diferencia no excedió los 5 hertz. También observó que a una humedad relativa constante del 50 por ciento las variaciones de frecuencia era sólo del orden del 1 por ciento a temperaturas com-

prendidas entre los 15 y los 25 grados Celsius. Concluye que, para lograr una afinación precisa de una tabla, debe controlarse tanto la temperatura como la humedad, o la humedad debe ser del 50 por ciento si no se controla la temperatura.

Nuestro estudio ha incluido trabajos efectuados con muchos tipos de madera y muchos tamaños de tablas. Hemos observado que un abeto cuidadosamente seleccionado, tanto de especies europeas como americanas, puede utilizarse con éxito para la construcción de tapas armónicas. Sin embargo, importa que la rigidez de la veta transversal sea suficientemente elevada para mantener el intervalo de una octava entre los modos 2 y 5. Diversas especies de arce americano se han afinado bien por el método de Chladni para construir tablas de fondo para instrumentos, con un excelente sonido y calidad de

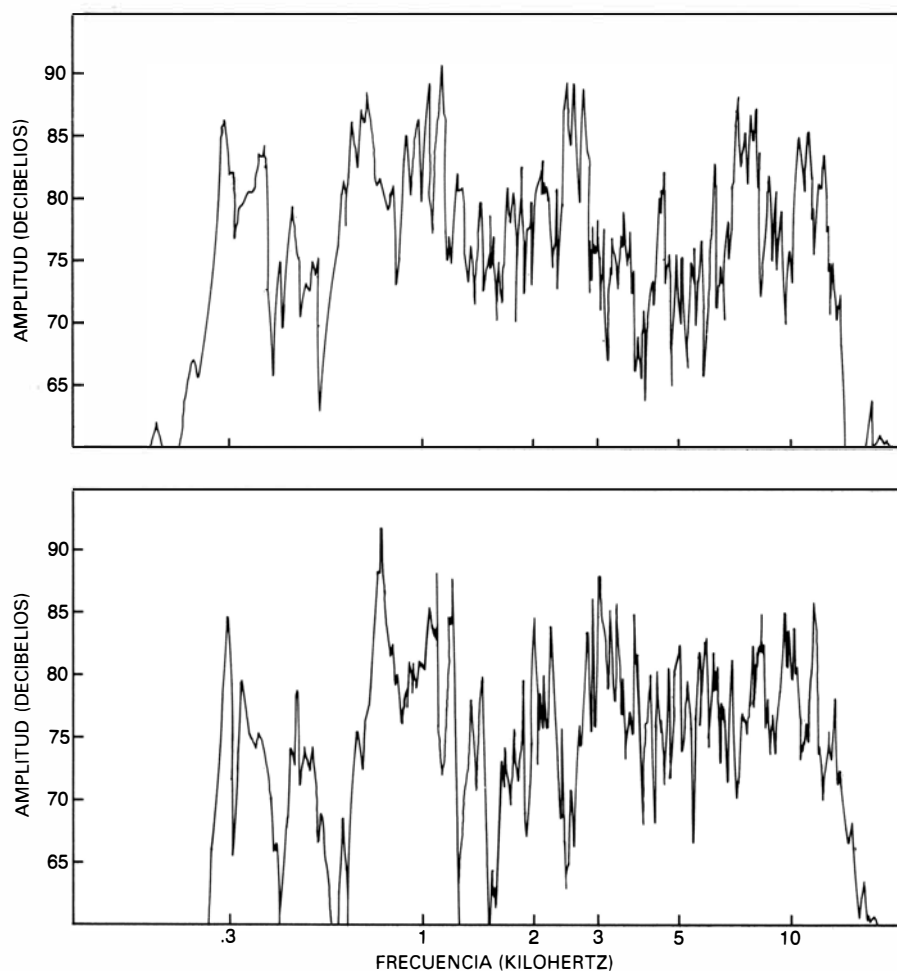
ejecución. Otras especies con características muy similares a las del arce (peral, manzano, cerezo, sicómoro y teca) pueden prestar su concurso para la construcción de fondos de violín y viola; las calidades sonoras resultantes difieren ligeramente de un instrumento a otro, ya que dependen en buena parte de las características de alta frecuencia de la madera.

Si atendemos al alud de conocimientos que nuestro grupo y otros han ido desvelando en torno a las múltiples variables involucradas en la construcción de un buen violín de concierto, valoraremos mejor la destreza y habilidad de los antiguos maestros, capaces de modelar unos perfectos ejemplares, cuya complejidad y belleza de líneas corrían parejas con su óptima sonoridad. Lo hasta aquí descrito nos indica que es muy deseable (aunque a veces bastante difícil) lograr que los modos 1, 2 y 5 de las tablas sueltas de una tapa terminada

de violín formen una serie armónica, poseyendo el quinto modo una gran amplitud y una frecuencia próxima a los 370 hertz y siendo las frecuencias de los modos 2 y 5 iguales a las del fondo. La forma, los contornos curvos y la distribución del grosor de la tapa y el fondo constituyen los principales factores, que deben conjugarse para conseguir esas relaciones. Las características físicas de la madera deben hallarse, además, dentro de un margen muy estrecho de variables; regla que vige también para el rango, estricto, de tolerancias de otros muchos elementos. Ateniéndonos a esas conclusiones, y aplicando el método de Chladni a la determinación de las relaciones entre los modos propios y las frecuencias asimismo propias de cada par de tablas, podríamos construir violines y demás miembros de su familia instrumental con buena sonoridad y calidad de ejecución.

Pero el panorama cambia cuando se pasa de la situación de tablas sueltas, a las que hacíamos referencia en el punto anterior, al violín terminado, dotado de un sistema vibratorio de extrema complejidad. En un sentido analítico, sin embargo, los modos propios y las frecuencias propias de los constituyentes definen en toda su extensión esos elementos. Por tanto, hay que esperar la verosímil existencia de un nexo que relacione las características vibratorias conocidas de las tablas libres con las características vibratorias del instrumento acabado.

Las estructuras asimiladas a la del violín pueden considerarse constituidas por un conjunto de elementos que se definen por sus propiedades geométricas, rigidez, masa y disipación de energía. El montaje de esos distintos elementos para formar un instrumento crea un nuevo juego de propiedades exclusivas: modos propios y frecuencias propias del instrumento en cuestión, y cada modo portador de su correspondiente amortiguación. Aun cuando se trate de un proceso muy complejo, los modos propios de los componentes pueden considerarse elementos que, en última instancia, determinarán los modos propios del conjunto. Y ahí halla un nuevo reto la investigación: ¿Puede estudiarse, con los aparatos y métodos de medición y análisis de vibraciones, de qué manera influyen las características de las tablas sueltas en las vibraciones de la tapa y el fondo ensamblados y en la masa de aire encerrada en la caja del violín, cuando responden a las fuerzas generadas al aplicar el arco sobre la cuerda?



CURVAS DE RESPUESTA de un violín del famoso Guarnerius del Gesù, construido en 1731, y un violín construido por la autora en 1979. Las curvas reflejan el mismo procedimiento de ensayo: una onda sinusoidal de tensión constante aplicada al puente, recogiendo la respuesta del violín (colgado de gomas) con un micrófono situado a 35,5 centímetros de distancia, en una sala prácticamente sin reverberación. La curva superior corresponde al Guarnerius, la inferior al instrumento moderno que se ha construido siguiendo los principios de afinación de tablas descritos en este artículo. Obsérvese la disminución en amplitud de las resonancias en la región de 1,5 kilohertz y el notable incremento en amplitud entre los 2 y los 3 kilohertz. Esta característica, señalada ya por H. F. Meinel y otros investigadores, resulta típica de las respuestas de algunos de los violines musicalmente más codiciados. Ilustración de Alan D. Iselin.











# El odómetro de Vitrubio

*El ingeniero romano describió una máquina, que tal vez no había visto nunca, destinada a medir la distancia recorrida. El artillero, que dejó perplejo a Leonardo 1500 años después, había sido inventado quizás por Arquímedes*

André Wegener Sleeswyk

¿Cuál es el vínculo de unión que existe entre Arquímedes, mago de la mecánica siracusano contemporáneo de la Primera Guerra Púnica, Marco Vitrubio Pollio, ingeniero militar y arquitecto de los césares, y Leonardo da Vinci? Tal vez esta conexión esté constituida por un instrumento, a base de engranajes, destinado a medir distancias viarias, inventado por el primero de los tres, descrito por el segundo y reconstruido, sin éxito, por el tercero. Para demostrar esta posibilidad, empezaré por señalar que la descripción del artillero, escrita por Vitrubio hacia el 20 a. de C., parece haber dejado perplejo y dubitativo a Leonardo cuando la leyó unos 1500 años más tarde. A continuación, sirviéndome del análisis incompleto llevado a cabo por Leonardo, mostraré cómo puede reconstruirse el instrumento de acuerdo con la descripción de Vitrubio. Por último defenderé que este artillero, alabado discretamente por Vitrubio, quien lo consideraba “construido en tiempo de paz y tranquilidad con la finalidad de lograr provecho y esparcimiento”, tenía origen y misión de carácter militar, al menos en parte, y que únicamente puede atribuirse a Arquímedes.

Este instrumento de medición recibe el nombre de odómetro (palabra que deriva del griego *hodos*, camino, y *metron*, medida). Un mecanismo similar se encuentra en cualquier automóvil actual. No obstante, el odómetro sólo tenía propósitos específicos antes de que surgiera el actual transporte motorizado. Durante la Guerra de Independencia española de 1808-1814, por ejemplo, el general británico Arthur Wellesley (que más tarde sería el Duque de Wellington) insistió en que se midieran por este procedimiento las marchas de su ejército. Del mismo modo se instalaban instrumentos de esta índole en los coches de alquiler con el fin de determinar cuál era la tarifa que

debía aplicarse. De hecho, una vez se hubieron inventado los engranajes, este tipo de artilleros resultaba de una simplicidad absoluta y no debía plantear problemas de importancia a los ingenieros de la antigüedad. En el primer siglo de nuestra era, Herón de Alejandría describió un odómetro. Su versión ha llegado hasta nosotros en una traducción árabe del original griego: una serie de engranajes de tornillo sin fin, activada por el giro de las ruedas de un carro, hacía que se desplazara un índice sobre una escala que mostraba la distancia recorrida. El odómetro descrito por Vitrubio no era, sin embargo, tan sencillo. Consideremos ahora su texto (que podemos encontrar en el libro, de los diez que constituyen su *Arquitectura*, dedicado a maquinaria) con el fin de ver qué es lo que causó tantos problemas a Leonardo, a fines del siglo xv, así como a las generaciones sucesivas de comentaristas y traductores.

Una parte de la oscuridad de Vitrubio resulta de menor importancia. Su latín, por ejemplo, no es demasiado fácil y su estilo es desigual. A veces es farragoso, pero otras es tan sucinto que nos vemos obligados a adivinar lo que quiere decir. Una dificultad de mayor importancia está constituida por el hecho de que la terminología técnica de su tiempo no había alcanzado aún su pleno desarrollo. Según él los engranajes son “tambores” con dientes, y estos engranajes se encuentran en un lugar denominado *localumentum*. Ahora bien, *localumentum* es una palabra de sentido general en latín (para la cual no disponemos de un término que sea exactamente equivalente) que designa una estructura de tablas cuya finalidad es mantener una serie de objetos en su sitio. Esta palabra puede designar cualquier cosa, desde un estante de una biblioteca hasta una caja abierta destinada a almacenar grano. Traduciré aquí *localumentum* por “recipiente”.

La invención del odómetro debe ser

anterior a la época de Vitrubio. En realidad ni siquiera es seguro que llegara a ver realmente el artillero que describe; empieza su informe señalando que va a proceder a ocuparse de algo “transmitido por nuestros predecesores”. El difunto A. G. Drachmann, que era a la vez un filólogo clásico y un experto en tecnología antigua, me llamó la atención sobre el hecho de que Vitrubio solía utilizar el modo indicativo en sus descripciones de otras máquinas, pero que empleó el modo subjuntivo al escribir acerca del odómetro. Tal vez lo hizo con el fin de mostrar que estaba citando una fuente anterior.

Vitrubio, en el libro X, capítulo IX, de su *Arquitectura*, describe dos versiones del odómetro. En una de ellas se refiere a un instrumento que debe utilizarse en tierra y que se activa por una de las ruedas posteriores de una *raeda*, un carruaje de cuatro ruedas. El segundo odómetro es una versión marina del instrumento, movido por una rueda de paletas montada a bordo de un barco. No nos vamos a ocupar aquí de este predecesor de la corredera de barquilla. En lo que concierne al odómetro terrestre, Vitrubio, tras habernos expuesto que las ruedas de la *raeda* tenían un diámetro de cuatro pies y que avanzaban 12,5 pies en cada revolución, procede a describir los engranajes y el mecanismo de cómputo de vueltas de la manera siguiente:

“Un tambor se encuentra firmemente montado en el cubo, en el interior de la rueda [del carruaje] y lleva un único diente que sobresale del cerco de su circunferencia. Por encima de él se encuentra un recipiente, sujeto firmemente a la caja del carruaje, provisto de un tambor que puede girar y que se mantiene en su extremo, sujeto por un pequeño eje. En el borde externo de este tambor se han cortado 400 dientes que engarzan con el diente del tambor inferior. Por otra parte, a un lado

del tambor superior se encuentra otro diente pequeño que sobresale más allá de los [400] dientes.

“Por encima de este se encuentra otro [tambor] horizontal, endentado del mismo modo, dentro de un segundo recipiente. Los dientes engarzan con el diente pequeño que se encuentra a un lado del segundo tambor. Este tambor [horizontal] lleva un número de agujeros igual al número de millas que puede recorrer el carruaje en una larga jornada, de manera aproximada, sin que importe mucho si son más o menos. Dentro de estos agujeros se colocan pequeños guijarros redondos. Asimismo en la cubierta del tambor, es decir en su recipiente, hay un único agujero provisto de un tubo a través del cual, una vez han alcanzado esta posición, los guijarros que se encontraban en el tambor pueden caer uno a uno en la caja del carruaje y en la vasija de bronce situada debajo.

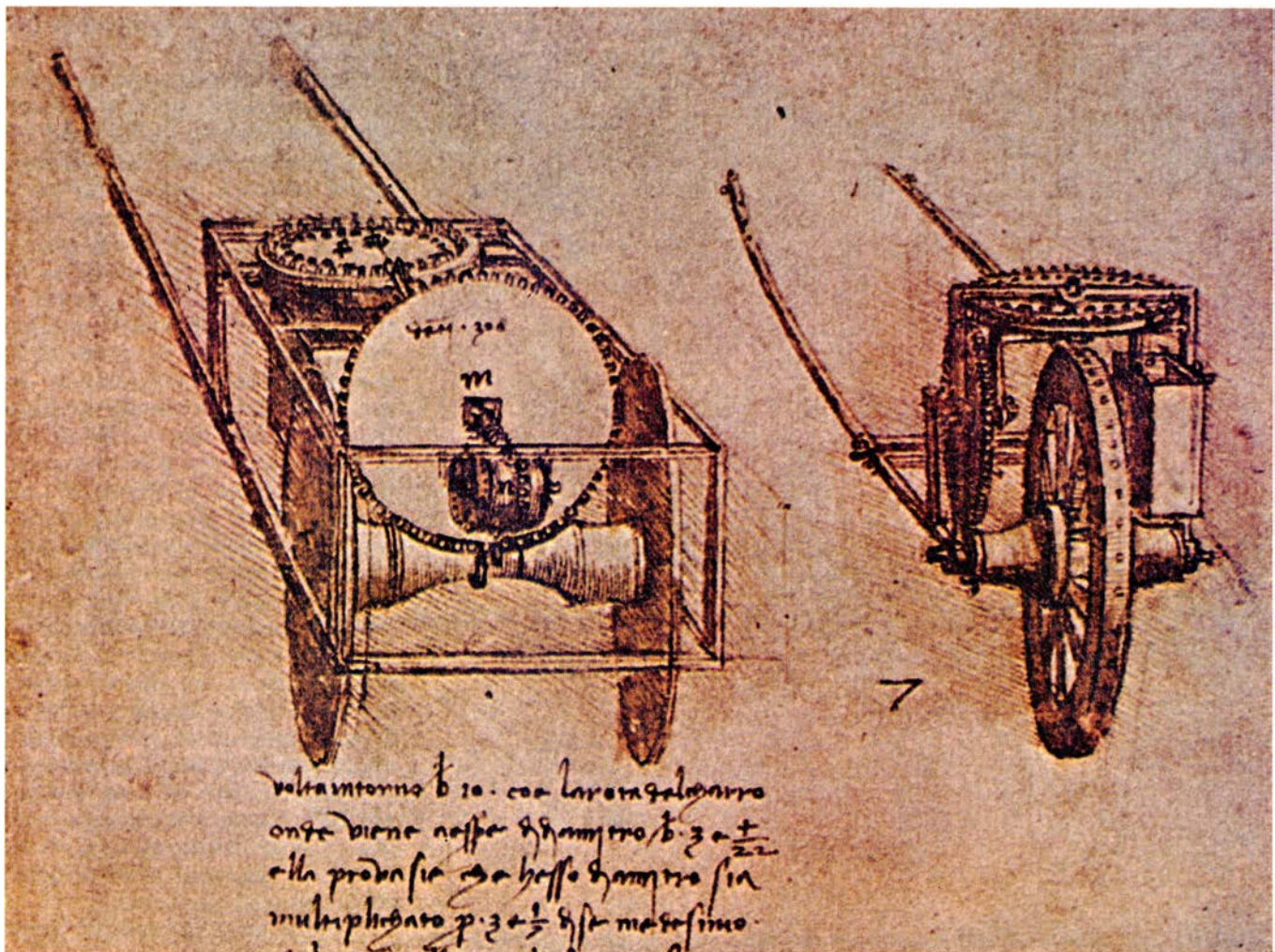
“Cuando la rueda [del carruaje]

avanza, arrastra consigo al tambor inferior y su diente pequeño hace avanzar también a los dientes del tambor superior al empujarlos a cada giro. [De este modo] sucede que cuando el tambor inferior ha dado 400 vueltas, el superior ha girado una sola vez y el diente pequeño que se encuentra unido a su lado hará avanzar un diente al tambor horizontal. De este modo cuando se producen 400 vueltas del tambor inferior, que dan lugar a un único giro del superior, la distancia cubierta será de 5000 pies, o sea, de 1000 *passus*. De ello se desprende que los guijarros, al caer, marcarán con su tañido cada milla [romana] recorrida. El número de guijarros recogidos [en la vasija de] debajo es igual al número total de millas que el carruaje habrá avanzado en un día.”

Permítaseme añadir unas pocas palabras aclaratorias. La “caja del carruaje” era una caja sujeta al eje posterior de algunos carruajes romanos; su tapa se extendía por ambos lados por

encima de las ruedas traseras. Puede sospecharse, a partir de la descripción, que los dos engranajes de 400 dientes estaban montados en la caja del carruaje: el engranaje vertical a uno de sus lados y el horizontal encima de la tapa. Repitamos la secuencia de acontecimientos: el engranaje con un único diente hacía avanzar un diente al engranaje vertical de 400 dientes a cada giro de la rueda del carruaje. Por el mismo procedimiento, el único diente montado a un lado del engranaje vertical de 400 dientes hacía avanzar el engranaje horizontal de 400 dientes un diente a cada 400 vueltas de la rueda del carruaje (una distancia de 5000 pies), lo que provocaba la caída, acompañada de un tañido, de uno de los guijarros, almacenados en los agujeros del engranaje horizontal, que quedaba depositado en el cubilete de bronce situado en el interior de la caja del carruaje.

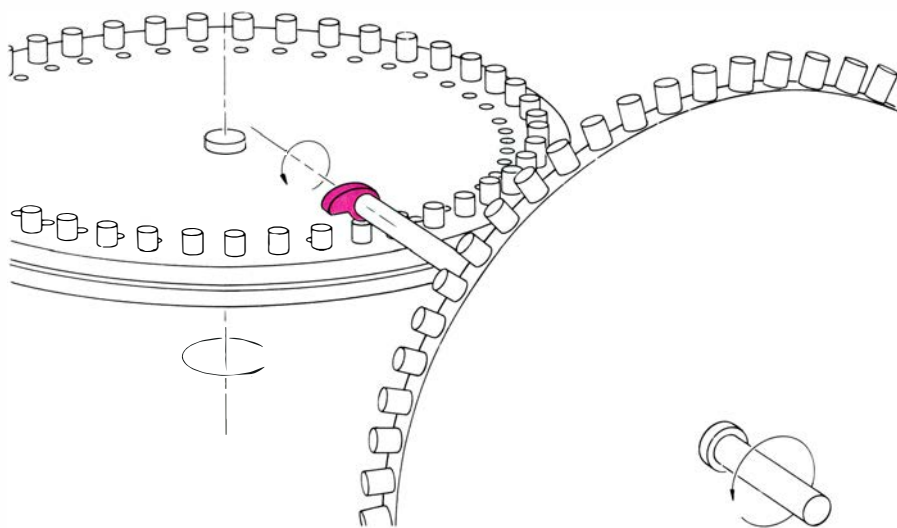
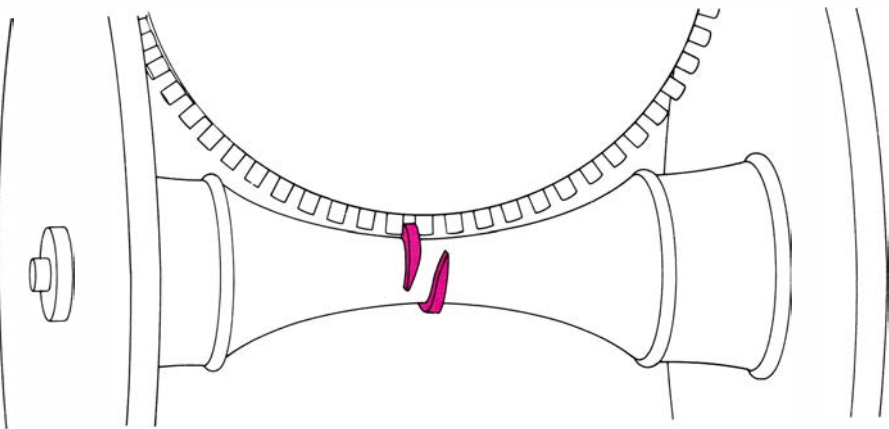
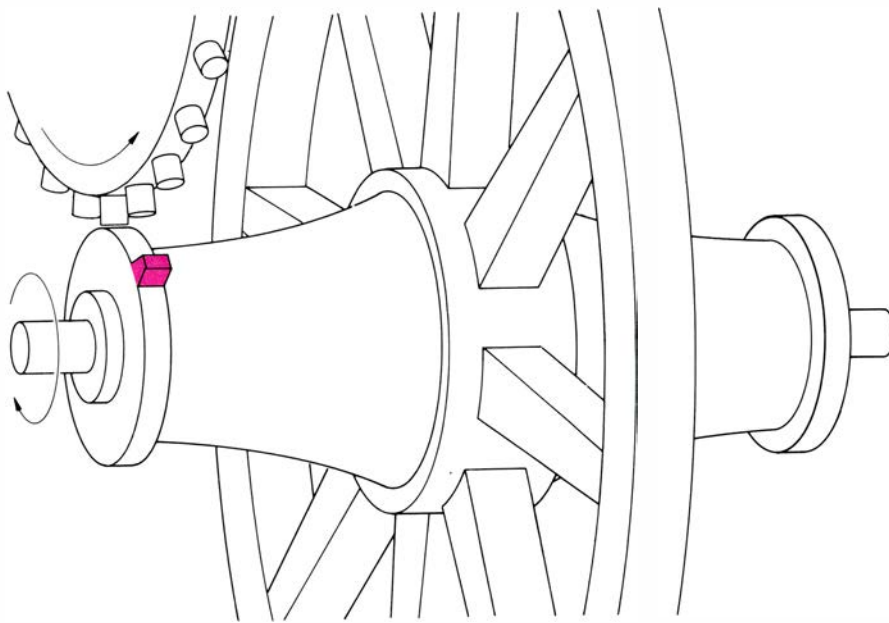
Ocupémonos ahora de Leonardo. Sus famosos bocetos del odómetro apa-



DOS ODOMETROS, diseñados por Leonardo da Vinci basándose en una descripción escrita unos 1500 años antes por el ingeniero romano Vitrubio, aparecen en la primera página del *Codex Atlanticus*. La versión para rueda de carretilla se dibujó, para mayor claridad, con engranajes vertical y horizontal que llevaban sólo 40 dientes en lugar de los 400 requeridos por la descripción

de Vitrubio. El engranaje de un único diente que se encuentra en el eje, cuya función es hacer avanzar el engranaje vertical un diente a cada vuelta de la rueda, aparece próximo al cubo en la versión para rueda de carretilla pero es un engranaje de tornillo sin fin, sito en el centro del eje, en la versión de dos ruedas de la izquierda. Las versiones se detallan en la página siguiente.





**ENGRANAJE DE UN SOLO DIENTE** (*en color*) unido al cubo giratorio de la rueda de carretilla. Podría haberse endentado de manera eficaz con un engranaje vertical de 40 dientes pero, tal como fue señalado dos siglos después de la época de Leonardo da Vinci, no podía engarzar con una rueda de 300 o 400 dientes. El “único diente” en forma de tornillo sin fin del odómetro de dos ruedas (*en color*) podía endentarse de modo satisfactorio con un engranaje de 400 dientes, pero el resto del tren de engranajes, y especialmente el único diente situado en el eje de la rueda vertical (*en color*), no se ajusta bien a la descripción que diera el propio Vitrubio. Descontento, Leonardo se detuvo aquí en su intento.

recen en la primera página del *Codex Atlanticus*. Leonardo señala que ha adaptado su mecanismo al sistema de medidas de su tiempo. Utiliza una rueda cuya circunferencia mide 10 yardas y 300 dientes en cada uno de sus dos grandes engranajes ya que la milla utilizada en su época medía 3000 yardas. (Una yarda equivale a 0,914 metros.) Sin embargo, en los restantes aspectos parece haber seguido la descripción de Vitrubio.

**D**e los dos bocetos del odómetro, Leonardo, que era zurdo, debió trazar primero el que aparece en el lado derecho de la página precedente: un odómetro del tipo correspondiente a una rueda de carretilla. En él un diente situado en el cubo de la rueda hace avanzar intermitentemente la rueda dentada vertical situada a la derecha (dibujada, para simplificar, con sólo unos 40 dientes en lugar de 300). A cada giro completo del engranaje vertical, el horizontal avanzaba un diente, y dejaba caer una piedra en la caja rectangular colocada a la izquierda de la rueda.

Con sus ruedas dentadas de 40 dientes elegantemente diseñadas, el odómetro de Leonardo podría haber funcionado. No obstante, con engranajes de 300 dientes, el artificio hubiera resultado mecánicamente imposible. El primero que llamó la atención sobre esto en letra impresa parece haber sido Claude Perrault, un médico francés del siglo XVII y, por otra parte, hermano del autor de *El gato con botas*. La imposibilidad radica en el hecho de que, con un número tan elevado de dientes (no importa si se trata de 300 o de 400), la distancia existente entre ellos resulta tan pequeña que el diente, cuya función es hacer avanzar la gran rueda dentada, no puede engranar de manera efectiva. Perrault, que publicó su comentario en 1673, estimó que una rueda de 400 dientes debería tener dos pies de diámetro por lo menos (y, por consiguiente, más de seis pies de circunferencia) para tener dientes lo suficientemente grandes como para soportar la tensión del endentamiento. Incluso con una circunferencia de estas dimensiones, la profundidad del endentado sería sólo de medio milímetro. Es obvio que un tren de engranaje de estas características no podía funcionar.

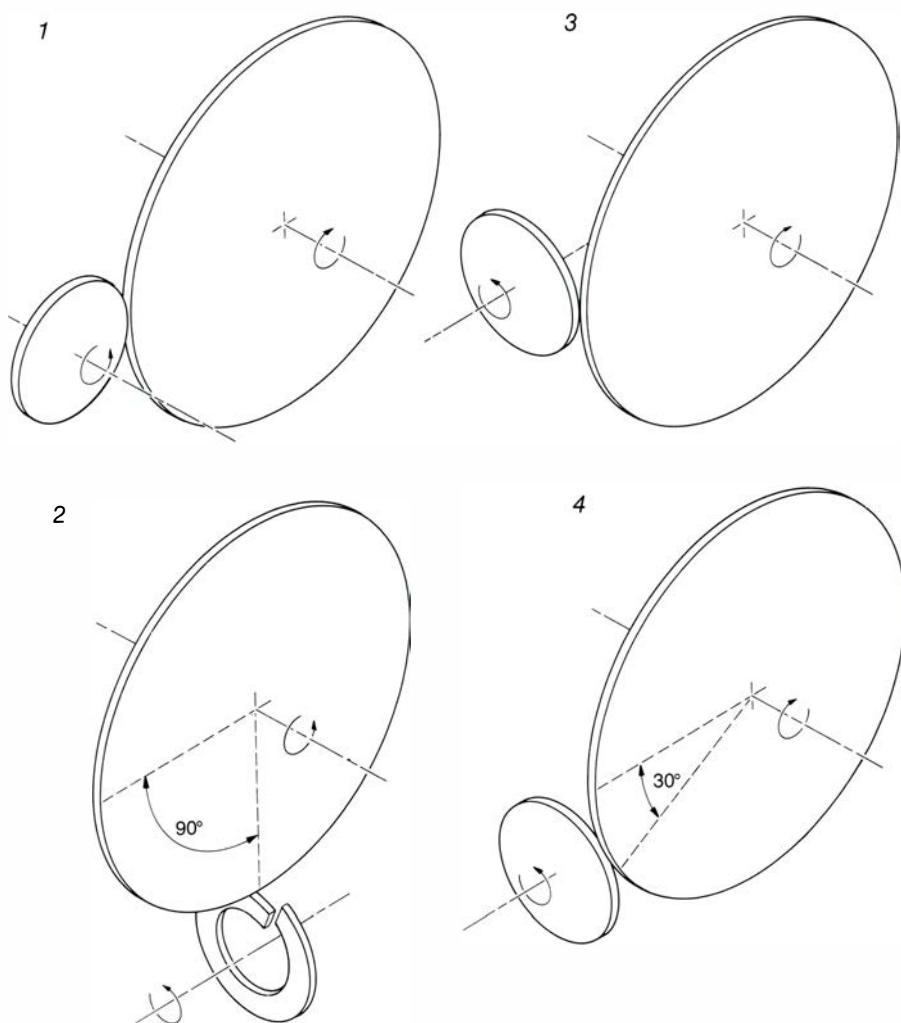
El problema no parece haber atraído la atención de muchos comentaristas posteriores, pero hay motivos para creer que Leonardo fue consciente de él una vez hubo diseñado el odómetro de tipo rueda de carretilla. En un se-



gundo diseño halló un procedimiento para superar la dificultad del endentamiento en el que hizo gala de su ingenio característico. Optó por asumir que el primer “diente único” de la descripción de Vitrubio era, en realidad, un tornillo sin fin (que, de hecho, puede considerarse como un diente único alargado que da vueltas en torno a un cilindro). Leonardo sabía que Vitrubio conocía el tornillo sin fin, un invento de Arquímedes. Por consiguiente, en su segundo boceto dotó al eje de su vehículo de dos ruedas con un tornillo sin fin que arrastraba a su engranaje vertical. Por otra parte, montó el segundo diente único en el eje del engranaje vertical para que, a su vez, arrastrara al engranaje horizontal. Este diente, al menos, giraba con un radio muy pequeño y, por consiguiente, la profundidad del endentamiento tenía unas dimensiones realistas. Ambas innovaciones constituían procedimientos geoméricamente correctos para superar la dificultad del tren de engranajes, razón por la cual la segunda reconstrucción del odómetro de Vitrubio, llevada a cabo por Leonardo, podía funcionar incluso con ruedas de 400 dientes.

**S**in embargo, el odómetro de dos ruedas de Leonardo se aleja bastante de la descripción de Vitrubio. Los dos grandes engranajes no están “endentados del mismo modo”. La rueda horizontal lleva dientes perpendiculares a su plano, paralelos a su eje de rotación; sólo el engranaje vertical mantiene un sistema de dientes radiales. Peor aún: resulta inimaginable concebir que el diente único sujeto al eje del engranaje vertical salga proyectado “más allá de los dientes” de esta rueda dentada. No resulta sorprendente, por tanto, el que los filólogos clásicos, dado su respeto por las fuentes escritas, no aceptaran la propuesta de Leonardo. Este rechazo fue, quizá, formulado de la manera más clara por Drachmann quien, en 1963, declaró que consideraba el odómetro de Vitrubio como una “lucubración” y no como la descripción de una máquina que podía funcionar. El juicio de Drachmann parecía, entonces, la única posible alternativa para un erudito serio; nadie había ido más allá de Leonardo en busca de una interpretación válida de las palabras de Vitrubio.

¿Debe considerarse definitivo el veredicto de Drachmann? Cuando empecé a ocuparme del tema surgieron mis primeras dudas. Pese a todas las limitaciones de Vitrubio como estilista, era sin duda un ingeniero práctico y totalmente realista, poco dado a lucubraciones.



**CUATRO SISTEMAS DE ENDENTAMIENTO DE ENGRANAJES** aparecen esquematizados aquí: tres son perpendiculares y uno se halla en el mismo plano. El endentamiento de engranaje cilíndrico (1) es el que propone Leonardo para el odómetro de la rueda de carretilla y el endentamiento en ángulo recto de engranaje de tornillo sin fin (2) es el que propuso para el odómetro de dos ruedas; su ángulo de descentramiento es de 90 grados. Un endentamiento convencional en ángulo recto (3) tiene un ángulo de descentramiento de cero grados; el radio perpendicular a la intersección de los planos de las ruedas dentadas y el radio que se dirige al punto de interacción son idénticos. El endentamiento en ángulo recto con un ángulo de descentramiento de 30 grados (4) es la disposición que se experimentó con un modelo a escala. Fue propuesto por el autor con el fin de lograr un modelo que se ajustara a la descripción de Marco Vitrubio y que, al mismo tiempo, permitiera que un engranaje de un solo diente endentara con otro de 400.

nes. Además, hoy en día, las reconstrucciones de Leonardo, pese a todo el ingenio que demuestran, no pueden considerarse exploraciones exhaustivas de las posibilidades que están implícitas en el texto de Vitrubio. Hay que tener en cuenta que Leonardo vivió en una época en la que la tecnología de las máquinas se encontraba sólo en sus primeros balbuceos; hoy en día disfrutamos de las ventajas que nos proporciona medio milenio más de progreso. Por otra parte, en estos cinco siglos, nuestros conocimientos del pasado se han visto incrementados de manera notable. Para dar sólo un ejemplo: ni Leonardo ni Perrault sabían que a principios de la era cristiana eran bastante corrientes las ruedas dentadas fabricadas con planchas delgadas de bronce. Esto ha sido demostrado sólo gracias a

descubrimientos arqueológicos llevados a cabo en el siglo XX: es el caso del fragmento de un gran disco de bronce, fabricado en el siglo II de nuestra era y descubierto en Salzburgo, y el de los restos de un complejo tren de engranajes del siglo I a. de C., descubierto por pescadores de esponjas junto a la isla griega de Antikythera.

El espectacular mecanismo de Antikythera, reconstruido con éxito por Derek J. de Solla Price, de la Universidad de Yale, en 1974, era un computador analógico para cálculos calendáricos que utilizaba más de 30 engranajes de bronce. Los dientes de sus ruedas tenían forma de triángulos equiláteros, configuración que se utilizó hasta bien entrado el Renacimiento en los engranajes cilíndricos llamados engranajes “de espuela”, así denominados por su

semejanza con las rodajas de las espuelas.

Si comparamos el texto de Vitrubio con las interpretaciones de Leonardo, constataremos claramente que este último era consciente de la existencia de huecos en la descripción. Vitrubio, por ejemplo, no menciona si la rueda vertical de 400 dientes estaba montada de forma paralela o perpendicular a la rueda del carruaje. Con el fin de cubrir ambas posibilidades, Leonardo diseñó una rueda paralela a la rueda en su primer diseño y perpendicular a la misma en el segundo.

En realidad, cuando Vitrubio dice que la rueda horizontal de 400 dientes estaba “endentada del mismo modo”, nos da un indicio, pero no mucho más que esto, acerca del montaje de la rueda vertical de 400 dientes. El único diente sujeto al lado de la rueda vertical gira en un plano perpendicular a la rueda horizontal. Cabe esperar, por consiguiente, que, si las ruedas están endentadas del mismo modo, la rueda vertical sea perpendicular, a su vez, al plano de rotación del único diente del cubo de la rueda, o sea, perpendicular a la rueda del carruaje.

El texto de Vitrubio contiene, asimismo oculta, alguna información tangible acerca de los mismos engranajes. Esta aparece si se compara su descripción del odómetro marino con la del terrestre. En la máquina montada en el carruaje se dice que el único diente sujeto al engranaje vertical se proyecta “más allá” de los 400 dientes de la rueda. El texto que describe el único diente del odómetro marino resulta más específico; afirma que el diente se proyecta “más allá de la circunferencia”. Puede inferirse que el único diente sólo podía apuntar en una dirección radial; los engranajes eran de tipo cilíndrico que es el utilizado, aparentemente, en todos los engranajes antiguos de bronce.

Esto es todo lo que Vitrubio y Leo-

nardo pueden proporcionarnos. Lo que ahora necesitamos es información sobre la geometría de la interacción entre las ruedas de un solo diente y las ruedas de 400 dientes. Esta información, por su parte, incidiría de manera decisiva en el procedimiento por el que los engranajes se ajustan dentro de la caja del carruaje. Las dimensiones de esta caja y, por consiguiente, el espacio disponible para las ruedas dentadas, pueden estimarse basándose, en primer lugar, en el diámetro de cuatro pies de las ruedas del carruaje y, por otra parte, en la separación existente entre las ruedas. Esta última puede, por su parte, evaluarse sobre la base de los pares de surcos dejados por las ruedas en las carreteras romanas; en las excavaciones de las ruinas de Pompeya, por ejemplo, la anchura de la calzada se sitúa entre cuatro pies y cuarto y cuatro pies y medio.

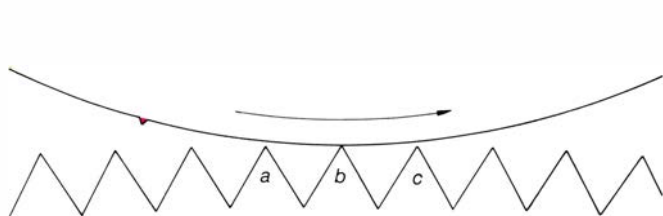
El eslabón que nos falta en esta cadena nos lo puede suministrar una exploración elemental, pero sistemática, de la geometría de la interacción entre ruedas dentadas. Debemos partir de un cierto número de suposiciones razonables y simplificadoras, con el fin de reducir el número de posibilidades a unos límites manejables. Sea una de ellas el limitar la exploración a pares de engranajes que formen entre sí ángulos rectos. Otra puede ser el considerar que los engranajes son discos cuyos bordes se tocan en el punto de interacción. Podemos asumir, en tercer lugar, que las formas de los dientes de los engranajes que actúan unos sobre otros son las mismas; ambos engranajes tendrán, por consiguiente, el mismo ángulo de descentramiento. Por último, basándonos en la información arqueológica, debemos suponer que la forma de los dientes es la de un triángulo equilátero. Con todos los datos anteriores, el número de variables independientes ha quedado reducido únicamente a dos: el ángulo de descentramiento y la razón existente entre los diámetros de los en-

granajes en forma de disco. Basándonos en esta serie de suposiciones, podemos obtener la geometría básica de un conjunto de engranajes que incluye lo que hoy en día denominamos engranajes cónicos, hipoides y engranajes de tornillo sin fin.

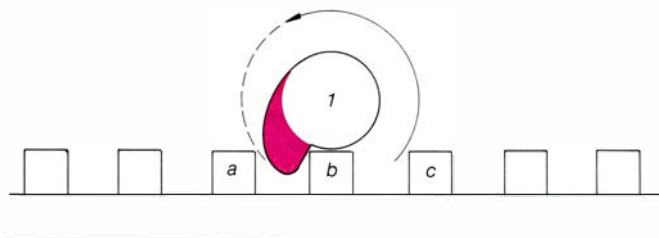
No tenemos, desde luego, porqué considerar aquí que estos engranajes sean similares a los modernos, con sus dientes de formas complejas. Debemos, más bien, pensar en la interacción entre engranajes cilíndricos elementales, recortados de manera muy sencilla o limados en la circunferencia de discos de bronce. Un buen operario se habría esforzado en lograr un mínimo desgaste, lo que requiere un área máxima de contacto en el punto de interacción. Esto se lograría haciendo que las caras de los dos dientes de ambos engranajes fueran aproximadamente paralelas al entrar en contacto. Con dientes en forma de triángulo equilátero este requisito se obtiene si el ángulo de descentramiento es de 30 grados. La disposición resultante dejaría al engranaje de un solo diente situado en el cubo, en una posición próxima a la rueda del carruaje, lo que contrasta claramente con el segundo modelo de Leonardo, en el que el engranaje de tornillo sin fin está situado, de manera totalmente inadecuada, en el centro del eje, a un ángulo de descentramiento de 90 grados.

Una vez heube llegado hasta aquí en mis razonamientos, decidí poner a prueba a mis deducciones sobre el tren de engranajes construyendo un modelo sencillo con ruedas dentadas de cartón en el que el engranaje de un solo diente arrastraba una rueda de 120 dientes, encontrándose ambos sujetos a una pieza de espuma de goma. Resultó totalmente factible el lograr que la rueda de un solo diente moviera, un diente por vuelta, al engranaje de múltiples dientes, siempre y cuando este último fuera llevado a una muesca situada cerca del punto de interacción.

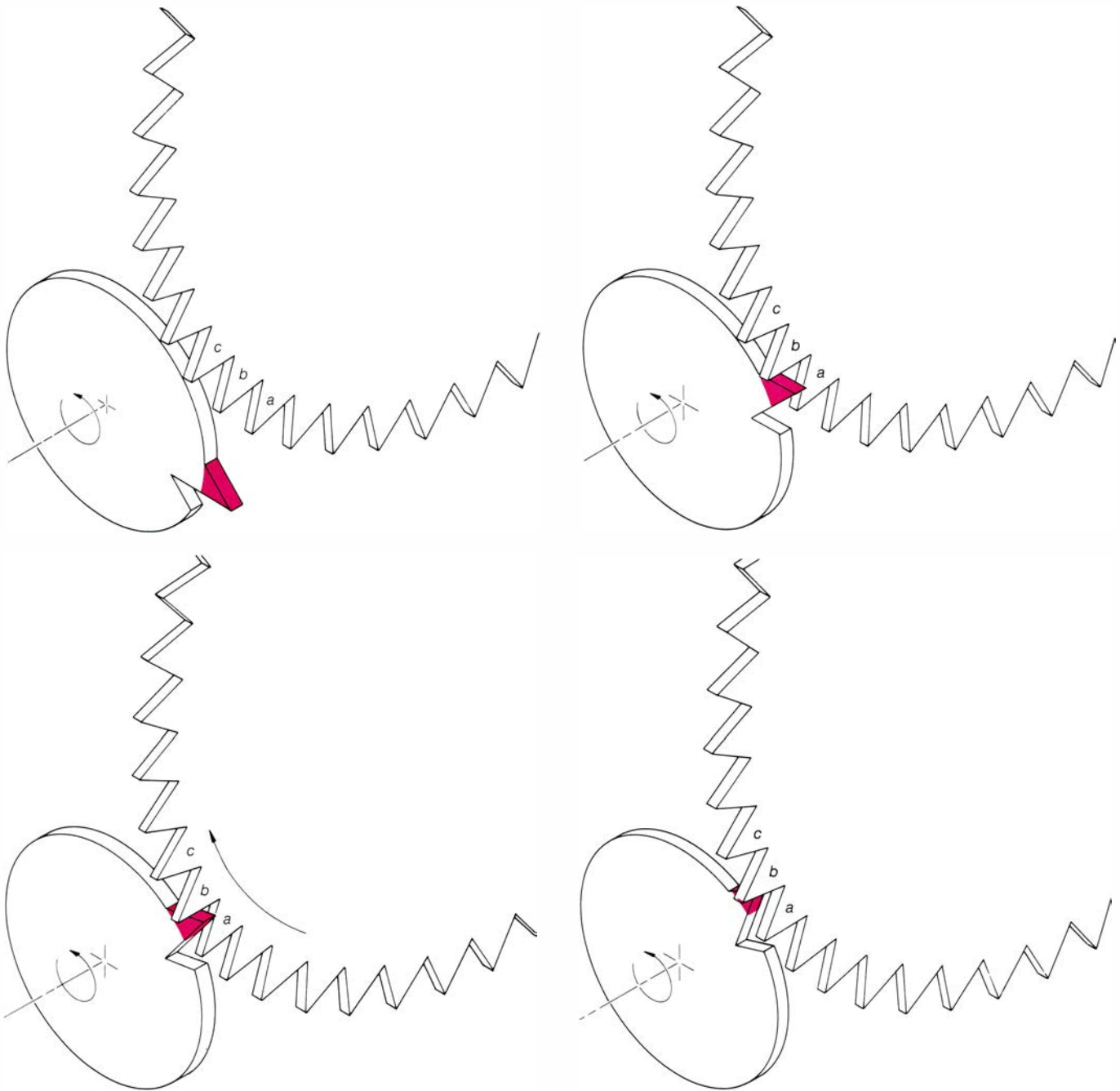
En cambio, si faltaba esta muesca,



LA INTERACCION DE UN SOLO DIENTE con un engranaje de 400 aparece esquematizada en la figura de la izquierda. Se trata de la dificultad práctica que fue señalada por vez primera por Claude Perrault en 1673, médico francés hermano del autor de *El gato con botas*. Para lograr que el único diente pase junto al diente *a* sin tocarlo antes de engancharse con el diente *b* (el cual, entonces, debería avanzar hasta la posición que ahora ocupa el diente *c*),



aquél debería ser tan corto que resultaría imposible que realizara el movimiento deseado. La solución de Leonardo, tal como se aprecia en su boceto de dos ruedas, aparece en el esquema de la derecha. Un diente único mucho mayor se observa fijado a un extremo del eje rotatorio del engranaje vertical. Como el radio total es pequeño, el diente pasa junto al diente *a* del engranaje horizontal, engarza de manera eficaz el diente *b* y lo hace avanzar.



**UN ENGRANAJE DE UN SOLO DIENTE** de dimensiones notables puede arrastrar una rueda dentada de 400 dientes de acuerdo con la descripción de Vitrubio, tal como aparece en esta secuencia de ilustraciones. En la que se encuentra arriba a la izquierda se ve cómo el borde de la rueda pasa entre los dientes *c* y *b*, mientras su único diente se aproxima a *b*. Arriba a la derecha empieza la interacción del único diente con *b*; las caras de ambos dientes son aproximadamente paralelas cuando entran en contacto, debido al ángulo de

descentramiento de 30 grados del engranaje de un solo diente. Abajo a la izquierda, el diente único está empujando el diente *b* hacia la posición previamente ocupada por *c*; la muesca que aparece en el borde de la rueda dentada, detrás del diente único, impide cualquier interferencia con el diente *a*. Abajo, a la derecha, se ha producido ya el avance del diente *b*. Ahora el borde de la rueda pasará entre los dientes *b* y *a* hasta que, una vez completado un nuevo giro, el diente único se aproxime hasta *a*. (Dibujos de Michael Goodman.)

los dientes de la rueda multidentada tendían a desviarse hacia un lado al entrar en contacto con el diente único. Esta desviación me reveló bruscamente cuál podía haber sido la función del *localumentum*. Ambos recipientes habrían proporcionado la muesca-guía necesaria para que el tren de engranajes de Vitrubio funcionara de modo adecuado.

Quedaban aún por seleccionar otras variables más, como la proporción exis-

tente entre los diámetros de las ruedas dentadas. Para obtener una distancia adecuada con respecto al suelo, la rueda dentada sujeta al cubo de la rueda del carruaje debía tener un diámetro aproximadamente igual a la cuarta parte del diámetro de la rueda. Por otra parte, si la rueda multidentada horizontal debía apoyarse sobre la tapa de la caja del carruaje por encima de las ruedas, el diámetro de la rueda multidentada vertical debía ser, por lo menos,

de 2,7 pies. Otras exigencias incluían el evitar que se estorbaran mutuamente las dos ruedas multidentadas así como el impedir que esto sucediera entre el único diente unido al engranaje vertical y la rueda del carruaje, por un parte, y este mismo diente y el que se encontraba unido al cubo de la rueda, por otra. Sobre el papel, la geometría de todos estos condicionamientos parecía factible, por más que se disponía de unos márgenes muy estrechos.

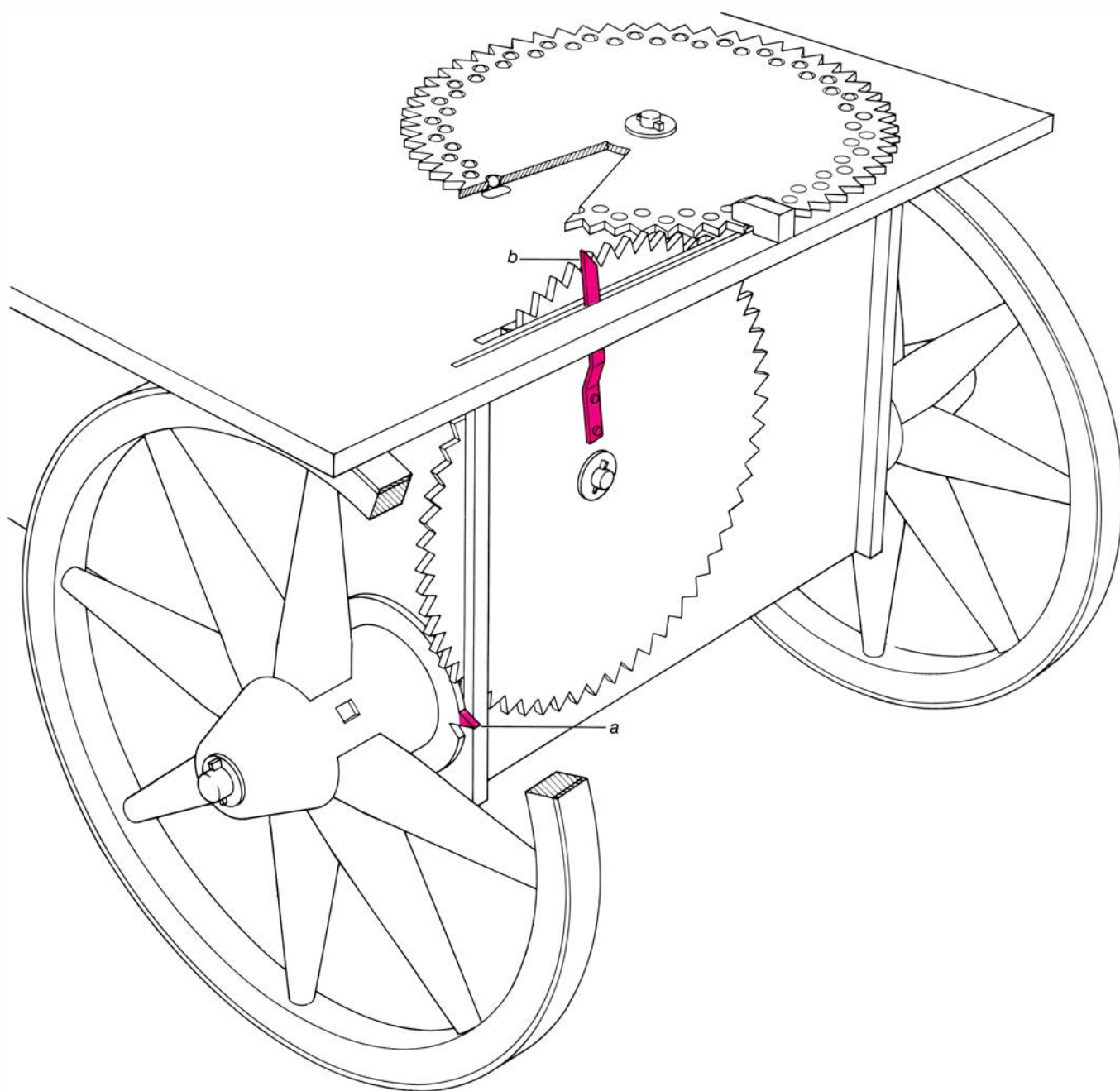


Con el fin de determinar la validez de la reconstrucción en cartón que había llevado a cabo del odómetro de Vitrubio, construí un modelo a escala 1:4. En la gran rueda dentada horizontal perforé dos series concéntricas de 200 agujeros cada una, en cuyo interior puse cojinetes de bolas en lugar de guijarros. Las bolas de acero caían de una en una a través de un agujero oblongo situado en la tapa de la caja del carruaje, produciendo un ruido audible al quedar depositadas, a cada cuarto de milla, en un cubilete de plástico puesto en el interior. Ya que mi modelo se muestra

conforme con los detalles del texto de Vitrubio y dado que, en el curso de la reconstrucción, no surgieron alternativas que pudieran ser consideradas igualmente probables, no creo que mi odómetro sea muy distinto del que Vitrubio describió trabajosamente, tal vez sin haberlo visto nunca.

Por más que esta reconstrucción deje sentada la cuestión de si Vitrubio estaba describiendo un mecanismo real o uno imaginario, quedan aún por contestar muchas cuestiones. Tal como fue observado previamente por Drach-

mann, ¿por qué utilizar un engranaje de 400 dientes si se obtendrían los mismos resultados con un tren de engranajes con dos reducciones sucesivas 1:20? (Incidentalmente puede señalarse que Leonardo, con toda seguridad, hubiera diseñado su odómetro de esta manera de haber empezado desde cero en lugar de haber intentado seguir a Vitrubio.) Del mismo modo, ¿por qué era preciso instalar este curioso artilugio si, en tiempo de Vitrubio, todas las calzadas de Italia tenían mojones que marcaban las distancias de milla en milla? La costumbre de erigir mojones remon-



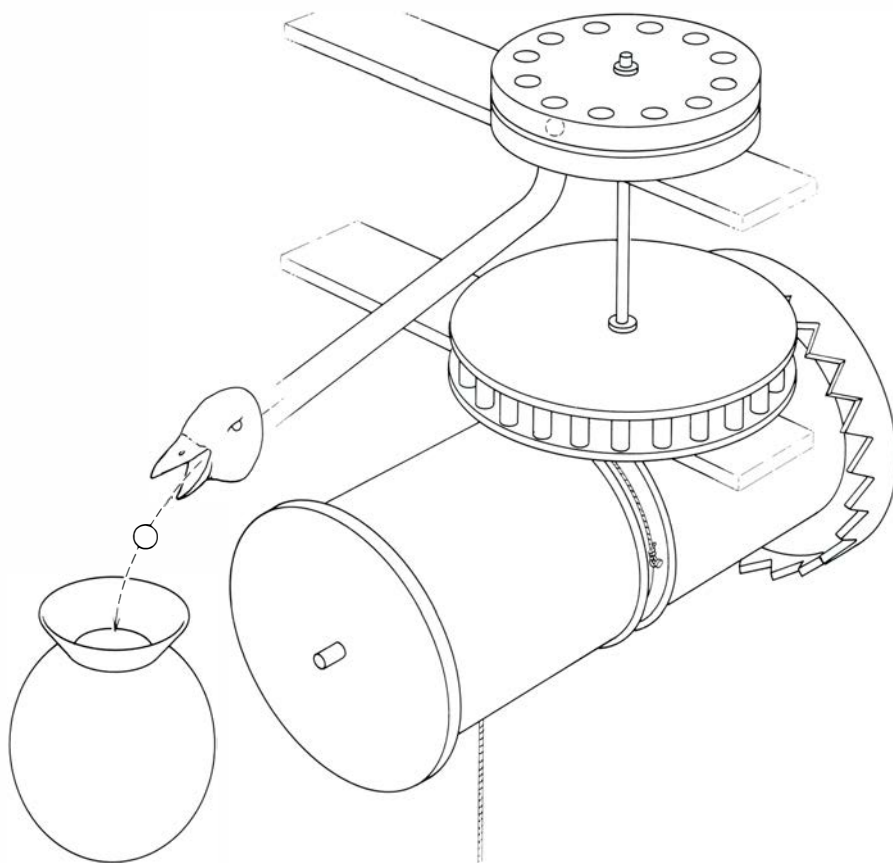
**RECONSTRUCCION** del odómetro situado en la caja del carruaje, de acuerdo con la descripción de Vitrubio. Para mayor claridad las dos grandes ruedas dentadas llevan un número de dientes inferior a 400. El engranaje de un solo diente (*a*, en color), fijado al cubo de la rueda, hace que avance un diente

la rueda vertical, sujeta a la parte posterior de la caja del carruaje, a cada giro de la rueda. Otro diente único (*b*, en color), sujeto al engranaje vertical, hace avanzar un diente la rueda horizontal por cada 400 vueltas de la rueda del carruaje; esta distancia corresponde a 5000 pies (una milla romana).





UN MODELO A ESCALA 1:4 del odómetro de la caja del carruaje, construido por el autor, con 400 dientes en cada engranaje, que deja caer un cojinete de bolas en un cubilete a cada cuarto de milla.



UN RELOJ QUE SEÑALA EL TRASCURSO DEL TIEMPO por la caída de guijarros, atribuido a Arquímedes, aparece aquí parcialmente en una versión esquematizada por Donald R. Hill, basándose en una reconstrucción llevada a cabo por E. Wiedemann y F. Hauser en el año 1918. El tambor, con dientes triangulares, en ángulo recto con su plano, situado a la derecha, es movido por un flotador (no aparece en la figura) que sigue el nivel de una columna de agua descendente. Los dientes del tambor mueven un segundo engranaje que está situado por encima de él y formando ángulo recto. Por encima del segundo engranaje y con el mismo eje se encuentra un disco con 12 agujeros, cada uno de los cuales contiene un guijarro. A cada hora, un agujero se alinea con un tubo de salida y el guijarro cae, pasa por el tubo y sale por el pico de un pájaro para depositarse finalmente, en el exterior del reloj, en un recipiente.

ta, al menos, al 252 a. de C., y el tribuno Cayo Sempronio Graco la impuso obligatoriamente en el 123 a. de C. Esto nos lleva, por último, a otra cuestión: ¿en qué época vivieron los “predecesores” a los que Vitrubio cita como inventores del odómetro?

Me ocuparé enseguida de estas últimas preguntas. En lo que respecta a los engranajes de 400 dientes, creo que el gran tamaño de la rueda dentada montada sobre la caja del carruaje pudo, en realidad, haber resultado útil para la persona que utilizaba el odómetro. Si la parte central de este gran disco estaba recubierta de cera negra, tal como solía hacerse con las tabletas romanas utilizadas para escribir, esta superficie también podía utilizarse para anotar detalles del viaje. Esta información pudo emplearse para compilar la clásica guía de viajes de la que aún nos quedan unos pocos especímenes como la *Tabula Peuteringiana*.

En lo que respecta al cuándo y al por qué del odómetro de Vitrubio, resulta desde luego imposible el dar respuesta de cuya absoluta certeza podamos estar seguros. Aventuraré, no obstante, una contestación personal, sugiriendo una posibilidad que está de acuerdo con lo que sabemos acerca de la primitiva historia de Roma, por más que este hecho no excluya la verosimilitud de otras respuestas igualmente válidas. La mía se basa, ante todo, en el hecho de que el procedimiento poco usual para marcar las millas —dejar caer guijarros, desde un disco que los almacena, en un depósito que resuena— es idéntico al que se utiliza en una clepsidra atribuida a Arquímedes (287-212 a. de C.).

Conocemos este reloj porque aparece descrito en un manuscrito árabe que fue compuesto, probablemente, en su versión definitiva alrededor del año 1150 de nuestra era. Existen varias copias de este tratado titulado *Kitāb Ar-shimīdas fī ‘amal al-binkamāt* (*Libro de Arquímedes sobre la construcción de los relojes de agua*). Aunque el título atribuye el tratado a Arquímedes, esta afirmación no puede ser cierta para toda la obra, ya que muchos de los detalles que ésta contiene datan, sin duda, de una época posterior. Por esta razón su autor es conocido por los eruditos como el pseudo-Arquímedes.

Donald R. Hill, un especialista en la historia de la mecánica árabe primitiva que tradujo y estudió este tratado hace algunos años, llegó a la conclusión de que marca un hito importante en el desarrollo de la tecnología de la maquinaria. Lo considera la síntesis más primitiva





va de las ideas griegas, bizantinas, persas y árabes sobre artillugios mecánicos. Afirma, por otra parte, que constituyó una fuente de inspiración para autores árabes que escribieron, más tarde, sobre tecnología.

Hill señala que los comentaristas árabes atribuyen unánimemente a Arquímedes la maquinaria movida por agua y el cómputo mediante piedrecillas que se dejan caer. Asimismo cree que esta atribución es la más probable. Mecanismos que dejan caer piedras para marcar el tiempo eran bastante comunes en el mundo islámico. Se conservan todavía en Fez (Marruecos) los restos de un reloj de agua del siglo XIV de nuestra era que utilizaba este sistema. Price, que investigó este mecanismo en 1961, descubrió la existencia de algunas de las piedras utilizadas para delimitar el transcurso del tiempo. Se trataba de esferas irregulares de piritita, cada una de las cuales tenía unos cinco milímetros de diámetro. En el mundo romano, no obstante, este sistema mecánico de medida parece haberse limitado a los dos odómetros descritos por Vitrubio. ¿Fue Arquímedes el inventor del odómetro? ¿Existe alguna otra prueba en favor o en contra de ello?

En mi opinión esta conclusión parece ajustarse muy bien a la evidencia interna de que disponemos. Sabemos que Arquímedes fue el inventor del tornillo sin fin y hemos visto que el método de en dentamiento de engranajes utilizado en el odómetro se encuentra a medio camino entre el tornillo sin fin y el en dentamiento de engranajes cilíndricos perpendiculares entre sí. El hecho de que Vitrubio no atribuyó a Arquímedes la invención de odómetro no constituye un argumento importante en contra de tal suposición; en la sección de la *Arquitectura* dedicada a las máquinas para elevar agua, Vitrubio no menciona a Arquímedes en su descripción detallada de lo que se conoce universalmente como “tornillo de Arquímedes”.

Esta conclusión, además, encaja perfectamente con una conjetura razonable acerca del momento y el lugar en el que se empezó a utilizar el odómetro. Lo que en un principio fue una red local de calzadas situadas en torno a Roma, sufrió su primera gran expansión cuando Arquímedes era aún joven. Esto sucedió en el 264 a. de C., momento en el que empieza la Primera Guerra Púnica. En aquel tiempo, la gran calzada del sudeste, la Via Apia, llegaba a Venusia, situada a unos 320 kilómetros

de Roma. En el mismo año la Via Apia fue prolongada 140 kilómetros más, pasando por la Apulia hasta Tarento, en Calabria, y luego otros 70 kilómetros, cruzando el talón de la bota italiana, hasta alcanzar Brindisi, en el Adriático. Con esto, la longitud total de la gran calzada, desde Roma hasta Brindisi, fue de 530 kilómetros (358 millas romanas). En otros lugares se llevaron a cabo prolongaciones similares.

Arquímedes era un ciudadano de Siracusa, una poderosa ciudad-estado griega situada en Sicilia, y se le consideraba pariente de su rey, Hierón II (306-215 a. de C.). Al estallar la guerra entre Cartago y Roma, Hierón optó, en un principio, por apoyar a los cartagineses. Dos años más tarde, no obstante, Siracusa cambió de bando e Hierón fue el más fiel aliado de Roma durante todo el resto de su reinado.

Por consiguiente, Arquímedes trabajó durante 36 años de su vida adulta en una ciudad-estado estrechamente aliada a la República de Roma. Durante este mismo lapso de tiempo, los romanos construyeron 750 kilómetros de calzadas de mayor importancia, una distancia sin precedentes. Si el odómetro era un instrumento para medir distancias a lo largo de estas carreteras, creo que su propósito original era asegurar el emplazamiento correcto de los mojones miliares situados a lo largo de la Via Apia. Esto explicaría, por ejemplo, la correlación existente entre la longitud de la Via Apia y el “radio de acción” de 400 millas del odómetro.

Todo esto implica, además, que Arquímedes, uno de los inventores más geniales de la antigüedad, diseñó el odómetro con este propósito específico al objeto de ayudar a sus aliados romanos. Desde un punto de vista histórico, esto parece totalmente plausible. El papel desempeñado por Arquímedes parece tanto más probable si se considera que el diseño del odómetro, tal como se ha podido reconstruir siguiendo la descripción de Vitrubio, no sólo ocupa un lugar lógico dentro del conjunto de inventos de Arquímedes conocidos, sino que también registra las distancias dejando caer guijarros, un sistema que la literatura árabe antigua atribuye persistentemente al propio Arquímedes. Creo, no obstante, que el odómetro resulta más interesante por el ingenio que demuestra que por su utilidad práctica y, sobre todo, por la evidencia que lo asocia con grandes ingenieros del pasado: Leonardo, Vitrubio y, ahora, Arquímedes.



SISTEMA DE CALZADAS ROMANAS, en el estado en que se encontraba a la muerte de Arquímedes (212 a. de C.). Había sufrido una gran expansión tras el estallido de la Primera Guerra Púnica. La Via Apia, que se extendía entonces sólo desde Roma hasta Venusia, prolongó su trazado hasta Tarento y Brindisi en el 241 a. de C., así como la Via Flaminia en el 220 a. de C. Arquímedes pudo haber inventado el odómetro para situar adecuadamente los mojones miliares a lo largo del recorrido de estas calzadas.





# Lógica cuántica

*En la teoría cuántica no vigen los esquemas clásicos de inferencia. Estructuras matemáticas, llamadas retículos, pueden modelar funciones alternativas para las palabras “y” y “o” que configurarían el mundo con algo más de coherencia*

R. I. G. Hughes

**S**i tía Agata está muerta y la mató el mayordomo o el jardinero, entonces es cierto lo siguiente: o que tía Agata está muerta y la mató el mayordomo o que tía Agata está muerta y la mató el jardinero. Si hay un duro en una caja y muestra cara o cruz, entonces o bien hay un duro en una caja y muestra cara o bien hay un duro en una caja y muestra cruz. El razonamiento expresado en estos enunciados obliga al asentimiento, aunque las conclusiones parecen más bien triviales dadas las premisas. Además, la materia de que tratan resulta ser enteramente irrelevante para la validez de las inferencias. Ni la salud de tía Agata ni la avaricia del mayordomo ni el concepto de muerte tienen nada que ver con la conclusión del primer argumento; ni el valor monetario de un duro ni la definición de cara o la de cruz podrían alterar la conclusión del segundo argumento. Debido a la irrelevancia del contenido material la validez de las inferencias depende únicamente de las reglas de la lógica. En concreto depende únicamente de los esquemas estructurales que manifiestan conectivas tales como *y* y *o*.

Consideremos ahora algunos fenómenos físicos microscópicos tal como los expone la teoría cuántica. De acuerdo con esta teoría, el electrón (como otras partículas elementales) tiene un momento angular intrínseco o espín. El espín está cuantizado: sólo puede tener uno de los dos valores, arriba (up) o abajo (down), cualquiera que sea la dirección en que se le mida. Sin embargo, es imposible establecer con precisión el espín de un electrón simultáneamente a lo largo de dos ejes espaciales. Por ejemplo, si el espín de un electrón medido en la dirección del eje *x* es arriba, entonces no es posible asignar ningún valor definido al espín en la dirección del eje *y*.

Supongamos un haz de electrones cuyo espín esté completamente polarizado en la dirección del eje *x*, es decir,

todos los electrones del haz tendrían el mismo valor de espín (pongamos por caso, espín-arriba) cada vez que se mida el espín en la dirección del eje *x*. Puesto que el haz no ha sido polarizado en la dirección del eje *y*, se puede decir de cada uno de los electrones de dicho haz que su espín a lo largo del eje *x* será arriba y que su espín a lo largo del eje *y* será o arriba o abajo. Siguiendo el esquema de razonamiento que he empleado al analizar el asesinato de tía Agata, el enunciado sobre el electrón implica: o bien que el espín a lo largo del eje *x* es arriba y el espín a lo largo del eje *y* es arriba o bien que el espín a lo largo del eje *x* es arriba y el espín a lo largo del eje *y* es abajo.

Sin embargo, los dos miembros de este aserto violan el principio de la mecánica cuántica que establece que no se puede determinar el espín simultáneamente en la dirección de los dos ejes. Puesto que no se puede admitir ninguno de los dos miembros, se ha de rechazar el aserto. Por consiguiente, se debe o rechazar el enunciado inicial acerca del haz preparado de electrones o desautorizar un procedimiento lógico de definición de las consecuencias del enunciado, procedimiento que parecía totalmente inofensivo en el razonamiento ordinario. No tenemos ningún motivo para rechazar el enunciado inicial, y, por tanto, parece que al menos una de las leyes de la lógica clásica no se puede aplicar a los fenómenos cuánticos.

**C**ualquier propuesta de revisión de las leyes de la lógica, o incluso el considerar la posibilidad de revisarlas, va en contra de creencias aceptadas como básicas y universales. Pero a nadie le atrae la alternativa de mantener la lógica clásica negando la teoría cuántica. La mecánica cuántica es, cincuenta años después de su creación, una de las teorías científicas más acreditadas. Su adaptabilidad y poder de predicción

son tales que no tiene rivales serios. Se aplica de forma rutinaria y con gran precisión para explicar las interacciones de las partículas elementales. La teoría proporciona, además, medios de describir un amplio espectro de otros fenómenos, incluidas la física y la química de los átomos, moléculas y cuerpos.

Algunos filósofos de la ciencia opinan que en la historia de la física hay un precedente del tipo de cambio conceptual que implica una modificación de la lógica clásica. Hoy es un lugar común señalar que en el desarrollo de la física a partir de Einstein las nociones de espacio, tiempo, energía, momento y masa han tenido transformaciones profundas. Se puede expresar este cambio en el que los filósofos llaman modo formal de la lengua diciendo que palabras tales como *espacio*, *tiempo*, *energía*, *momento* y *masa* desempeñan en el lenguaje de la física moderna funciones distintas de las que tenían en el lenguaje de la física clásica. De modo similar, se podría sugerir que si la estructura conceptual de la física está encerrada en el lenguaje de la física, entonces no hay razón para que las funciones de palabras tales como *y*, *o* y *no* sean inmunes a la revisión. Dado que la tradición ha asociado estas palabras a las investigaciones lógicas y dado que el cambio en sus funciones está motivado por el desarrollo de la mecánica cuántica, se puede comprender que llamemos lógica cuántica al resultado del cambio.

¿Cómo se podría caracterizar la función que desempeñan en un lenguaje las palabras que sirven de conectivas lógicas? Supongamos que *P* designa el enunciado “Tía Agata está muerta”, *Q* designa el enunciado “El mayordomo la mató” y *R* designa el enunciado “El jardinero la mató”. Entonces se puede expresar la estructura lógica de mi primera inferencia de la siguiente forma:

De *P* y (*Q* o *R*)

se infiere (*P* y *Q*) o (*P* y *R*).

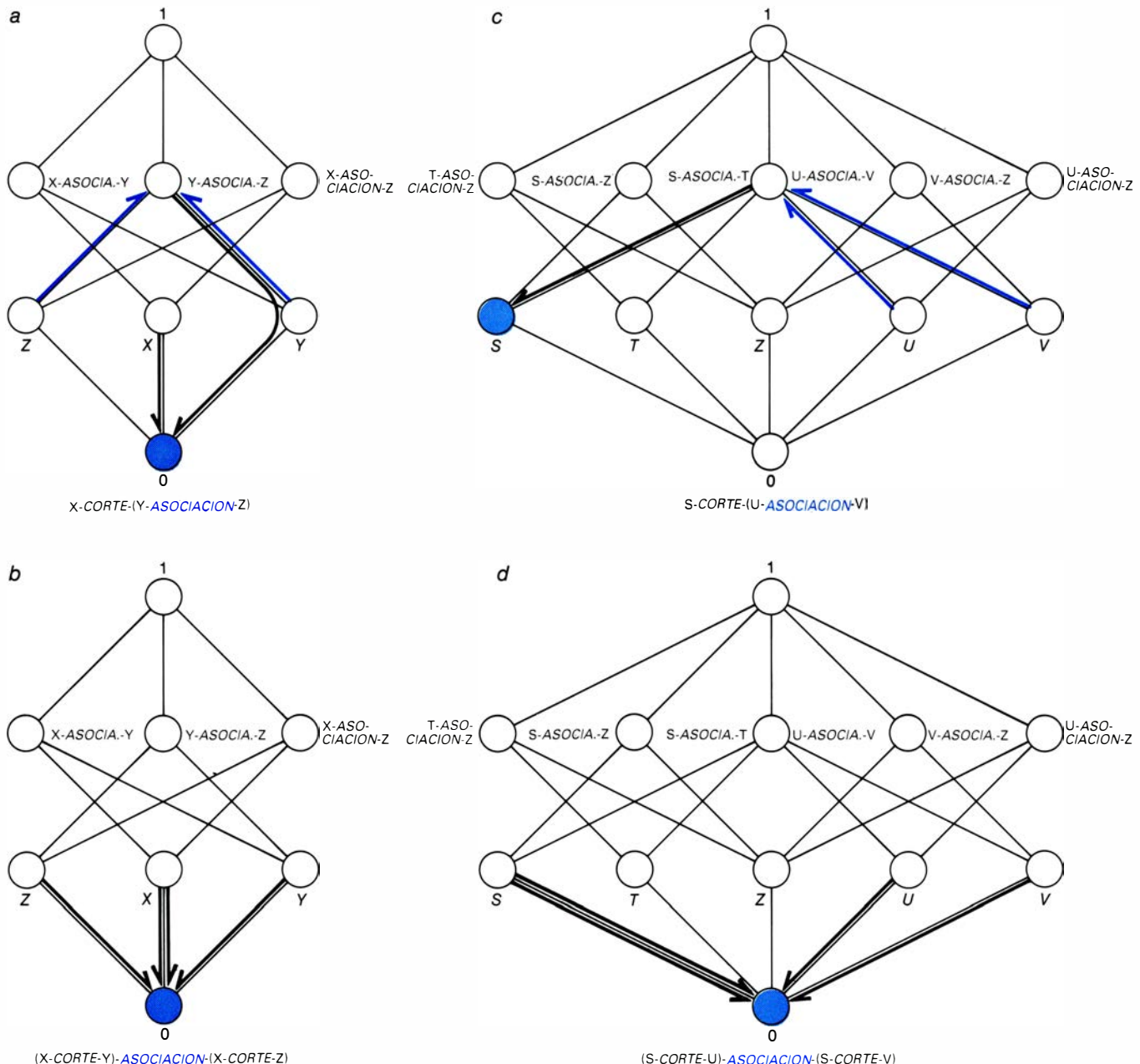
Al escribir así la forma lógica del ra-

zonamiento, se quiere dar a entender que la inferencia es válida para cualesquiera enunciados simples directamente significativos que se pongan en el lugar de las letras  $P$ ,  $Q$  y  $R$ . Constituye esta fórmula una de las leyes distributivas de la lógica. En la otra ley distributiva de la lógica, la palabra  $y$  ocupa el lugar que en ésta ocupa la palabra  $o$ , y viceversa. Estas leyes distributivas de la lógica se parecen mucho a la ley

distributiva de la aritmética, que establece, por ejemplo, que la expresión  $2 \times (3 + 4)$  es igual a la expresión  $(2 \times 3) + (2 \times 4)$ .

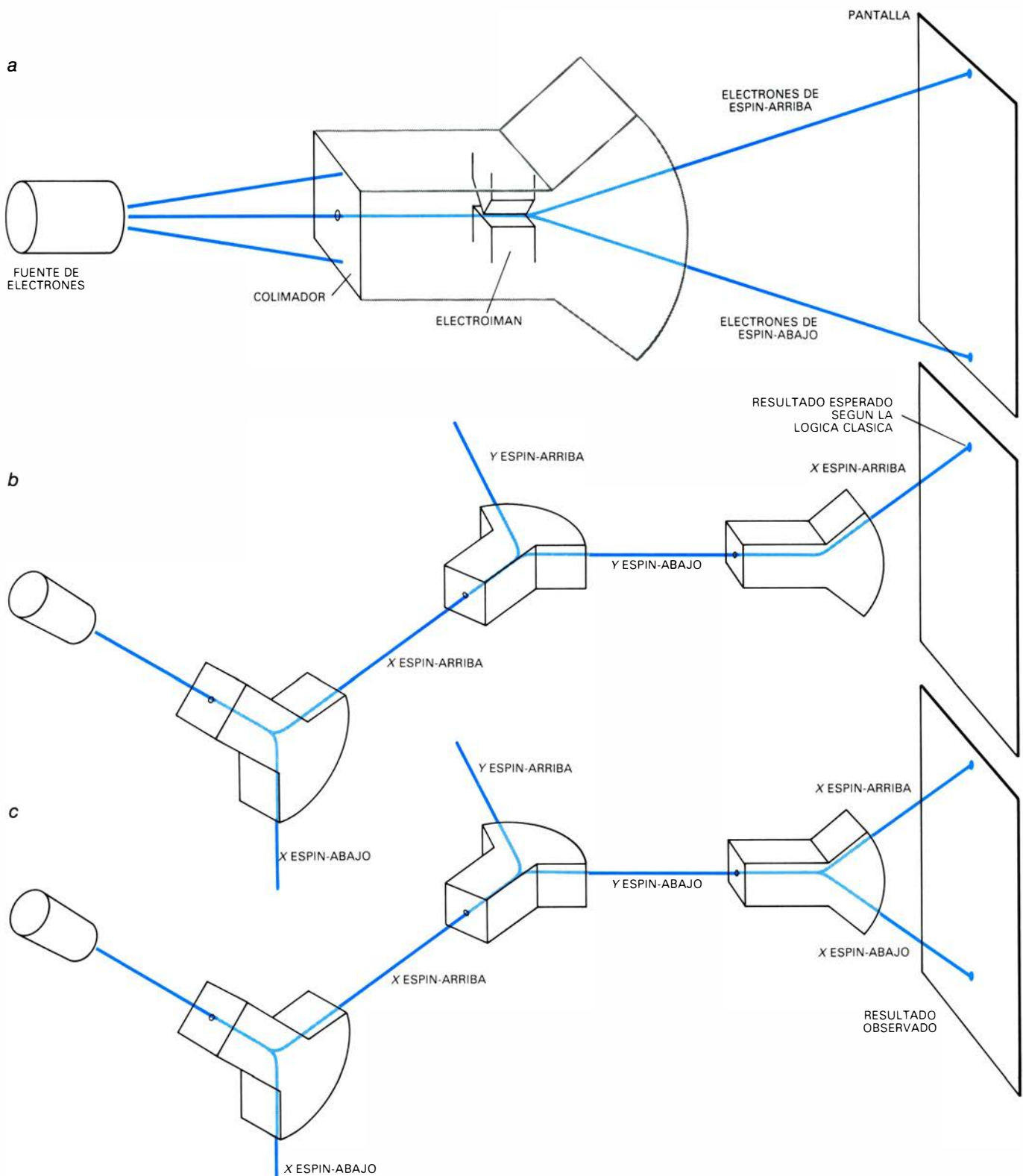
En la lógica clásica, las funciones de las conectivas lógicas  $y$  y  $o$  están definidas, al menos parcial e implícitamente, por los esquemas que configuran en la ley distributiva. Sin embargo, en la descripción de la mecánica cuántica del espín del electrón no está permitido el pa-

so de la primera línea de la ley distributiva a la segunda. Supongamos que  $P$  designa el enunciado “El espín a lo largo del eje  $x$  es arriba (up)”,  $Q$  designa el enunciado “El espín a lo largo del eje  $y$  es arriba (up)” y  $R$  designa el enunciado “El espín a lo largo del eje  $z$  es abajo (down)”. En ese caso, la fórmula  $P y (Q o R)$  puede ser verdadera, pero la fórmula  $(P y Q) o (P y R)$  es insostenible. De ahí que la sugerencia de que



**ESTABLECE LA LEY DISTRIBUTIVA** de la lógica que, para cualesquiera enunciados  $P$ ,  $Q$  y  $R$ , si el enunciado compuesto  $P y (Q o R)$  es verdadero, entonces ha de ser verdadero el enunciado compuesto  $(P y Q) o (P y R)$ . Esta ley distributiva puede ser modelada por un retículo: disposición ordenada de puntos y una red de líneas que conectan los puntos inferiores con otros superiores. Los puntos representan enunciados; las líneas, relaciones de implicación. Un enunciado representado por un determinado punto implica todos los enunciados representados por los puntos que están más arriba en el retículo a los que se puede llegar desde el punto dado siguiendo líneas ascendentes. Se pueden definir en el retículo dos operaciones llamadas *corte* y *asociación*. El *corte* de dos puntos es el punto más alto con el que ambos puntos están conectados por líneas que descienden de al menos uno de ellos. La *asociación* de dos

puntos es el punto más bajo con el que ambos puntos están conectados por líneas que ascienden desde al menos uno de ellos. Si se identifica la operación *corte* con la palabra  $y$  y la operación *asociación* con la palabra  $o$ , el retículo modela las relaciones lógicas entre enunciados. La estructura del retículo determina si las relaciones distributivas son o no válidas para las operaciones *corte* (flechas negras) y *asociación* (flechas de color). En el retículo de  $a$  y  $b$  las operaciones  $x-corte-(y-asociación-z)$  y  $(x-corte-y)-asociación-(x-corte-z)$  llevan al mismo punto; satisfacen, por tanto, una de las leyes distributivas. Un retículo de este tipo modela la lógica clásica o distributiva. En el retículo de  $c$  y  $d$  las dos operaciones no llevan al mismo punto. El retículo modela la lógica no distributiva requerida para la descripción mecánico-cuántica. (En  $b$  y  $d$  no se han puesto las flechas de la *asociación* porque no salen del punto 0.)



**PROPIEDADES OBSERVADAS DEL ESPIN**, o momento angular intrínseco; nos sugieren que la ley distributiva de la lógica no se puede aplicar a la descripción de una partícula atómica o subatómica. Según la mecánica clásica, un campo magnético que varía de un punto a otro desviará las partículas, cuyo espín está orientado al azar, a lo largo de una serie continua de trayectorias. En 1921 Otto Stern y Walther Gerlach hallaron que ese campo desvía las partículas a lo largo sólo de dos trayectorias, mostrando así que el espín está cuantizado (a); la componente del espín medida en la dirección de cualquiera de los ejes elegidos es, invariablemente, o arriba (up) o abajo (down). En cada uno de los haces desviados todas las partículas tienen una componente espín-arriba en la dirección del eje del campo magnético (pongamos por caso el eje  $x$ ) y tienen una componente espín-arriba o espín-abajo en la dirección de un eje perpendicular al campo (llamémosle eje  $y$ ). En la lógica clásica esto equi-

vale a decir que algunas partículas del haz desviado tienen la componente  $x$  espín-arriba y la componente  $y$  espín-arriba y algunas partículas tienen la componente  $x$  espín-arriba y la componente  $y$  espín-abajo. Un segundo campo magnético en ángulo recto con el primero puede separar uno de los haces en sus dos componentes  $y$ . Sería de esperar que un tercer campo magnético, orientado como el primero a lo largo del eje  $x$ , sólo daría lugar a un haz, ya que las partículas habían sido expuestas antes a unos campos que polarizaban el espín primero a lo largo del eje  $x$  y luego a lo largo del eje  $y$  (b). Pero el resultado observado es que del tercer campo salen dos haces; cada haz está polarizado en la dirección del eje  $x$ , pero la componente  $y$  está orientada al azar (c). El resultado indica que es imposible asignar simultáneamente valores exactos a las componentes  $x$  e  $y$  del espín de una partícula. No es válida, pues, la equivalencia derivada de la ley distributiva de la lógica clásica.



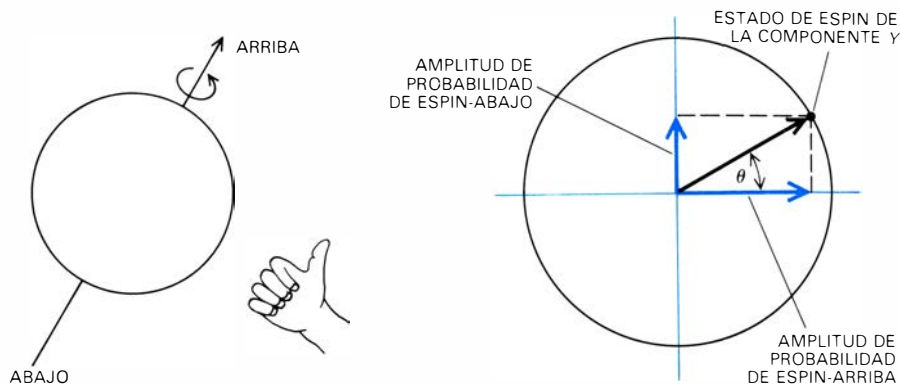
la mecánica cuántica puede exigir la revisión de una ley lógica equivale a la propuesta de que se han de cambiar las funciones de las conectivas *y* y *o*, de manera que los enunciados de la mecánica cuántica ya no se combinen lógicamente para satisfacer la ley distributiva.

¿Cómo se puede estar seguro de que un cambio de tal naturaleza en el lenguaje conserva algún sentido de la estructura lógica tradicional y que no lleva a inconsistencias o paradojas? La respuesta tradicional a esta pregunta ha sido construir un modelo matemático que incorpore el cambio y siga mostrando un comportamiento razonable. (Probablemente no se puede especificar de antemano qué significa “comportamiento razonable”.) El desarrollo de la geometría no-euclídea ofrece un ejemplo instructivo de este proceso.

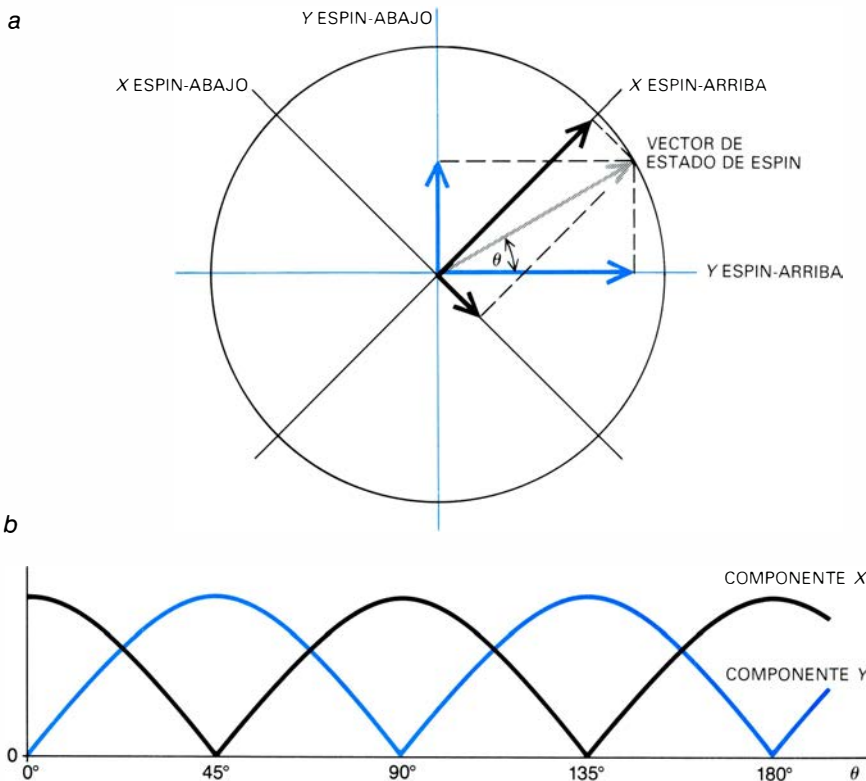
El desarrollo se inició cuando algunos matemáticos empezaron a poner en duda que el quinto postulado de Euclides fuera evidente en sí mismo. El quinto postulado viene a decir que por cualquier punto en un plano exterior a una recta dada se puede trazar una y sólo una recta que sea paralela a la recta dada. Negando el quinto postulado y substituyéndolo, además, por las alternativas de que por el punto dado se podían trazar o bien más de una paralela o bien ninguna recta paralela, los geómetras del siglo XIX tuvieron la inteligencia y la habilidad de construir unos sistemas formales fecundos. Los sistemas se componían de postulados y teoremas que, en un principio, no pudieron ser interpretados como enunciados geométricos.

A pesar del interés intrínseco que tales sistemas formales suscitan en los matemáticos, es difícil trabajar con ellos si no hay forma de interpretar sus postulados y teoremas. Al principio, los geómetras no pudieron garantizar que todos sus resultados estuvieran libres de inconsistencias ni cayeron en la cuenta de que los diferentes sistemas formales estaban profundamente relacionados. Sin embargo, al cabo de un tiempo se reconoció que se podía interpretar los enunciados de los sistemas formales como enunciados geométricos de superficies curvas, tales como la superficie de una esfera o la superficie hiperbólica infinita en forma de silla de montar.

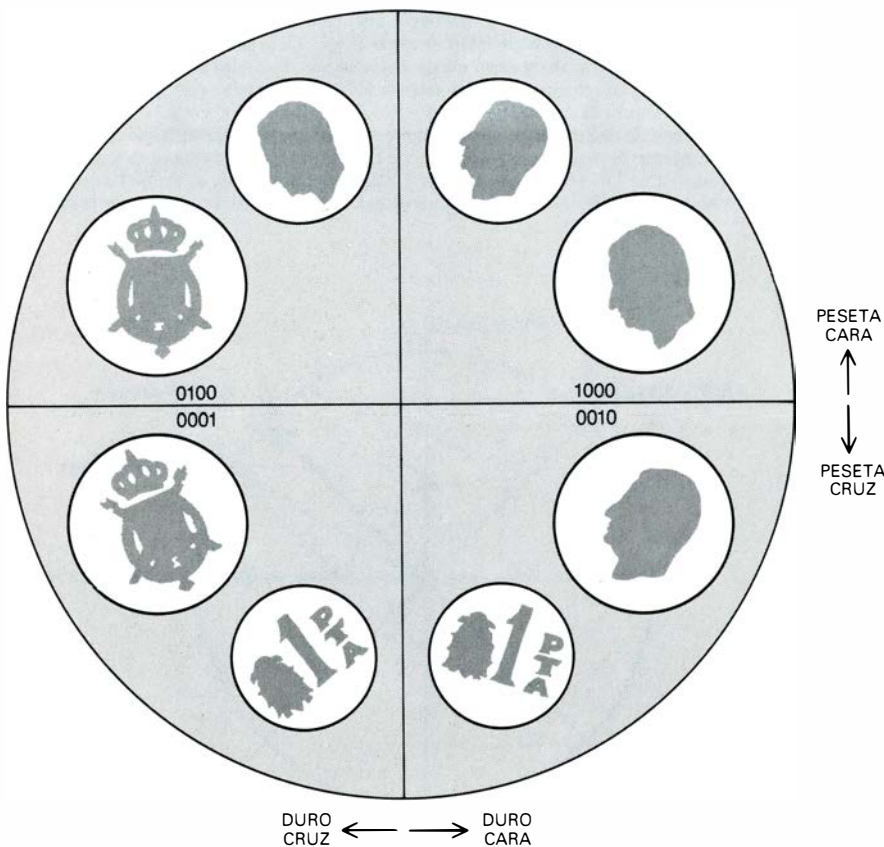
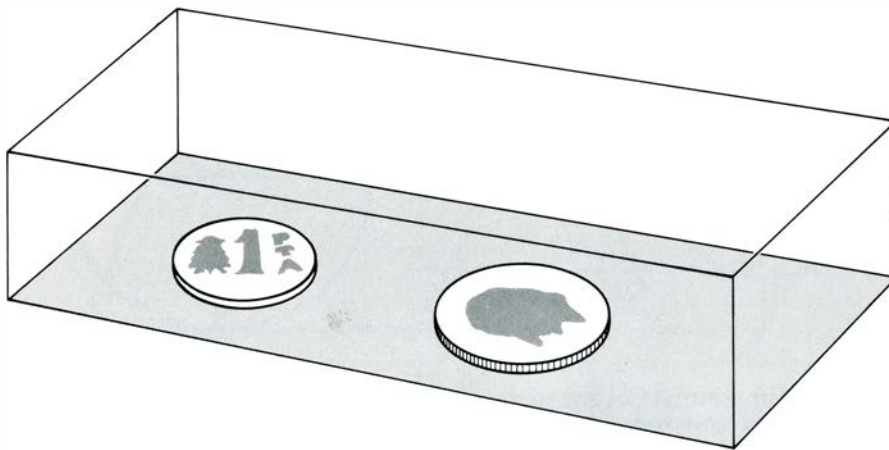
La construcción de unos modelos geométricos posibilitó una comprensión más intuitiva. Los esquemas abstractos de los sistemas formales se podían visualizar como relaciones geomé-



**EL ESTADO DE ESPÍN DE UNA PARTICULA** da la probabilidad de que el espín medido en la dirección de un eje espacial determinado sea o bien arriba o bien abajo. Por la convención de la regla de la mano derecha, si los dedos se cierran en el mismo sentido de giro del espín, el pulgar derecho señalará el sentido del espín-arriba (up). La probabilidad de hallar que la partícula tiene espín-arriba a lo largo de un eje dado es el cuadrado de la magnitud de un vector llamado la amplitud de probabilidad de espín-arriba. Análogamente, la probabilidad de hallar que la partícula tiene espín-abajo (down) a lo largo de un eje dado es el cuadrado de la amplitud de probabilidad de espín-abajo. La probabilidad de que la partícula sea o espín-arriba o espín-abajo es 1, de manera que la suma de los cuadrados de las dos amplitudes de probabilidad valdrá también 1. Si representamos las amplitudes de probabilidad por dos ejes ortogonales, su suma vectorial es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de longitud 1. Por tanto, se puede representar cualquier estado de espín de una partícula por un vector que es la suma vectorial de las dos amplitudes de probabilidad, y el conjunto de todos los estados de espín posibles corresponde a una circunferencia de radio 1 de un espacio abstracto llamado espacio de fases. Un análisis completo de los estados de espín exige la introducción de números complejos, es decir, números que tienen una parte real y otra imaginaria.



**AFIRMA EL PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE** de Werner Heisenberg que no se pueden conocer simultáneamente con una precisión ilimitada los valores de determinados pares de variables que caracterizan el estado de una partícula. Las componentes *x* e *y* del espín de una partícula son uno de esos pares de variables, a las que se llama incompatibles. En el gráfico están representadas las amplitudes de probabilidad de espín-arriba y espín-abajo para las componentes *x* e *y* del espín (a). Se puede considerar al vector de estado de espín (flecha gris) como la suma vectorial o bien de las dos amplitudes de la componente *x* (flechas negras) o bien de las dos amplitudes de la componente *y* (flechas de color). El diagrama constituye una aproximación; una representación completa del estado de espín tendría que incluir la componente *z* y sólo se podría trazar en un espacio cuyos puntos representarían números complejos. Al girar el vector desde el eje *y* espín-arriba hacia el eje *x* espín-arriba aumenta la probabilidad de hallar que la componente *x* del espín es arriba, pero se torna más incierto el resultado de cualquier medida de la componente *y*. Imaginando que el vector de estado de espín continúa girando en sentido antihorario, se puede construir un gráfico de las incertidumbres asociadas a las dos componentes del espín (b). Cuando la incertidumbre en el valor de una componente llega a cero, es máxima la incertidumbre en el valor de la otra.



**SISTEMA FISICO SIMPLE** formado por una caja, una peseta y un duro. Dicho sistema tiene cuatro estados: en las dos monedas aparece cara, en ambas cruz, en la peseta cruz y en el duro cara, y en la peseta cara y en el duro cruz. Un cuadrante de un disco, al que se ha asignado un número binario de cuatro dígitos, puede representar a cada uno de los estados. Las áreas del disco compuestas de diversas combinaciones de los cuadrantes corresponden a todas las posibles agrupaciones de los estados del sistema y, por tanto, a cualquier "expresión teórica" que se refiere a algún estado o combinación de estados.

tricas, y uno podía ver de una ojeada si el teorema tenía o no sentido. Los matemáticos empezaron, además, a considerar cada modelo geométrico como un simple caso de un estudio más general de superficies curvas; se podía caracterizar la geometría de un modelo particular especificando la curvatura de la superficie. Por ejemplo, la geometría euclídea es el estudio de las superficies planas, es decir, de aquellas superficies cuya curvatura es cero. De este modo la interpretación geométrica de los di-

ferentes sistemas formales hizo ver que no son sistemas independientes, sino miembros de una misma familia. Se llegó a comprender que los teoremas de cada uno de los sistemas eran análogos unos de otros, es decir, que desempeñaban funciones semejantes en las geometrías de las diferentes superficies.

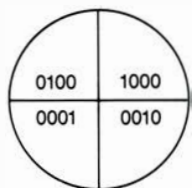
Con el propósito de construir un modelo interpretativo semejante para la lógica cuántica, John von Neumann, del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, empezó en 1932 a estudiar

detenidamente las propiedades de unas estructuras matemáticas llamadas retículos. Von Neumann desarrolló su enfoque en un artículo escrito en 1936 en colaboración con Garret Birkhoff, de la Universidad de Harvard. Mostraron que se puede considerar la estructura de retículo de una teoría física como un modelo matemático del sistema de lógica apropiado a la teoría. El concepto de retículo es muy general. Aquí lo aplicaré a la estructura lógica de una teoría simple ideada con fines explicativos, pero puede abarcar tanto las estructuras de la física clásica como las de la mecánica cuántica. En los últimos doce años, físicos y filósofos han estado volviendo al análisis del retículo introducido por von Neumann y Birkhoff.

La interpretación de una estructura lógica con la ayuda de un retículo es análoga a la interpretación de un sistema formal con la ayuda de una geometría particular. Las funciones de las conectivas lógicas en la teoría física se pueden identificar con las funciones de alguna de las operaciones y relaciones definidas en el retículo asociado con la teoría. El resultado es una visión comprensiva, análoga a la comprensión más general de la geometría alcanzada con la introducción de la idea de curvatura. La lógica abstracta que los diferentes retículos modelan en teorías diferentes puede incorporar el cambio en la ley distributiva exigido por la mecánica cuántica al tiempo que conserva la ley distributiva para las teorías de la física clásica.

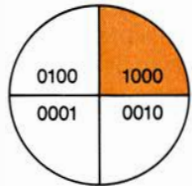
Antes de proceder a describir las estructuras de retículo conviene examinar más detenidamente las afirmaciones de la teoría cuántica que han precipitado tales investigaciones lógicas abstractas. Si bien la mecánica cuántica hace varias afirmaciones desconcertantes acerca de los acontecimientos físicos a escala microscópica, como la de la dualidad onda-partícula, voy a limitar mi exposición a los efectos de espín. Los conceptos requeridos para comprender la naturaleza cuántica del espín reflejan de un modo sencillo, aunque no trivial, la estructura conceptual básica necesaria en toda la mecánica cuántica.

El espín mecánico-cuántico de una partícula es análogo a la rotación de un objeto corriente, por ejemplo de una peonza. El espín tiene una componente en cada uno de los tres ejes de un espacio tridimensional; a estas componentes se les llama la componente  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Por la regla convencional de la mano derecha, si los dedos de esta mano se cierran en el mismo sentido de giro del



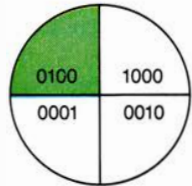
0000

P	Q	$P \vee \text{NO-}P$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0



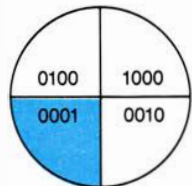
1000

P	Q	$P \vee Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



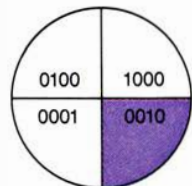
0100

P	Q	$P \vee \text{NO-}Q$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0



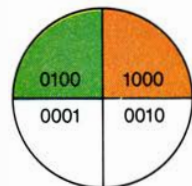
0001

P	Q	$\text{NO-}P \vee \text{NO-}Q$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1



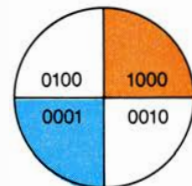
0010

P	Q	$\text{NO-}P \vee Q$
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	0



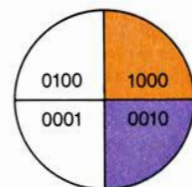
1100

P	Q	$P$
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	0



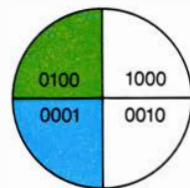
1001

P	Q	$(P \vee Q) \vee (\text{NO-}P \vee \text{NO-}Q)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1



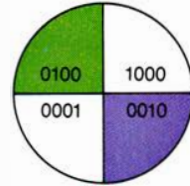
1010

P	Q	$Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0



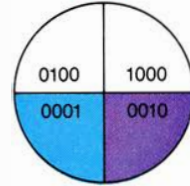
0101

P	Q	$\text{NO-}Q$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1



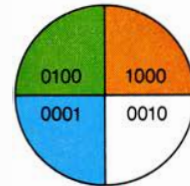
0110

P	Q	$(P \vee \text{NO-}Q) \vee (\text{NO-}P \vee Q)$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0



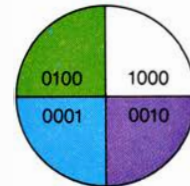
0011

P	Q	$\text{NO-}P$
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	1



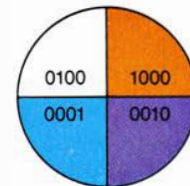
1101

P	Q	$P \vee \text{NO-}Q$
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	1



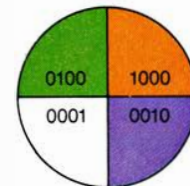
0111

P	Q	$\text{NO-}P \vee \text{NO-}Q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1



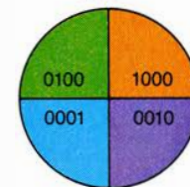
1011

P	Q	$\text{NO-}P \vee Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1



1110

P	Q	$P \vee Q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



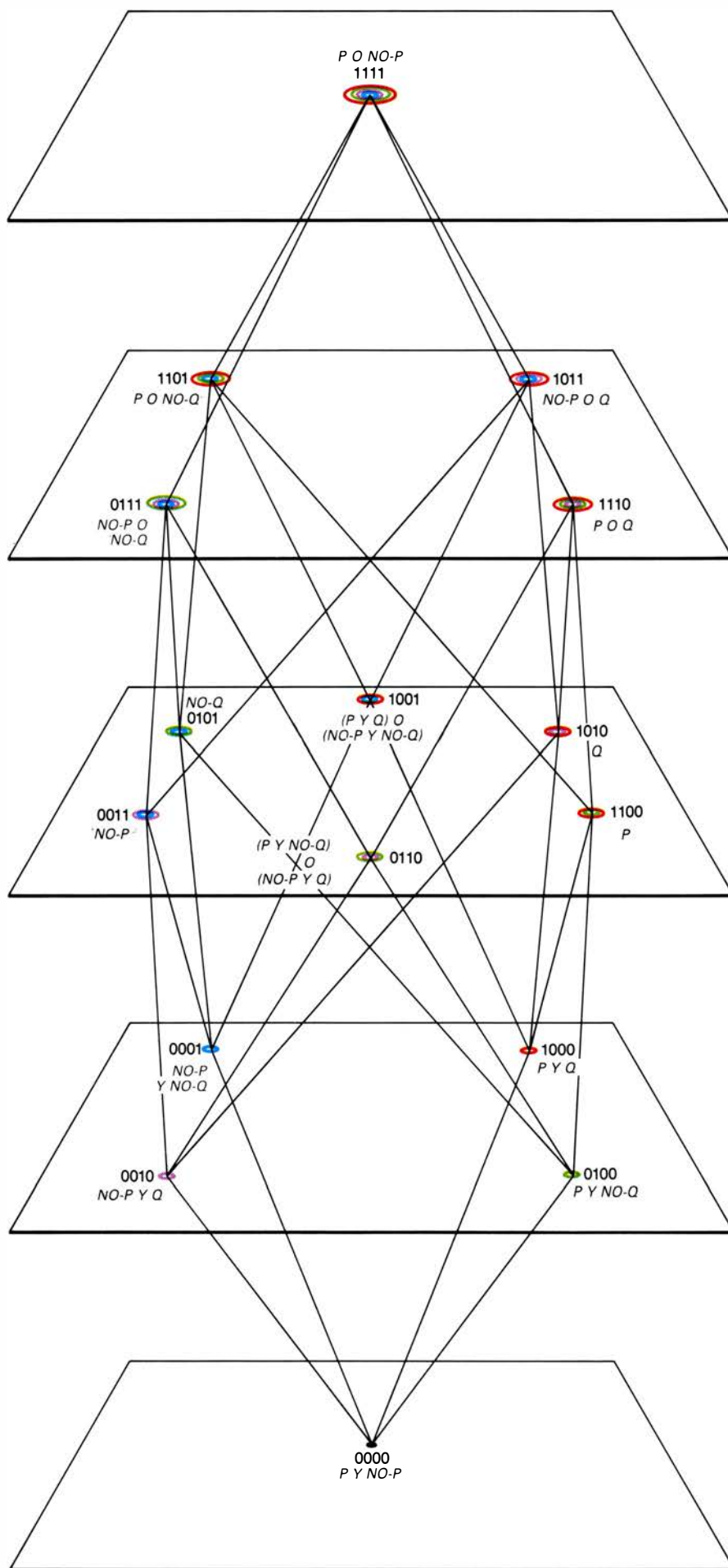
1111

P	Q	$P \vee \text{NO-}P$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

LAS TABLAS DE VERDAD muestran cómo los valores de verdad de enunciados se pueden asociar biunívocamente a los números binarios que corresponden a áreas de un disco. Cada cuadrante representa un único estado del sistema peseta-duro, y toda área posible está representada de una manera única por la suma binaria de los números asignados a los cuadrantes. Dados dos enunciados,  $P$  y  $Q$ , una tabla de verdad muestra cómo la verdad (representada por 1) o la falsedad (0) de un enunciado compuesto por  $P$ ,  $Q$  y ciertas

conectivas lógicas depende de la verdad o falsedad de  $P$  y  $Q$ . Hay cuatro combinaciones de los valores de verdad de  $P$  y  $Q$ . En cada una de estas combinaciones el enunciado compuesto puede ser verdadero o falso. Hay, por tanto,  $2^4$  o 16 tablas de verdad posibles. Para cada tabla de verdad cabe encontrar un enunciado cuya dependencia de los valores de verdad  $P$  y  $Q$  viene dada por la tabla. Por ejemplo, el enunciado  $P \vee Q$  es verdadero cuando al menos uno de los dos es verdadero; y falso, sólo si ambos enunciados,  $P$  y  $Q$ , son falsos.





espín, el pulgar derecho señala el sentido del espín-arriba.

Se puede detectar y manipular el espín de una partícula cargada eléctricamente por medio del momento magnético generado por la carga que gira. El método de detección consiste en hacer pasar la partícula por una zona en la que un campo magnético varía mucho de un punto a otro. Según la física clásica, ese gradiente de campo desviará a una partícula en movimiento en una magnitud que dependerá del momento magnético de la partícula.

En el experimento que realizaron en 1921 Otto Stern y Walther Gerlach se evaporó plata en un horno y se hizo que los átomos de plata se dirigieran, a través de una serie de placas, hasta un campo magnético de fuerte gradiente. Como quiera que el momento magnético de los átomos de plata está efectivamente orientado al azar por el procedimiento experimental, Stern y Gerlach esperaban que el gradiente del campo magnético dispersara uniformemente los átomos y que produjera una especie de mancha difusa en una placa fotográfica. No hubo tal, sino que observaron que la placa registraba dos pequeñas manchas bien definidas donde estaban concentrados la mayoría de los átomos. El momento magnético de los átomos parecía tomar sólo dos valores distintos. Este resultado se ha comprobado después en otros muchos experimentos con aparatos más sensibles; en todos los casos resultó que estaba cuantificado el momento magnético de una partícula elemental o de una estructura algo más compleja, un átomo por ejemplo.

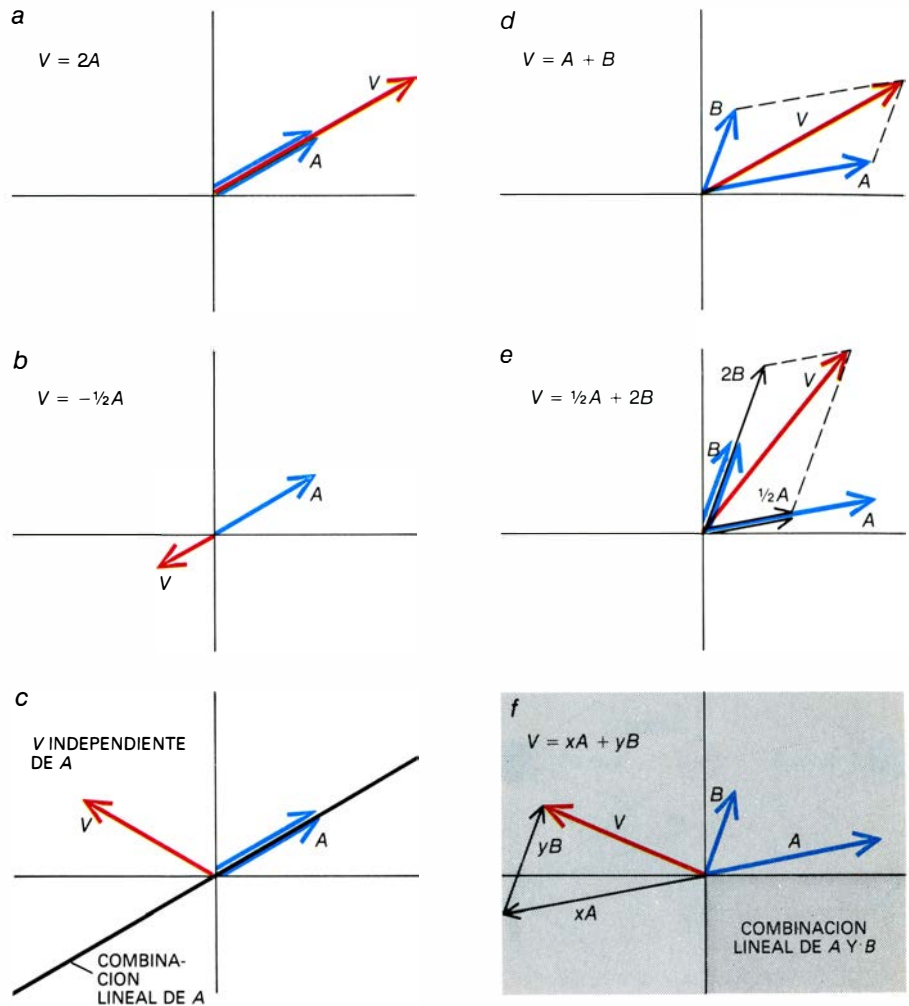
Debido a la cuantificación del mo-

**RETICULO DE PUNTOS Y LINEAS.** Desarrolla las relaciones de subconjuntos entre las áreas del disco dividido en cuatro partes. Cada punto representa un área distinta del disco. Los colores de los círculos concéntricos junto a cada punto coinciden con los colores de los cuadrantes del disco que componen el área correspondiente (véase la ilustración de la página anterior). Los puntos del retículo que están en el mismo plano denotan áreas del disco que incluyen al mismo número de cuadrantes. El área representada por un punto inferior es un subconjunto de cualquier área señalada por un punto superior con el que dicho punto inferior está conectado por medio de una línea ascendente. Los números binarios asociados a los puntos corresponden a las áreas del disco y a las tablas de verdad de los enunciados que designan los puntos. Las líneas del retículo tienen también una interpretación lógica. Al representar relaciones de subconjuntos entre las áreas del disco, indican también relaciones de implicación. Un enunciado representado por un punto inferior implica a todos los enunciados representados por puntos superiores hasta los que se puede llegar siguiendo líneas ascendentes.

mento magnético, es posible separar partículas cuyos espines tengan una orientación determinada seleccionando uno de los haces que salen del campo magnético. El haz seleccionado tiene polarizado el espín en una dirección paralela al gradiente del campo. Voy a suponer, por razones de comodidad, que el haz se mueve a lo largo del eje  $z$  y que, después de pasar por el campo magnético, todas las partículas tienen la componente de espín a lo largo del eje  $x$  señalando arriba (up). Se hace pasar después al haz de espín polarizado por un segundo campo magnético en ángulo recto con el primero y paralelo al eje  $y$ . Sería de esperar que, después de pasar por el segundo campo magnético, el haz estuviera polarizado en las dos direcciones, en la  $x$  y en la  $y$ . Si se hiciera pasar cualquiera de los haces que salen del segundo campo magnético a través de un tercer campo orientado en la dirección  $x$ , se esperaría descubrir sólo valores arriba para la componente  $x$  del espín. Pero, en vez de esto, aparecen de nuevo en la pantalla dos pequeñas manchas. El haz ha perdido en cierto sentido su polarización de espín en la dirección del eje  $x$ , y las mediciones dan como resultado una combinación fortuita de valores arriba y abajo.

Este experimento un tanto idealizado ilustra algunos de los principios fundamentales de la mecánica cuántica. El paso de un haz polarizado en la dirección del eje  $x$  a través de un campo magnético orientado de manera que polarice la componente  $y$  y anula la polarización de la componente  $x$ . Generalizando, se puede afirmar que cualquier operación sobre una partícula elemental que determina el valor de alguna variable mecánico-cuántica debe simultáneamente dejar impreciso el valor de, al menos, otra variable; cuando entre dos variables se da una conexión de este tipo, se dice que estas dos variables son incompatibles. Si se conoce con certeza la componente  $y$  del espín, entonces ha de permanecer completamente desconocido el valor de la componente  $x$ : es una cantidad distribuida al azar, con la misma probabilidad (es decir,  $1/2$ ) de ser arriba o abajo.

En general, a medida que crece la probabilidad de medir un valor determinado de una variable, decrece la probabilidad de medir un valor determinado de una variable incompatible con aquella. Por ejemplo, si, al pasar el haz por el segundo campo magnético, la componente  $y$  sólo se polarizó parcialmente, entonces la probabilidad



**POR COMBINACION LINEAL DE UN ESPACIO VECTORIAL** se entiende el conjunto de todos los vectores que se pueden obtener sumando cualesquiera vectores del espacio o multiplicándolos por una cantidad escalar (una cantidad que no tiene dirección sino sólo magnitud). La combinación lineal de un único vector  $A$  (flechas azules) es una recta que pasa por  $A$ , ya que los vectores derivados (flechas rojas) sólo se pueden generar por la multiplicación por escalares o por la suma de vectores situados a lo largo de la recta (gráficos a y b). Los vectores que no se pueden generar por dichas operaciones son vectores independientes (gráfico c). Dos vectores independientes  $A$  y  $B$  se combinan por suma vectorial o por multiplicación por escalares siguiendo la regla del paralelogramo (gráficos d y e). La combinación lineal de ambos es un plano, ya que se puede obtener cualquier punto del plano sumando vectorialmente un múltiplo escalar de  $A$  con un múltiplo escalar de  $B$  (gráfico f). (Ilustración realizada por Gabor Kiss.)

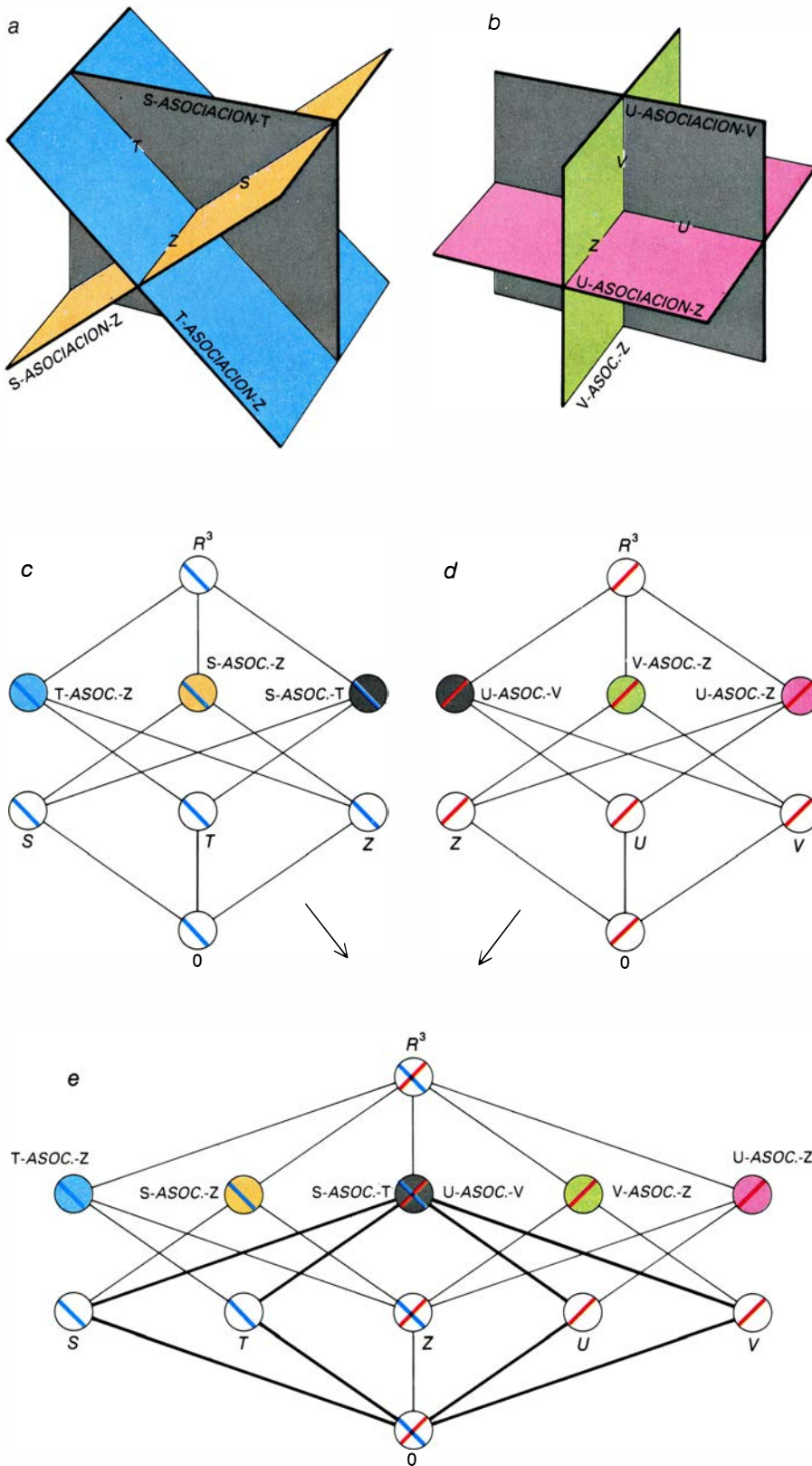
de que la componente  $x$  sea arriba sería menor que 1 pero mayor que  $1/2$ . El principio de incertidumbre, formulado por Werner Heisenberg, especifica de forma cuantitativa cómo la probabilidad de detectar un valor determinado de una variable depende de la probabilidad asignada a una variable incompatible.

Describiré ahora cómo un retículo puede representar la estructura teórica de un sistema físico simple, y cómo se puede insertar en el retículo una estructura lógica. Imaginemos una caja de tapa transparente en cuyo interior hay una moneda de peseta y otra de duro. Se puede considerar la caja como un sistema físico cuyo estado viene determinado por la superficie visible de cada moneda. El sistema puede estar en uno de los cuatro estados siguientes: en las dos monedas aparece cara, en las dos

cruz, en la peseta cara y en el duro cruz, y en la peseta cruz y en el duro cara. (Debo la idea de discutir un sistema con cuatro estados posibles, si bien no este ejemplo, a Ariadna Chernavskaya, de la Universidad de Columbia.)

En una representación sencilla se le puede asignar a cada uno de los estados posibles del sistema un cuadrante de un disco. Si se divide el disco por una recta horizontal y otra vertical, el cuadrante superior derecho puede corresponder al estado en que ambas monedas muestran cara, el superior izquierdo al estado en que en la peseta aparece cara y en el duro cruz, el inferior izquierdo al estado en el que ambas monedas muestran cruz, y el inferior derecho al estado en el que en la peseta aparece cruz y en el duro cara. A estos cuadrantes se les puede asignar respectivamente los números en base binaria 1000, 0100,





**RELACIONES DE INCLUSION** entre subespacios vectoriales del espacio físico tridimensional ( $R^3$ ). Podemos representarlas por retículos. En a los subespacios indicados por las rectas  $s$  y  $t$  generan el subespacio representado por el plano  $s$ -asociación- $t$ . Análogamente, las rectas  $s$  y  $z$  generan el plano  $s$ -asociación- $z$ , y las rectas  $t$  y  $z$  generan el plano  $t$ -asociación- $z$ . En b las rectas  $u$ ,  $v$  y  $z$  generan los planos correspondientes, estando las rectas  $u$  y  $v$  en el mismo plano que las rectas  $s$  y  $t$ . Los puntos de los retículos c y d representan los subespacios vectoriales formados por las rectas y planos, por el subespacio cero (el punto en el que en cada diagrama se cortan las tres rectas) y por el propio espacio vectorial  $R^3$ . Los vectores de un subespacio representados por un punto inferior de un retículo están también en todo subespacio representado por un punto superior con el que el punto inferior está conectado por líneas del retículo ascendentes. Los dos retículos se pueden juntar en aquellos puntos que representan los mismos subespacios, a saber, los puntos  $R^3$ ,  $s$ -asociación- $t$  (equivalente al punto  $u$ -asociación- $v$ ),  $z$  y  $0$ . El retículo resultante (e) no es distributivo y es idéntico a los retículos de la parte derecha (c y d) de la ilustración de la página 81. El retículo compuesto desarrolla las relaciones de inclusión que se darían entre los subespacios vectoriales si los dos planos  $s$ -asociación- $t$  y  $u$ -asociación- $v$  coincidieran y todas las rectas pasaran por el origen.

0001 y 0010. Se puede designar también con un número binario de cuatro cifras a cualquier área del disco que incluya un número entero de cuadrantes. En esta cifra aparecerá el dígito 1 en los lugares en que lo ostente cualquiera de los cuadrantes incluidos en el área; en los demás lugares el dígito será 0. Por ejemplo, el área del disco que incluye todos los cuadrantes menos el inferior derecho se designará con el número 1101. Se ha de definir cada cuadrante de manera que no tenga más punto en común con los otros cuadrantes que el punto centro del disco. Por tanto, supondré que de los dos radios que limitan a un cuadrante sólo pertenece a este cuadrante el primero de ellos, en el sentido de las agujas del reloj.

Toda teoría física se puede considerar como un enunciado sobre los estados posibles o actuales de un sistema físico. La teoría puede escoger unos estados o conjunto de estados a partir de los cuales explicar los restantes. En el sistema peseta-duro supondré que una "teoría física" puede identificar como perteneciente al sistema a cualquier combinación de los cuatro estados. Combinando los cuadrantes del disco de todas las formas posibles resultan 16 combinaciones de estados.

Supongamos que cada combinación de estados está representada por un punto. Se pueden unir después los 16 puntos por una red de líneas para mostrar cómo algunas áreas del disco pueden ser consideradas subconjuntos de otras áreas. Una línea que une dos puntos indica que el punto inferior del diagrama es un subconjunto del superior. Más exactamente, el área representada por el punto inferior está incluida en el área representada por el punto superior.

El punto más bajo de la red representa el área cero (0000), el área del centro del disco que es común a todos los cuadrantes. A partir del punto cero suben rectas de la red a los cuatro puntos (1000, 0100, 0001, 0010) que representan las áreas de cada uno de los cuatro cuadrantes del disco. Tal como indican las rectas de conexión, cada una de estas áreas incluye como subconjunto al punto central. Por encima de los cuatro puntos que representan a los cuadrantes, se hallan puntos que representan áreas más extensas del disco, cada una de las cuales incluye al menos dos cuadrantes y el centro. En la cúspide de la red se halla el punto 1111, que representa el área de todo el disco. Las relaciones de subconjuntos pueden estar indicadas no sólo por una recta ascendente directa, sino también por una lí-



nea zigzagueante que pasa por puntos intermedios. Así el punto más elevado está unido con todos los otros puntos que están por debajo de él. Puede también considerarse que cada punto está en conexión consigo mismo.

Se pueden definir ahora dos operaciones que hacen de la red de puntos y líneas un retículo del tipo definido por von Neumann y Birkhoff. Dados dos puntos cualesquiera,  $a$  y  $b$ , en la red, se designa como punto  $a$ -asociación- $b$  al punto más bajo del retículo al que tanto  $a$  como  $b$  están conectados por líneas que ascienden desde al menos uno de ellos. Si ambos,  $a$  y  $b$ , están unidos directamente al mismo punto superior, este punto es el punto  $a$ -asociación- $b$ . Si  $a$  y  $b$  están en conexión uno con otro, entonces el punto más alto de los dos es el punto  $a$ -asociación- $b$ . Puesto que el retículo representa áreas del disco, la asociación de dos áreas es el punto que representa la menor área que las incluye a ambas; a este mismo concepto se le llama en teoría de conjuntos el conjunto unión. La asociación de 0000 (el centro del disco) y 1000 (el cuadrante superior derecho) es 1000, puesto que el cuadrante incluye el centro. La asociación de 1000 y 0100 (el cuadrante superior izquierdo) es 1100: la mitad superior del disco.

Se define una segunda operación en el retículo escogiendo el punto más alto al que tanto  $a$  como  $b$  están conectados por líneas que descienden desde al menos uno de ellos; a este punto se le llama el punto  $a$ -corte- $b$ . En el disco el corte de dos áreas es la mayor área que ambas tienen en común; en la teoría de conjuntos se le llama intersección. El corte de 1100 (la mitad superior) y 1010 (la mitad derecha) es 1000: el cuadrante superior derecho. El corte de 1000 y 0000 es el punto 0000.

Los retículos de los que me voy a ocupar son los retículos llamados complementados: para todo punto  $a$  de la red ha de ser posible encontrar un complemento  $a'$ , que tiene la propiedad de que  $a$ -asociación- $a'$  es la cúspide de la red (1111) y  $a$ -corte- $a'$  es el fondo de la red (0000). En el disco, el complemento de un área es otra área que no tiene más punto en común con la primera que el centro del disco, pero que unida a aquella compone todo el área del disco. Los puntos 0100 (el cuadrante superior izquierdo) y 1011 (el área compuesta por los cuadrantes superior derecho, inferior derecho o inferior izquierdo) son complementos uno de otro. La operación análoga en teoría de conjuntos se llama también complementación.

El funcionamiento de las operaciones asociación y corte depende del retículo en el que están definidas. No obstante, en el retículo que representa las áreas del disco funcionan de un modo bien conocido por nosotros. Cumplen las mismas leyes que sus análogas de la teoría de conjuntos: unión e intersección. En particular, rigen las leyes de distributividad. Para cualesquiera tres puntos  $a$ ,  $b$  y  $c$  del retículo,  $a$ -corte- $(b$ -asociación- $c)$  es el mismo punto que  $(a$ -corte- $b)$ -asociación- $(a$ -corte- $c)$ . Análogamente,  $a$ -asociación- $(b$ -corte- $c)$  es el mismo punto que  $(a$ -asociación- $b)$ -corte- $(a$ -asociación- $c)$ . A la estructura matemática resultante se la llama un retículo distributivo complementado; se la conoce también como álgebra de Boole porque se remonta al lógico británico del siglo XIX George Boole.

He descrito las propiedades de una representación abstracta del sistema peseta-duro, a saber, las relaciones de conjuntos entre las áreas de un disco. ¿Qué tipo de enunciados se podría utilizar para describir el estado físico mismo? Supongamos que  $P$  representa el enunciado "En la peseta aparece cara",  $Q$  representa el enunciado "En el duro aparece cara",  $no$ - $P$  representa "En la peseta aparece cruz" y  $no$ - $Q$  representa "En el duro aparece cruz". Cualquier propiedad del sistema peseta-duro que un físico quisiera describir por medio de una teoría sobre el sistema se puede definir escribiendo un enunciado compuesto. Por ejemplo, el enunciado compuesto  $P$  y  $Q$  afirma "En las dos monedas aparece cara". El enunciado  $no$ - $P$  o  $Q$  dice que en el presente estado del sistema "En la peseta aparece cruz o en el duro aparece cara"; en otras palabras, especifica que es cualquier estado, excepto aquel en el que la peseta muestra cara y el duro cruz.

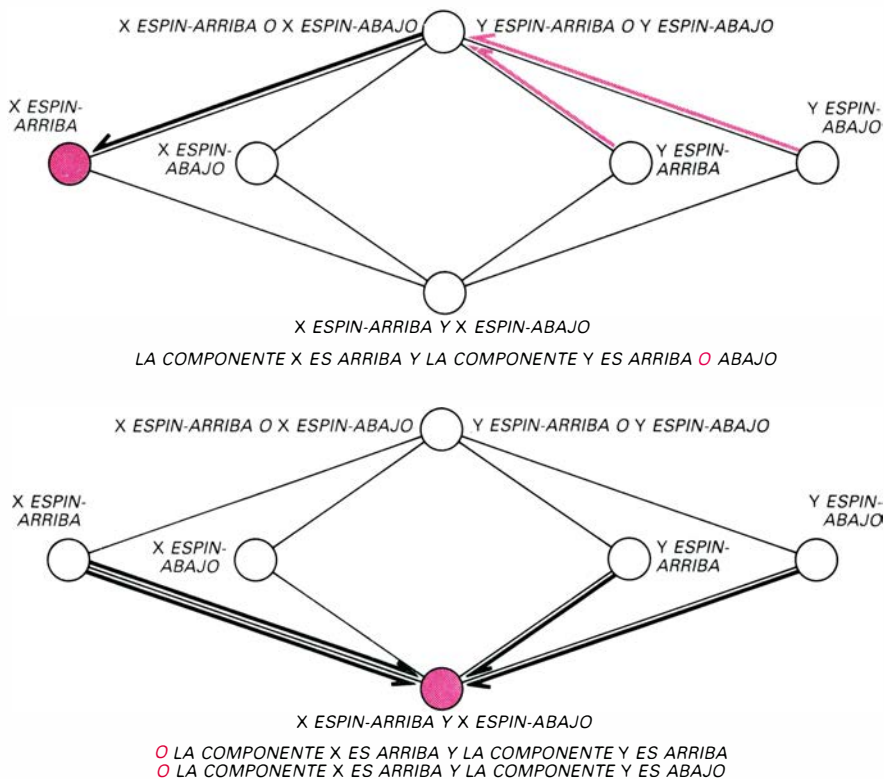
En circunstancias corrientes (a diferencia de las que se dan en la mecánica cuántica) la intuición lógica es un guía bastante seguro de los modos en que la verdad o falsedad de un enunciado compuesto depende de la verdad o falsedad de los enunciados que lo componen. El enunciado  $P$  y  $Q$  es verdadero sólo si  $P$  es verdadero y  $Q$  es también verdadero, y, por tanto, sólo si en ambas monedas aparece cara; en cualquier otro caso el enunciado compuesto es falso. El valor de verdad de un enunciado compuesto se ha de evaluar (mostrar que es verdadero o falso) caso por caso para cada posible combinación de verdad y falsedad de los enunciados componentes.

Se llama función veritativa a la expo-

sición completa de cómo el valor de verdad de un enunciado compuesto está determinado por sus enunciados componentes. Los lógicos acostumbran a desarrollar la evaluación de la función veritativa en unas disposiciones ordenadas y regulares llamadas tablas de verdad. Supongamos que 1 representa el valor verdadero y 0 el valor falso. Entonces, cualquier enunciado compuesto formado por los dos enunciados simples  $P$  y  $Q$  se puede representar por un número binario de cuatro dígitos, del mismo modo que se clasificaron las áreas del disco. En la tabla de verdad figura un 1 o un 0 para cada uno de los cuatro pares posibles de valores de verdad de  $P$  y  $Q$ . Por tanto, la función veritativa de cada uno de los enunciados posibles de dos componentes viene dada por una de las 16 tablas de verdad posibles. Por ejemplo, el valor de verdad del enunciado  $P$  y  $Q$  viene dado por la función veritativa 1000; el enunciado es verdadero sólo en el cuadrante del disco designado por 1000.

La relación entre la función veritativa de un enunciado compuesto y el número asignado al área del disco en la que el enunciado compuesto es verdadero es una relación general. Los números binarios son los mismos. Por consiguiente, se puede asignar a cada área del disco y, por tanto, a cada punto del retículo el mismo enunciado formado por los elementos  $P$ ,  $Q$ ,  $no$ , y y  $o$ . Más exactamente, se puede asociar a cada punto del retículo una clase equivalente de enunciados, formada por todos los enunciados que tienen la misma tabla de verdad. Por ejemplo, el enunciado  $no$ -( $P$  y  $Q$ ) está asociado al mismo punto del retículo que el enunciado  $no$ - $P$  o  $no$ - $Q$ .

El resultado más importante de la asociación de enunciados a puntos del retículo es el mostrar cómo el retículo puede desarrollar relaciones lógicas. Si los enunciados  $A$  y  $B$  están representados por los puntos  $a$  y  $b$  del retículo, entonces los enunciados  $A$  y  $B$  y  $A$  o  $B$  están representados respectivamente por los puntos  $a$ -corte- $b$  y  $a$ -asociación- $b$ . Además, las líneas que conectan puntos inferiores del retículo con puntos superiores representan la relación lógica de implicación. El enunciado  $A$  implica el enunciado  $B$  con tal que  $B$  sea verdadero siempre que  $A$  es verdadero. La tabla de verdad de  $B$  ha de tener un 1 en cada uno de los lugares en que figura un 1 en la tabla de verdad de  $A$ . (La tabla de verdad de  $B$  puede presentar además otros 1.) Por consiguiente, la implicación está representada en el retículo que describe la estruc-



**RELACIONES LOGICAS ENTRE LOS ENUNCIADOS** que describen el espín de una partícula; se pueden modelar de forma muy simplificada por medio de retículos idénticos al trazado con líneas negras más gruesas al final de la ilustración de la página precedente. Los puntos del retículo corresponden a enunciados que describen estados puros de espín. En cada retículo se identifica la palabra *y* con el *corte* de dos puntos (*flechas negras*), y la palabra *o* con la *asociación* de dos puntos (*flechas de color*). Los enunciados al pie de los retículos, que según la ley distributiva son lógicamente equivalentes, están modelados por las operaciones que muestran las flechas. A causa de que la estructura de los retículos deriva de la estructura de la relación de inclusión en espacios vectoriales (véase la figura anterior), los retículos no son distributivos. Los dos enunciados compuestos no están representados por el mismo punto del retículo. Los retículos modelan, pues, la no vigencia de la ley distributiva de la lógica para enunciados acerca del espín.

tura lógica del sistema peseta-duro por las mismas líneas que representan la relación de inclusión.

El retículo del sistema peseta-duro presenta las mismas relaciones lógicas que el retículo que corresponde a la mecánica clásica o newtoniana. El estado de una partícula newtoniana está caracterizado por la posición de la partícula en un instante determinado y por su momento (el producto de su masa por su velocidad). Supongamos, por razones de simplicidad, que el sistema newtoniano consta de una única partícula limitada a moverse en una sola dimensión. Igual que un estado del sistema peseta-duro se puede representar por un área de un disco, se puede representar también el estado de la partícula obligada a moverse en una sola dimensión. Igual que un estado del sistema se asignan los valores de la posición y del momento, de forma que cada punto del plano corresponde a un par de valores de posición y de momento. Al plano se le llama el espacio de fases del sistema.

¿Cuál es la estructura matemática del espacio de fases a la que se adapta la teoría newtoniana simplificada? Los

enunciados de la física newtoniana se refieren a zonas, o subconjuntos, del espacio de fases exactamente igual que los enunciados sobre el sistema peseta-duro se refieren a áreas del disco. Un enunciado corresponde a una zona del plano siempre que el enunciado sea verdadero para todos y cada uno de los puntos de la zona y para ningún otro punto. Por ejemplo, el enunciado que dice que una partícula tiene la posición *a* corresponde a una recta de puntos en el espacio de fases; la recta es paralela al eje de momentos y está separada del origen en el eje de posición *a* unidades.

La clase de zonas del espacio de fases newtoniano es una clase infinita y, por tanto, el retículo correspondiente tiene un número infinito de puntos. Pero en otros aspectos la estructura matemática del retículo es la misma que la estructura del retículo del sistema peseta-duro. Las zonas del espacio de fases *y*, por tanto, los puntos del retículo newtoniano están ordenados por la inclusión de conjuntos *y*, al igual que antes, las operaciones en el retículo son equivalentes a la unión e intersección de conjuntos. Además, las relaciones

lógicas definidas por la estructura del retículo *y* por las operaciones *corte* *y* *asociación* siguen siendo las relaciones de la lógica clásica. Son válidas las leyes distributivas. La extensión del espacio de fases *y* del retículo a los sistemas newtonianos tridimensionales con infinitud de partículas es complicada pero, en principio, no difiere del caso unidimensional con una única partícula.

En la mecánica cuántica la situación es enteramente distinta. El estado de una partícula ya no está especificado por su posición *y* por su momento, porque la posición *y* el momento son variables incompatibles, que no se pueden determinar simultáneamente. En la mecánica cuántica el estado de una partícula está definido por la construcción teórica llamada función de ondas, que indica la probabilidad de encontrar que la partícula tenga un valor determinado de una variable física. Por ejemplo, el estado de espín de un electrón viene dado por la función de ondas que especifica las probabilidades de que las componentes *x*, *y* *y* *z* del espín sean o bien arriba (up) o bien abajo (down).

Fijémonos en la componente *y* del espín. La probabilidad de que la componente *y* sea espín-arriba puede variar de 1 a 0, mientras que la probabilidad de que sea espín-abajo variará de 0 a 1. Para cualquier estado de espín, la suma de las dos probabilidades es igual a 1. Es matemáticamente conveniente representar el estado de espín como un vector: una cantidad dotada de magnitud *y* dirección. El vector espín es la suma vectorial, calculada según la regla del paralelogramo de la suma de vectores, de otros dos vectores. Estos dos vectores están a lo largo de dos rectas perpendiculares que representan los dos valores posibles que el espín puede tomar en la dirección del eje *y*. Se les llama amplitudes de probabilidad de espín-arriba *y* de espín-abajo. El cuadrado de la magnitud del vector que representa la amplitud de probabilidad de espín-arriba da la probabilidad de encontrar la componente *y* del espín en el estado arriba. Análogamente, el cuadrado de la magnitud del vector correspondiente a la amplitud de probabilidad de espín-abajo da la probabilidad de encontrar que la componente *y* del vector de estado del espín sea abajo.

El espacio vectorial abstracto con sus ejes perpendiculares "amplitud de probabilidad del espín-arriba" *y* "amplitud de probabilidad de espín-abajo" es un espacio de fases de la mecánica cuántica. Superponiendo en el espacio de fases otro par de ejes perpendiculares que formen un ángulo de 45 grados





LOGICA BIVALENTE CLASICA

$P$	V	V	F	F					
$Q$	V	F	V	F					
$NO-P$	F	F	V	V					
$NO-Q$	F	V	F	V					
$P \vee Q$	V	V	V	F					
$P \wedge Q$	V	F	F	F					
$P \text{ IMPLICA } Q$	V	F	V	V					
$P \text{ EQUIVALE A } Q$	V	F	F	V					

LOGICA TRIVALENTE DE REICHENBACH

$P$	V	V	V	I	I	I	F	F	F
$Q$	V	I	F	V	I	F	V	I	F
$NO-P$ (CICLICO)	I	I	I	F	F	F	V	V	V
$NO-P$ (DIAMETRAL)	F	F	F	I	I	I	V	V	V
$NO-P$ (COMPLETO)	I	I	I	V	V	V	V	V	V
$P \vee Q$	V	V	V	V	I	I	V	I	F
$P \wedge Q$	V	I	F	I	I	F	F	F	F
$P \text{ IMPLICA } Q$ (ESTANDAR)	V	F	F	V	V	V	V	V	V
$P \text{ IMPLICA } Q$ (ALTERNATIVO)	V	F	F	V	V	V	V	V	V
$P \text{ IMPLICA } Q$ (CASI)	V	I	F	I	I	I	I	I	I
$P \text{ EQUIVALE A } Q$ (ESTANDAR)	V	I	F	I	V	I	F	I	V
$P \text{ EQUIVALE A } Q$ (ALTERNATIVO)	V	F	F	F	V	F	F	F	V

LA LOGICA TRIVALENTE propuesta por Hans Reichenbach en 1944 sostiene que algunos enunciados que describen fenómenos mecánico-cuánticos no son verdaderos ni falsos, sino indeterminados. Por ejemplo, si se sabe que la componente  $x$  del espín de una partícula es arriba, entonces el enunciado que afirma que la componente  $y$  tiene un valor concreto sería indeterminado en el esquema de Reichenbach. En lugar de centrarse en la ley distributiva, Reichenbach definió por medio de tablas de verdad modelos enriquecidos de conectivas lógicas. Las tablas asignan uno de los tres valores –verdadero (V), falso (F) o indeterminado (I)– a cada una de las nueve combinaciones de valores de verdad de los enunciados  $P$  y  $Q$ . Diez son las funciones veritativas que tienen relevancia para la lógica cuántica. Las funciones veritativas de la lógica bivalente son casos especiales de las funciones veritativas ampliadas (*en color*). En la lógica trivalente hay  $3^9$  o 19.683 funciones veritativas posibles de enunciados compuestos de dos enunciados.

con el primer par, es posible representar los rasgos esenciales del principio de incertidumbre aplicado al espín. Los ejes adicionales pueden ser designados como las amplitudes de probabilidad del espín-arriba y espín-abajo para la componente  $x$  del espín, igual que los ejes originales designan la amplitud de la componente  $y$ . Si el vector de estado del espín está a lo largo del eje espín-arriba para la componente  $x$  (y, por tanto, predice con certeza el resultado de una medida de la componente  $x$ ), el vector está a mitad de camino entre el eje espín-arriba y el eje espín-abajo para la componente  $y$ . La longitud de la proyección del vector sobre el eje espín-arriba para la componente  $y$  es, por consiguiente,  $\sqrt{2}/2$ ; por tanto, la probabilidad de hallar que la componente  $y$  del espín sea arriba resultará en el cuadrado de  $\sqrt{2}/2$ , es decir,  $1/2$ . El mismo cálculo da que la probabilidad de hallar que la componente  $y$  del espín es abajo es también  $1/2$ . Así pues, según el principio de incertidumbre, no hay ningún estado de espín en el que se pueda asig-

nar una probabilidad de 1 simultáneamente a un valor de la componente  $x$  y a un valor de la componente  $y$ .

El tipo de relación de inclusión que está definida en un espacio vectorial es la relación de ser un subespacio, más que la de ser simplemente un subconjunto, del espacio vectorial dado. Los subespacios de un espacio vectorial son los que corresponden a las proposiciones de la teoría cuántica.

¿Qué es un subespacio vectorial? El subespacio ha de ser él mismo un espacio vectorial. La propiedad más importante de un espacio vectorial es que la suma de dos vectores cualesquiera del espacio da como resultado un tercer vector del mismo espacio. E igualmente, multiplicando cualquier vector por una cantidad escalar (la que sólo tiene magnitud, pero no dirección) resulta también otro vector del espacio. En términos matemáticos se dice que el espacio vectorial es cerrado respecto a la suma vectorial y a la multiplicación por un escalar.

Este criterio de clausura se puede emplear para construir un espacio vectorial. Se puede generar el espacio vectorial completo a partir de unos vectores llamados vectores base, si se pueden obtener todos y cada uno de los vectores del espacio por adición de los vectores base, tal vez después de haber multiplicado cada vector base por una constante adecuada. (La multiplicación por un escalar puede acortar o alargar un vector y lo puede hacer apuntar al sentido opuesto, pero no puede cambiar su dirección.) El espacio vectorial generado de este modo por dos vectores base  $A$  y  $B$  se llama la combinación lineal (o el generado) de  $A$  y  $B$ .

Se dice que un subespacio es un espacio propio si hay al menos un vector del espacio vectorial que no está dentro de la combinación lineal de cualesquiera vectores base del subespacio. Por ejemplo, el plano  $u-v$  es un espacio vectorial que se puede obtener por combinación lineal de dos vectores orientados en la dirección de los ejes positivos  $u$  y  $v$ . No hay ninguna manera de sumar los dos vectores y obtener un tercer vector que apunte fuera del plano  $u-v$ . Por consiguiente, el plano  $u-v$  es un subespacio propio del espacio vectorial formado por el espacio tridimensional.

Para formar un retículo cuyos puntos correspondan a las proposiciones de la mecánica cuántica se debe formar el retículo de espacios vectoriales y de sus subespacios propios. Considérese un espacio físico tridimensional con un punto 0 elegido como origen. Los subespacios del espacio incluyen el origen, todas las rectas que se pueden trazar por 0, todos los planos que incluyen 0 y el espacio todo tridimensional. Algunos de los subespacios están ordenados por inclusión, de forma que la implicación lógica en el retículo puede ser todavía objeto de una inclusión de subespacios.

Sin embargo se da una diferencia crucial: la operación *asociación* en el retículo de subespacios no es la operación unión de la teoría de conjuntos, sino más bien la combinación lineal de dos subespacios. Por ejemplo, tanto el eje  $u$  como el eje  $v$  son ambos subespacios unidimensionales. Su unión es el conjunto de todos los vectores que parten del origen y terminan en cualquier punto sobre una de las dos rectas. El conjunto no es, sin embargo, un subespacio porque no está cerrado respecto de la suma de vectores. Por consiguiente, la unión de los ejes no se puede representar por un punto en el retículo de subespacios. El plano  $u-v$  es un subespacio, a saber, la combinación lineal de



los dos subespacios unidimensionales. La combinación lineal de  $u$  y  $v$  es, además, el menor subespacio que incluye todos los vectores sobre ambas rectas. El punto del retículo de subespacios que resulta de la operación  $u$ -asociación- $v$  es, por tanto, el punto que representa al plano  $u$ - $v$ .

Debido a las propiedades de la operación combinación lineal de vectores, el retículo de subespacios no es distributivo. Supongamos que el retículo incluye los puntos que representan las cuatro rectas  $s$ ,  $t$ ,  $u$  y  $v$ ; que todas las rectas están en el plano  $u$ - $v$  y que todas pasan por el origen. En ese caso, los puntos  $s$ -asociación- $t$  y  $u$ -asociación- $v$  estarán representados ambos por el mismo punto del retículo, a saber, el punto que corresponde al plano  $u$ - $v$ .

El punto  $s$ -corte- $(u$ -asociación- $v)$  es por definición el mayor subespacio que  $s$  y  $u$ -asociación- $v$  tienen en común; dado que  $u$ -asociación- $v$  es el plano  $u$ - $v$  y  $s$  está en el plano, el mayor subespacio que tienen en común es la misma recta  $s$ . Por otra parte, los puntos  $s$ -corte- $u$  y  $s$ -corte- $v$  sólo incluyen ambos el origen o punto 0 del retículo, y la asociación o combinación lineal de estas expresiones —es decir,  $(s$ -corte- $u)$ -asociación- $(s$ -corte- $v)$ — es también el punto 0. De donde se sigue que el punto designado  $s$ -corte- $(u$ -asociación- $v)$  y el punto  $(s$ -corte- $u)$ -asociación- $(s$ -corte- $v)$  no son idénticos en el retículo de los subespacios vectoriales.

Si se definen en el retículo de subespacios las conectivas lógicas  $y$  y  $o$  y la relación de implicación como hicimos en el retículo de subconjuntos del sistema peseta-duro, entonces la estructura del retículo de subespacios es la misma que la estructura de la lógica cuántica no distributiva. Se puede identificar el subespacio  $s$  con el enunciado “La componente  $x$  del espín es arriba (up)” y el subespacio  $t$  con el enunciado “La componente  $x$  del espín es abajo (down)”. De forma semejante, los subespacios  $u$  y  $v$  corresponden a los enunciados análogos para la componente  $y$ . El enunciado compuesto “La componente  $x$  del espín es arriba y la componente  $y$  o es arriba o es abajo” está asociado al punto del retículo  $s$ -corte- $(u$ -asociación- $v)$ . El enunciado compuesto “O bien la componente  $x$  del espín es arriba y la componente  $y$  es arriba o bien la componente  $x$  del espín es arriba y la componente  $y$  es abajo” está asociado al punto  $(s$ -corte- $u)$ -asociación- $(s$ -corte- $v)$ . Puesto que estos dos puntos del retículo no son idénticos, la estructura lógica asociada al retículo no es distributiva.

El retículo muestra, además, que  $(s$ -corte- $u)$ -asociación- $(s$ -corte- $v)$  implica  $s$ -corte- $(u$ -asociación- $v)$ , pero no viceversa.

Ante el éxito de la teoría de retículos en la modelización de relaciones lógicas en el interior de teorías físicas diversas, se tiende a olvidar que la forma de abordar el tema presupone la resolución de un problema filosófico importante. Uno de los temas dominantes en la filosofía de los últimos 200 años ha sido la tesis de que se dan dos tipos de afirmaciones verdaderas: las verdades de hecho acerca del mundo y las verdades de la lógica que no se ocuparían en lo más mínimo del estado del mundo. El filósofo escocés David Hume denominó a estos dos tipos de afirmaciones “cuestiones de hecho” (*matters of fact*) y “relaciones de ideas” (*relations of ideas*). La concepción de que la teoría cuántica podría exigir una revisión de la lógica presupone una negación de la tesis de Hume de que hay dos tipos de verdad.

Con todo, los filósofos se sienten inclinados hoy a estar de acuerdo con Willard Van Orman Quine, de la Universidad de Harvard, quien afirma que no se puede sostener una distinción tajante de este tipo. Las leyes de la lógica, argumenta Quine, ocupan un lugar central en el entramado de nuestras creencias, pero una sacudida fuerte en la periferia observacional de esa trama puede deformar incluso el centro de ese entramado. Las consideraciones lógicas no pueden justificar por sí mismas una revisión de la lógica (¿cómo podrían hacerlo?), pero se puede (siguiendo una vez más una metáfora de Quine) “apañar” el lenguaje cuando el ajuste entre el mundo natural y el lenguaje que hemos heredado para describirlo resulta excesivamente forzado.

Incluso admitiendo que se puede revisar la lógica, son muchas las posibles reacciones ante la propuesta de una lógica cuántica. En un extremo, la de aquellos que niegan que la lógica cuántica sea una lógica y afirman que no es más que una pura álgebra bajo otro nombre. En el otro extremo, la respuesta de quienes opinan que, puesto que la mecánica cuántica trata de partículas que son los constituyentes fundamentales del Universo, se tendría que reemplazar la lógica clásica por la lógica cuántica y aprender a “pensar lógico-cuánticamente”, por arduo que pudiera resultar.

Respecto de la primera respuesta se puede decir lo siguiente. La lógica, aunque, como todos sabemos, difícil de

definir, se ocupa de ciertos tipos de relaciones entre enunciados: qué se infiere de qué, qué es consistente con qué, etcétera. La lógica cuántica hace también eso mismo. Lo peculiar de la lógica cuántica está en que se ocupa exclusivamente de enunciados que afirman que cierto vector está en cierto subespacio. Las peculiaridades de la lógica cuántica son consecuencia de dos requisitos que debe satisfacer todo enunciado que tiene algo que ver con la lógica. Primero, los enunciados han de ser enunciados que asignan propiedades mecánico-cuánticas a sistemas particulares. Segundo, cuando dos de estos enunciados están ligados por los análogos mecánico-cuántico de  $y$  y  $o$ , el enunciado resultante ha de seguir siendo descriptivo del sistema físico. Por ocuparse de este conjunto cerrado de enunciados las relaciones lógicas entre ellos no son las de la lógica clásica.

¿Estamos, pues, obligados a adoptar la segunda postura y a pensar lógico-cuánticamente? En cierta medida la respuesta es afirmativa. Algunos enunciados que se dan en una teoría física se combinan entre sí de manera que no se ajustan a la lógica clásica. Sin embargo, esta afirmación no implica en absoluto que haya que substituir en todas partes a la lógica clásica por la lógica cuántica. Una revisión tan drástica de los modos de pensar cotidianos sólo se podría justificar si estuviera acompañada de una vasta simplificación de la teoría general del mundo; es dudoso que se pueda alcanzar dicha simplificación. El enfoque algebraico-lógico, aunque valioso, no ha disipado todas las perplejidades ni siquiera en la mecánica cuántica. Más aún, aun cuando la lógica cuántica tuviera un éxito completo en su propio campo, parecería inusual y curioso extrapolarla a otras esferas. Se llega a la lógica cuántica al considerar la estructura matemática del formalismo de la mecánica cuántica. Pero esta estructura matemática se basa en los esquemas deductivos de la lógica clásica. Por consiguiente, el desarrollo de la lógica cuántica presupone la lógica clásica.

Nos hallamos, pues, ante una familia de lógicas que abarca la lógica clásica, la lógica cuántica y quizás también otras lógicas. Una de estas lógicas sigue teniendo prioridad. Aunque las lógicas no clásicas pueden que tengan aplicaciones especializadas, la lógica empleada en el razonamiento abstracto, incluido el razonamiento sobre la lógica misma, probablemente seguirá siendo la lógica clásica.





# Procesamiento de imágenes por ordenador

*Cuando la información que encierra una imagen se expresa en forma digital, dicha información puede manipularse matemáticamente. En algunos casos, con estos métodos, se logran imágenes nítidas a partir de una fotografía borrosa*

T. M. Cannon y B. R. Hunt

Los lectores de *Investigación y Ciencia* ya están familiarizados con algunos de los productos más espectaculares del procesamiento digital de imágenes: fotografías de los planetas obtenidas por satélites artificiales (incluidas las fotografías de la propia Tierra), representaciones en color de objetos celestes distantes e imágenes formadas a partir de un conjunto de datos de rayos X sobre una sección del cuerpo humano. En la actualidad, los ordenadores digitales son también una herramienta esencial en otros campos del procesamiento de imágenes. Por ejemplo, una fotografía desenfocada o movida como consecuencia de un desplazamiento de la cámara se puede procesar digitalmente para mejorar su resolución y recuperar algunos de los detalles perdidos en el original; en muchos casos, la causa de la falta de nitidez de una imagen se puede determinar a partir de ella misma. Las técnicas capaces de mejorar la nitidez de las imágenes no sólo se pueden aplicar en investigación científica y médica, sino también en campos tales como la criminología y la inteligencia militar. Por otra parte, los investigadores están desarrollando nuevos métodos digitales capaces de condensar toda la información que contiene una imagen; entre otras posibilidades, estas técnicas permitirían incrementar la eficiencia con que se producen las transmisiones de televisión. Otra aplicación potencial se basa en el reconocimiento automático de ciertas figuras recurrentes en un número muy grande de imágenes, lo cual haría posible, por ejemplo, extraer una mayor información de las imágenes de la Tierra obtenidas desde satélites artificiales.

¿Cuál es el origen del creciente interés que últimamente despierta el procesamiento digital de imágenes? En pri-

mer lugar, hemos de tener presente que toda imagen encierra una enorme cantidad de información; por consiguiente, la mayoría de los procesos de tratamiento de imágenes exigen la utilización de un ordenador grande y potente. Afortunadamente, el constante progreso experimentado por la microelectrónica en estos últimos años ha reducido considerablemente el coste de estos ordenadores y, al mismo tiempo que aumentaba su capacidad, crecían las posibilidades de acceso a los mismos para un número cada día mayor de usuarios. En segundo lugar, esos mismos progresos en la tecnología microelectrónica han hecho posible la construcción de dispositivos muy perfeccionados capaces de convertir una imagen en datos digitales y viceversa. En tercer lugar, el desarrollo de determinados algoritmos, elaborados procesos matemáticos capaces de ser ejecutados por un ordenador, ha permitido llevar a cabo ciertas operaciones de procesamiento de imágenes que hasta ahora eran imposibles o inviables.

Revisaremos aquí los principios básicos del procesamiento digital de imágenes y describiremos algunas de las técnicas más importantes que se utilizan corrientemente para realzar y restaurar las imágenes digitalizadas. Al hacerlo, dedicaremos especial atención a nuestro propio campo de trabajo: la formu-

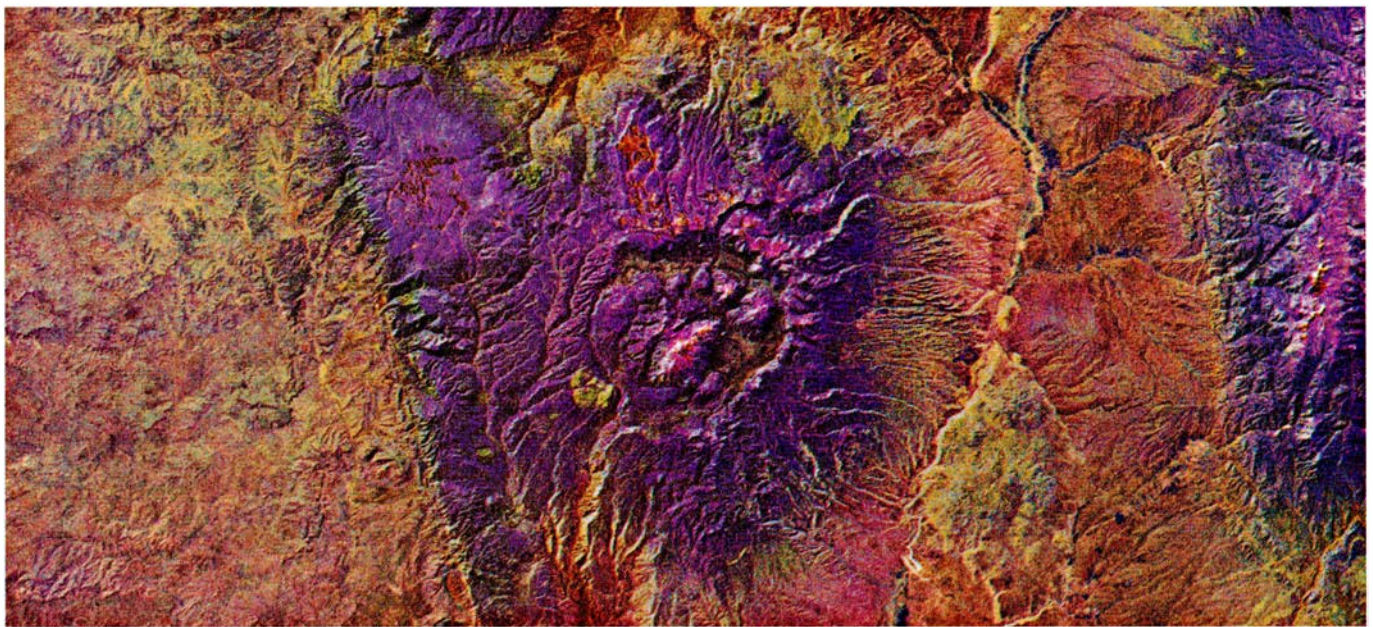
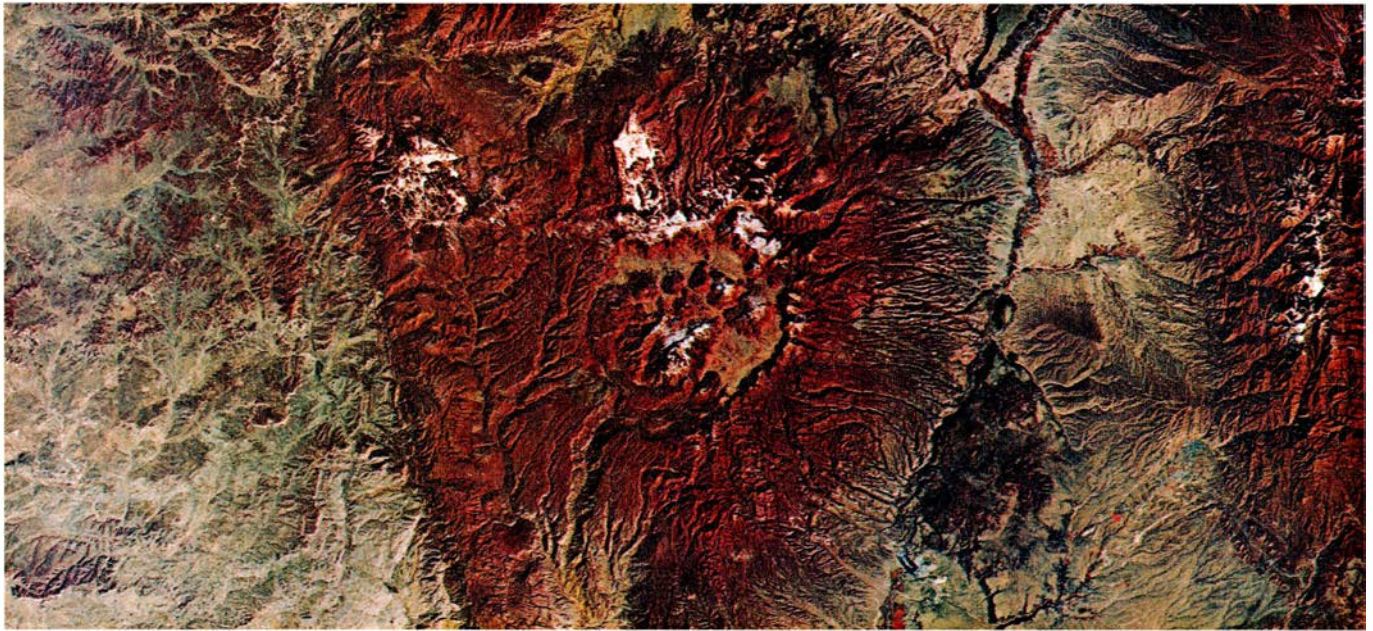
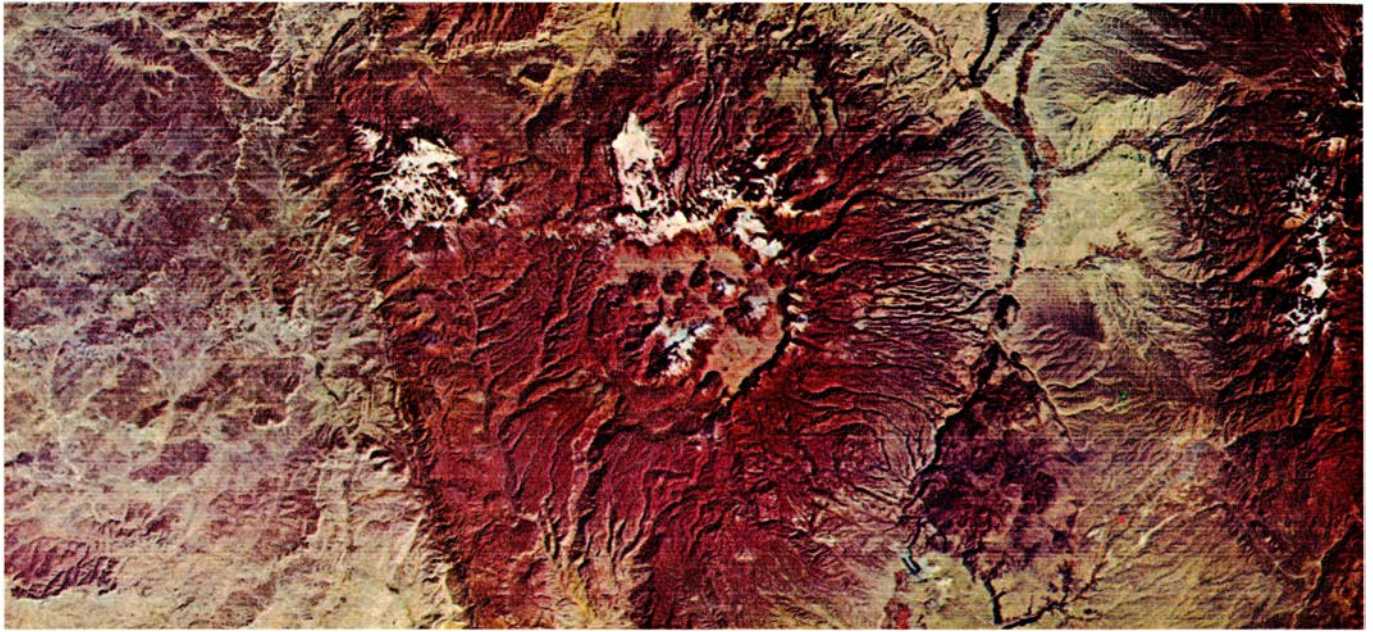
lación de los algoritmos más efectivos para obtener imágenes nítidas a partir de fotografías desenfocadas o movidas.

Un ordenador digital procesa la información que recibe en forma de unidades numéricas discretas: dígitos. Desde luego, la mayoría de las imágenes que manejamos normalmente no suelen venir expresadas en tales unidades. Una fotografía ordinaria es la representación analógica de una escena; la información que contiene aparece registrada en forma de gradaciones continuas del tono (y en algunos casos del color) a lo largo de la superficie bidimensional de la película. Por consiguiente, el procesamiento de una fotografía por medio de un ordenador exige ante todo que la imagen analógica se convierta en una imagen digital. (Ciertas fotografías, tales como las imágenes Landsat de la Tierra, se registran originalmente en forma digital y, por tanto, ya se encuentran en forma adecuada para acometer su procesamiento por ordenador.)

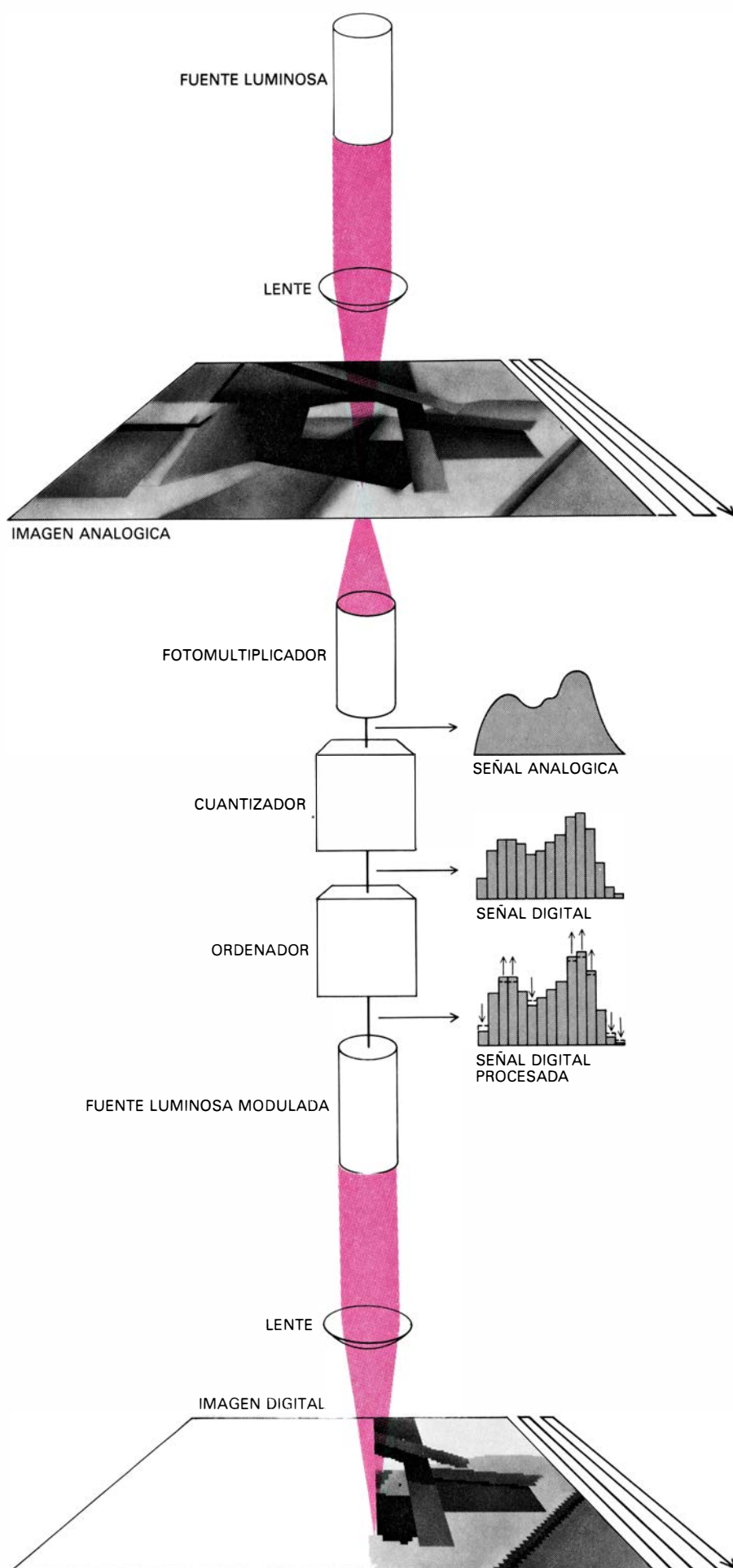
A título de ejemplo, vamos a describir el método utilizado para convertir una imagen analógica en otra digital en las emisiones de televisión. En primer lugar, la imagen formada por el sistema de lentes con que cuenta una cámara de televisión se fragmenta en un conjunto de líneas horizontales. Las variaciones

**IMAGEN LANDSAT** de la Caldera Jémez, al norte de Nuevo México, tomada el 26 de noviembre de 1974. Esta vista se reproduce aquí bajo tres versiones muy diferentes con el fin de ilustrar las posibilidades que ofrece el procesamiento digital de imágenes. Las tres fotografías fueron preparadas por los investigadores de la Earth Satellite Corporation. La imagen sin retocar de la parte superior es una composición fotográfica en color y se obtuvo combinando los datos recogidos para tres longitudes de onda diferentes por el sistema de barrido multispectral con que cuenta el satélite. En esta composición de falso color la vegetación aparece con una tonalidad roja. La imagen que se reproduce en el centro se retocó digitalmente con la ayuda de un ordenador con el fin de corregir ciertos defectos de los datos originales (tales como los vacíos existentes entre las líneas de barrido) y reforzar los bordes de los objetos de la escena. La imagen de la parte inferior se sometió a un proceso de tratamiento del color para acentuar los contrastes existentes entre las diferentes singularidades del paisaje. Santa Fe se encuentra en el vértice inferior derecho. El cauce fluvial que discurre de arriba abajo en las fotografías es Río Grande. El Laboratorio Nacional de Los Alamos está situado en las colinas, al este del viejo cono volcánico, ya desmoronado.









de brillo que se ponen de manifiesto a lo largo de cada línea de barrido se transmiten en forma de una señal eléctrica continua. De ahí que una imagen de televisión esté parcialmente digitalizada: la información es discreta en una dimensión, pero no en la otra. Para pasar de esta representación de la información a otra que pueda servir como entrada de un ordenador digital se requiere todavía un paso más: cada línea de barrido horizontal debe fragmentarse en una serie de valores discretos. De esta forma, la superficie total de una imagen se representa mediante un conjunto de celdillas elementales conocidas con el nombre de "pixels". El brillo de cada celdilla es igual al brillo medio de la superficie correspondiente en la imagen original.

En la actualidad existen otros métodos más directos para digitalizar una imagen. Por ejemplo, una imagen fotográfica se puede someter a un muestreo con la ayuda de un microdensitómetro de barrido. En este dispositivo se proyecta un pequeño haz luminoso sobre la fotografía en observación (o en el caso de una transparencia, a través de ella) y un tubo fotomultiplicador recoge la luz reflejada o transmitida a través de la película. La salida eléctrica del fotomultiplicador se compara con la salida que se registra en ausencia de la imagen y, a partir de ambas lecturas, se calcula el brillo relativo que corresponde a cada uno de los puntos observados.

Un dispositivo similar, el rastreador de haz móvil, difiere del microdensitómetro únicamente en ciertos detalles mecánicos. En el microdensitómetro, el rayo luminoso está fijo y la película se mueve de derecha a izquierda y de arriba abajo sobre una mesa de observación especial. En cambio, en el rastreador de haz móvil la película está fija

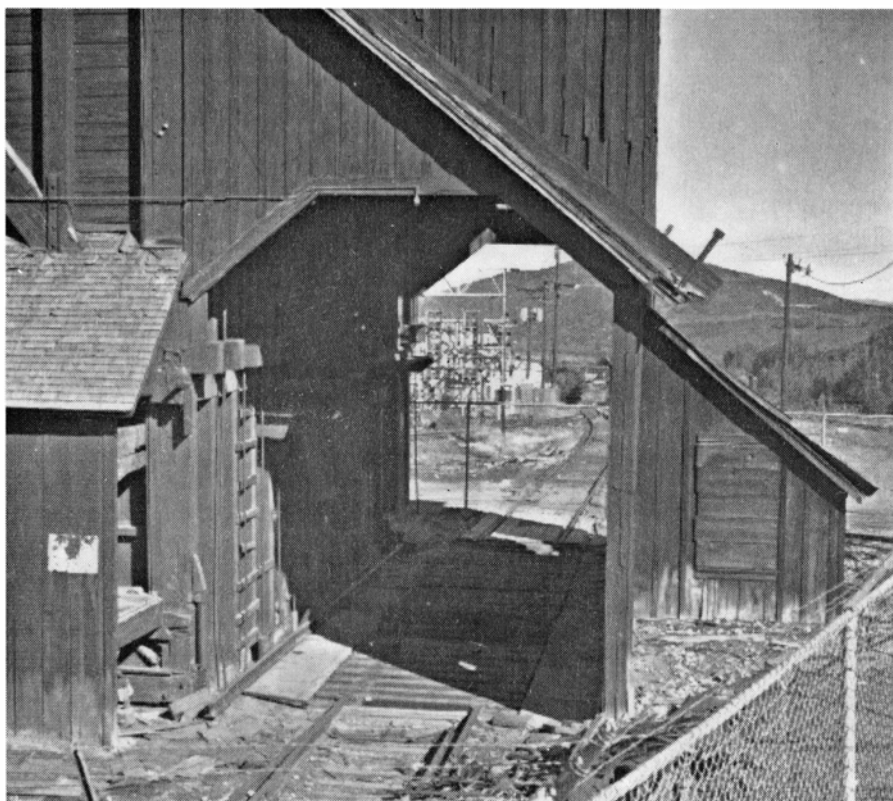
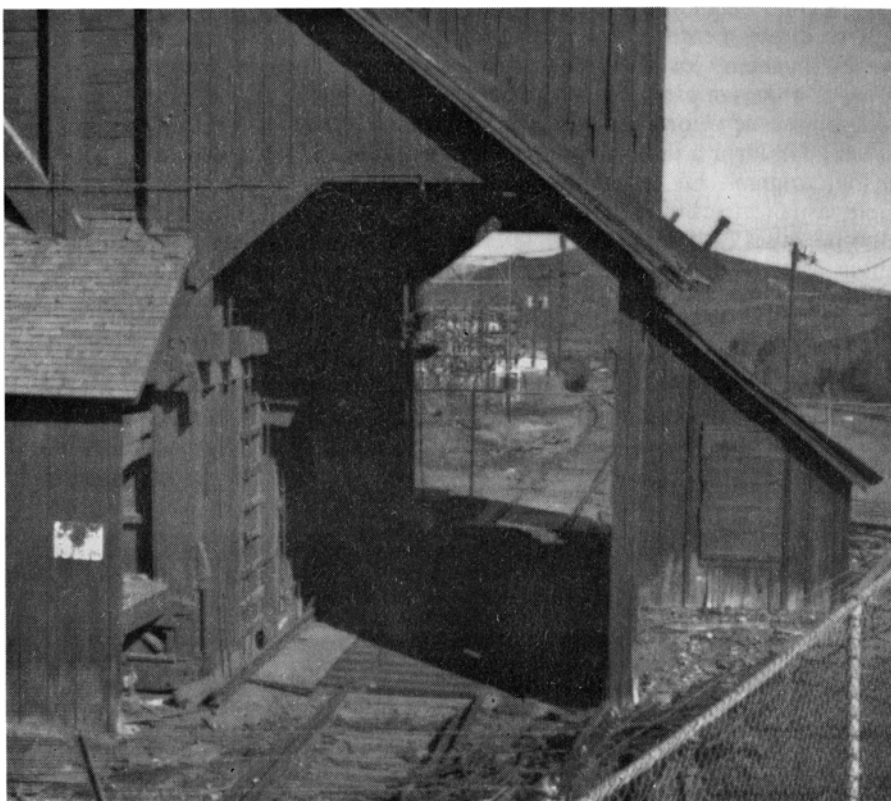
**PROCESAMIENTO DIGITAL** de una imagen del tipo de las diapositivas fotográficas. Ante todo es necesario convertir la imagen analógica en digital. Este proceso se puede llevar a cabo mediante un dispositivo conocido con el nombre de microdensitómetro, que se representa aquí esquemáticamente. Un haz luminoso bien colimado se proyecta a través de la transparencia, que se desplaza en vaivén y lateralmente. Un tubo fotomultiplicador recoge la luz transmitida a través de la película y genera una señal analógica eléctrica cuya amplitud es proporcional al brillo de la imagen en cada punto. La señal analógica se digitaliza en un dispositivo conocido como cuantizador, antes de su transmisión a un ordenador, en el que se procesa esa señal digital. A su vez, la señal procesada puede utilizarse para modular la fuente luminosa del microdensitómetro; de este modo, el dispositivo puede trabajar también en un sentido inverso al descrito, generando una nueva imagen fotográfica, al someter a una exposición sucesiva cada una de las celdillas de que se compone el mosaico de la imagen.

y es el rayo luminoso el que se mueve. En el rastreador de haz móvil, el punto luminoso se suele generar en la pantalla de un tubo de rayos catódicos; un sistema óptico adecuado focaliza la imagen del correspondiente punto luminoso sobre la película a observar, al mismo tiempo que el haz de electrones se mueve en todas direcciones en el interior del tubo. Recientemente se han desarrollado otros sistemas de rastreo de imágenes, más avanzados que los descritos anteriormente, basados en la tecnología de los semiconductores. Por ejemplo, en un dispositivo de carga acoplada, la totalidad de la imagen se hace llegar directamente sobre un conjunto rectangular de sensores. Cada sensor registra el brillo de su propia porción de imagen y lo transmite directamente al ordenador.

Además de proporcionar una salida digital directa, los dispositivos de rastreo de imágenes por semiconductores ofrecen otra ventaja. Generalmente se puede conseguir que su respuesta sea directamente proporcional a la intensidad de la luz que incide sobre el conjunto de sensores. La respuesta lineal no es una característica de las imágenes registradas fotográficamente. En fotografía, la densidad de los granos de plata de una película revelada es proporcional al logaritmo de la intensidad de la luz incidente sobre la placa. El carácter logarítmico de esta respuesta debe tenerse en cuenta cuando se procesa digitalmente una imagen fotográfica.

El proceso de observación de una imagen supone su división en celdillas discretas (pixels); el brillo de cada celdilla es una variable continua. Este brillo debe cuantizarse, es decir, debe convertirse en un valor numérico discreto. En esta etapa del proceso, el intervalo posible de valores del brillo de la muestra se divide en un cierto número de intervalos consecutivos conocidos como niveles de cuantización. Todos los valores del brillo de la muestra que se sitúan dentro de un intervalo dado se reemplazan por el valor asignado al correspondiente nivel de cuantización. El número total de niveles de cuantización considerados en cada caso define la escala de grises, es decir, el número de tonalidades que se pueden representar. Si la escala de grises sólo tiene dos niveles, las celdillas serán blancas o negras. Una escala de grises con 64 niveles permite obtener reproducciones bastante reales de un objeto dado.

Una imagen reducida a un conjunto de números binarios se puede almace-



**EFFECTOS DEL PROCESAMIENTO DIGITAL** sobre la calidad visual de una fotografía en blanco y negro, puestos de manifiesto al comparar las dos imágenes digitalizadas. Debido al elevado contraste que presenta la fotografía original (reproducida en la parte superior en forma digital no retocada) es muy difícil conservar sus detalles más significativos. Su procesamiento por ordenador permite separar las dos componentes que determinan el brillo de cada uno de los elementos de la escena: su iluminación y su reflectancia. En consecuencia, se puede aplicar un nivel de amplificación diferente a cada uno de esos dos componentes. El resultado de este tratamiento de acentuación de contornos se muestra en la imagen de la parte inferior. Entre ambas imágenes se ponen de manifiesto con claridad ciertas diferencias, tales como el aumento de iluminación en el túnel. En cambio, otras diferencias son más sutiles; este es el caso de la mayor definición del tejado de tablas y de la claridad de la pila de chatarra que hay detrás de la valla.



nar en cinta magnética o puede transmitirse directamente a un ordenador. A continuación, los correspondientes datos se procesan para obtener un nuevo conjunto de valores digitales que, a su vez, dan lugar a una imagen retocada del original. La nueva imagen se suele visualizar sobre la pantalla de un tubo de rayos catódicos, donde se observa directamente o se fotografía. Ahora bien, los dispositivos de rastreo de imágenes, tales como los microdensitómetros o los rastreadores de haz móvil, pueden utilizarse de forma inversa a la citada con el fin de obtener una nueva imagen fotográfica. Esta operación inversa se lleva a cabo mon-

tando una película virgen en el lugar que antes ocupaba la imagen a observar. Los datos que proporciona el ordenador producen una modulación de la fuente luminosa con que cuentan estos dispositivos, llevándose a cabo la exposición de dicha película celdilla a celdilla. En general, la calidad de reproducción de la fotografía resultante es superior a la de las fotografías obtenidas de la pantalla de un tubo de rayos catódicos.

La visualización de estas imágenes sobre la pantalla de un tubo de rayos catódicos se obtiene transfiriendo los oportunos datos a una "memoria de reserva". Todos los datos almacenados

en tales memorias digitales se pueden extraer al ritmo de 30 veces por segundo, lo cual representa precisamente la velocidad a la que una imagen completa se "repinta" sobre una pantalla de televisión. Cada una de las series de valores digitales que se extraen de la memoria de reserva se convierte en una señal eléctrica y se utiliza para generar una línea de barrido diferente sobre la pantalla. La memoria de reserva proporciona un medio de convertir una entidad estática –los valores fijos de los datos digitales en la imagen sometida a observación– en la señal variable de forma continua, que se necesita para visualizar una imagen en la pantalla de



**IMAGEN DE COLOR REALZADO** por ordenador, obtenida mediante una técnica similar a la utilizada para modificar la fotografía en blanco y negro que hemos reproducido en la página anterior. En este caso, el color y la lumi-

nosidad de la fotografía original (*izquierda*) se procesaron por separado, de forma análoga a como se hizo con la reflectancia y la iluminación en la fotografía en blanco y negro. La imagen resultante (*derecha*) se ha sometido,



un tubo de rayos catódicos. Una de las ventajas de tal dispositivo radica en el hecho de que las imágenes que proporciona se pueden beneficiar de su interacción con el observador; en otras palabras, el procesamiento de tales imágenes en el ordenador se puede utilizar para producir nuevas imágenes y el efecto de los cambios que origina un determinado proceso se puede visualizar sobre una pantalla en cuestión de pocos segundos.

**D**urante esta última década se han desarrollado a nivel comercial toda una serie de dispositivos precisos y fiables para observar y cuantizar una

imagen, o para mostrar una imagen reconstruida a partir de un conjunto de datos digitales. Sin la existencia de tales dispositivos, el procesamiento digital de imágenes no sería un campo tan activo como lo es en la actualidad. En realidad, el crecimiento de este campo de trabajo se pone de manifiesto con gran claridad a través del aumento que ha experimentado en estos últimos años el número de empresas especializadas en la construcción de dispositivos capaces de suministrar y recibir imágenes de un ordenador.

Una vez digitalizada y transmitida la imagen a un ordenador, se pueden realizar diversas operaciones matemáticas

con el fin de mejorar su calidad visual. Las operaciones en cuestión se pueden clasificar en dos categorías diferentes: tratamientos punto por punto y tratamientos en el espacio de Fourier.

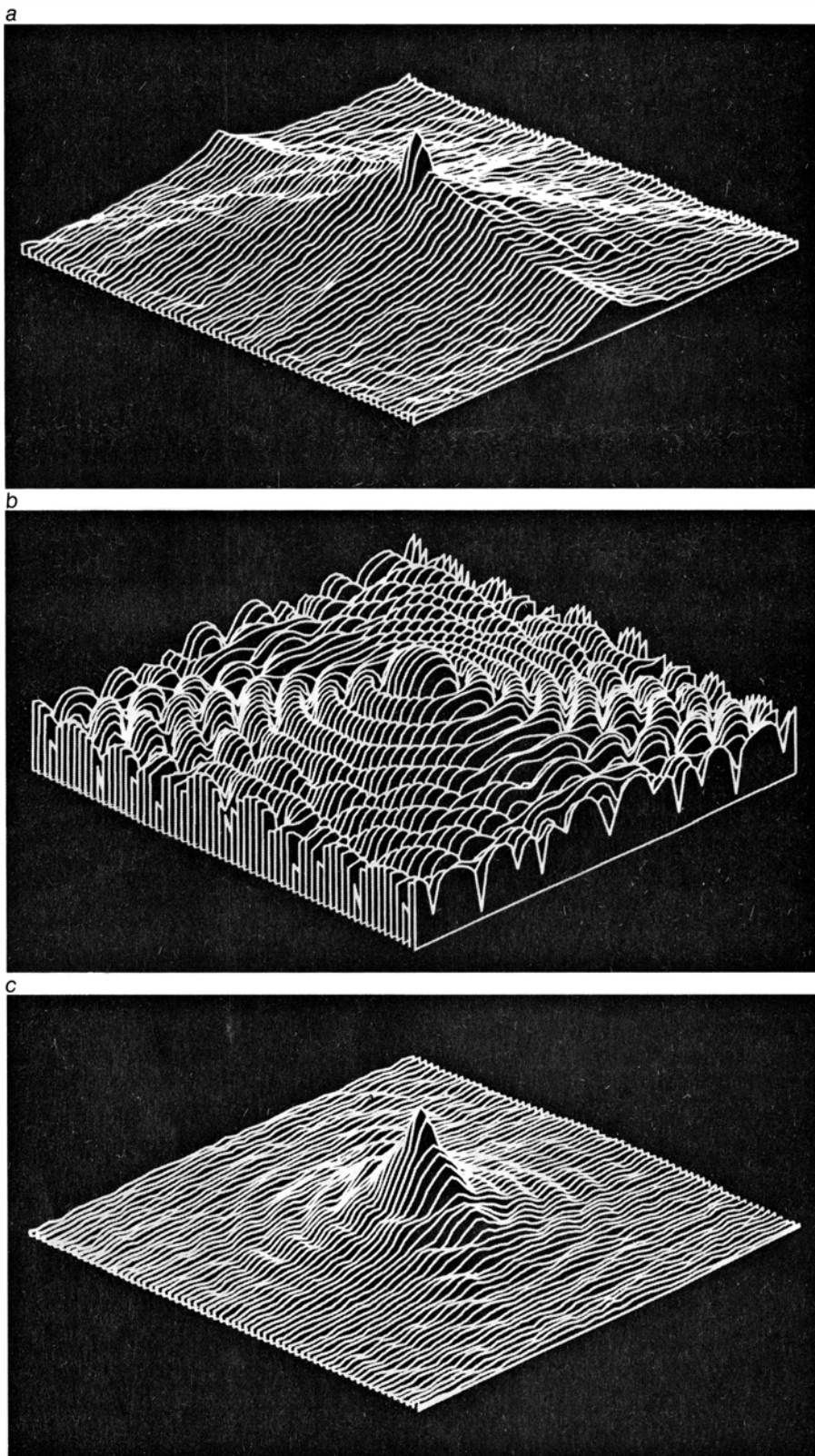
La operación punto por punto se aplica a cada uno de los elementos en que se ha dividido una imagen y se lleva a cabo sin relación alguna con los puntos que rodean al que estamos considerando en cada caso. La operación más simple de este tipo consiste en sumar un valor constante al brillo de cada celdilla. Si la imagen original es una fotografía, la adición de dicha constante equivale a aumentar el tiempo de exposición o, lo que es lo mismo, la intensi-



además, a un proceso de equilibrado del color, llevado a cabo de forma digital. Por razones de índole didáctica, las celdillas o "pixels" de las imágenes son de un tamaño lo suficientemente grande como para poderlas observar indivi-

dualmente. Estas imágenes "se pintaron" sobre la pantalla de un tubo de rayos catódicos y se transfirieron a continuación a una película fotográfica. Estas dos ilustraciones las prepararon Brent S. Baxter y Oliver Faugeras.





GRAFOS GENERADOS POR ORDENADOR correspondientes a las transformadas de Fourier de una fotografía enfocada (a), la función de transferencia óptica de un sistema de lentes desenfocado (b) y una imagen desenfocada de la misma escena a través del sistema de lentes desenfocado (c). La transformada de Fourier representa las variaciones espaciales de la luminosidad de una imagen en forma de suma de las amplitudes de las ondas sinusoidales y cosenoidales que constituyen la imagen en el plano de las frecuencias espaciales. En un gráfico bidimensional de este tipo, los coeficientes de Fourier que corresponden a las frecuencias bajas están situados en el centro y los coeficientes de las frecuencias altas en la periferia. El valor de cada coeficiente viene indicado por la altura a la que se encuentra la superficie correspondiente en relación con el plano de base. La figura c se puede obtener multiplicando la a por la b; en este proceso, algunos de los coeficientes de Fourier de la imagen borrosa tienden a cero y otros coeficientes resultan atenuados, en particular cuando las frecuencias son altas. La restauración digital de la imagen se lleva a cabo fundamentalmente multiplicando c por la inversa de b para obtener a. La cuantía en que el sistema de lentes estaba desenfocado se puede averiguar a partir de los anillos concéntricos de ceros.

dad de iluminación del objeto. Por consiguiente, esta operación se puede llevar a cabo con el fin de compensar una subexposición de la película. Por el contrario, la sustracción de un valor constante al brillo de cada celdilla podría compensar una sobreexposición.

El reforzamiento de una imagen es otro de los procesos del tipo punto por punto. Supongamos que todos los valores del brillo de las celdillas de una imagen digitalizada se sitúan dentro de un intervalo muy reducido (como sucede generalmente en el caso de ciertas imágenes de rayos X, por ejemplo). Un intervalo estrecho de valores digitales significa que la película original no posee un contraste adecuado. Restando el valor del brillo mínimo del que corresponde a cada celdilla y multiplicando el resultado obtenido en esta sustracción por una constante se alcanzan un conjunto de datos digitales cuya distribución cubre un intervalo mucho mayor que el de los valores originales; en consecuencia, la imagen resultante presenta un contraste mucho mayor que la original. Procediendo de este modo se consigue que las variaciones muy sutiles de brillo, difícilmente perceptibles en la película original, se hagan más evidentes en la imagen retocada.

Otro proceso punto por punto muy relacionado con el anterior es la pseudocoloración. En lugar de reforzar los datos originales para conseguir que las pequeñas variaciones de densidad de la película se hagan más patentes, se asigna un color diferente a cada tonalidad de gris de la imagen digital. De este modo, aquellas zonas que sólo se distinguirían por la sutil diferencia que pueda existir entre dos tonos de gris, aparecen contrastadas con vivos colores. Esta técnica ha encontrado aplicación en campos tan diversos como la astronomía galáctica o la biología celular y se ha hecho tan popular que varias empresas han emprendido la producción de sistemas especiales de televisión de circuito cerrado capaces de llevar a cabo por sí mismos la operación de pseudocoloración, sin contar con la ayuda de un ordenador.

Un ejemplo final de la técnica de procesamiento punto por punto se basa en calcular el antilogaritmo del brillo de cada celdilla. Esta operación consiste esencialmente en deshacer la codificación logarítmica de la información que encierra una película fotográfica y proporcionar una medida de la intensidad luminosa real a la que estuvo expuesta dicha película. Frecuentemente

es el registro digitalizado de las intensidades luminosas el que resulta valioso, puesto que es la intensidad de la luz la que se puede haber alterado al atravesar la atmósfera o un sistema óptico desajustado, dando lugar tanto en un caso como en el otro a una imagen incorrecta. Para corregir la degradación de una imagen dada, debemos conseguir que esa imagen esté representada por el conjunto de las intensidades luminosas que la constituyen y no por la respuesta de un determinado sistema de registro. Dado que la mayoría de los procesos necesarios para corregir tales degradaciones mediante un ordenador no son del tipo de los utilizados en la técnica punto por punto, describiremos esos métodos una vez que hayamos expuesto el concepto de procesamiento en el espacio de Fourier.

**E**l procesamiento en el espacio de Fourier se comprende quizá con mayor facilidad al considerar qué es en realidad lo que se oye cuando se escucha un disco de fonógrafo. La música que percibimos está constituida por el conjunto de sonidos emitidos por muchos instrumentos independientes entre sí, pero englobados todos en una señal temporal monodimensional generada por el movimiento de la aguja a lo largo del surco del disco. Aunque de forma inconsciente, el oyente está haciendo uso de un teorema enunciado en 1822 por el barón Jean Baptiste Joseph Fourier. El teorema establece que cualquier señal (en este caso, el sonido de la música) se puede representar como una suma de ondas sinusoidales y cosenoidales de diferentes frecuencias y amplitudes. El oyente puede controlar hasta cierto punto las amplitudes de las ondas componentes. En efecto, al actuar sobre el control de bajos se modifica la amplitud de las variaciones sinusoidales y cosenoidales de baja frecuencia que forman parte del sonido en cuestión; el control de agudos afecta a las componentes de alta frecuencia de forma similar. El control de volumen altera en una misma cuantía las amplitudes de todas las componentes sinusoidales y cosenoidales, independientemente del valor de su frecuencia.

El mismo Fourier introdujo un procedimiento matemático, conocido actualmente con el nombre de transformada de Fourier, que permite analizar una señal compleja en sus diferentes componentes elementales de frecuencia. La aplicación de la transformada de Fourier a una señal variable con el tiempo, así la música, proporciona las amplitudes de las componentes sinusoi-

dales y cosenoidales que constituyen dicha señal en el dominio de frecuencias considerado. Los valores de tales amplitudes, conocidas con el nombre de coeficientes de Fourier, definen a esa señal de forma unívoca y su alteración modifica el carácter de dicha señal.

Del mismo modo que una señal musical está constituida por la variación de la presión del aire en el transcurso del tiempo, una imagen está formada por diferencias de brillo variables en el espacio. Cuando la transformada de Fourier se aplica a una imagen, se obtiene un conjunto de frecuencias espaciales que indican la cuantía en que varía el brillo al pasar de una celdilla a la siguiente. Los coeficientes de Fourier definen las amplitudes de estas ondas sinusoidales y cosenoidales en dos dimensiones. Por otro lado, de la misma forma en que se pueden variar las componentes de altas y bajas frecuencias de una señal musical, se pueden variar también las componentes de frecuencia de una imagen.

**E**l reforzamiento del contorno de una imagen constituye un caso muy sencillo de aplicación de las técnicas de procesamiento en el espacio de Fourier. En general, el contorno de una imagen se caracteriza por un cambio brusco en los valores del brillo de dos puntos próximos; por consiguiente, esta región estará representada por los coeficientes de frecuencias altas en la correspondiente transformada de Fourier. Al crecer la magnitud de estos coeficientes aumenta la agudeza con que aparece definido el contorno de los objetos en una imagen. El proceso de reforzar ese contorno se basa en calcular la transformada de Fourier de la imagen considerada, modificar los coeficientes de Fourier y, finalmente, reproducir dicha imagen utilizando una transformada de Fourier inversa.

Thomas G. Stockham Jr., del Laboratorio Lincoln del Instituto de Tecnología de Massachusetts, ha incorporado muchas de las técnicas que acabamos de mencionar a un proceso denominado de acentuación de contornos. Este autor considera que toda imagen es el producto de dos cantidades: la iluminación que recibe una cierta escena y la reflectancia de los objetos presentes en ella. El ordenador se programa para calcular el logaritmo del brillo de cada una de las celdillas que constituyen dicha imagen. Como la operación de multiplicar dos números equivale a sumar sus logaritmos, el valor que se obtiene al proceder de este modo representa la suma de los logaritmos de la

iluminación y la reflectancia. Se ha determinado empíricamente que la transformada de Fourier separa estas dos cantidades (es un decir) en dos conjuntos de coeficientes de Fourier. La variación de la iluminación a lo largo de una imagen suele ser bastante lenta y, por tanto, esta magnitud viene representada por los coeficientes de Fourier de frecuencias bajas. Por el contrario, la reflectancia de una escena tiende a incluir variaciones espaciales rápidas, en forma de cambios de color o de textura de las superficies de los objetos, que están englobadas en los coeficientes de frecuencias altas. Haciendo variar los valores de los coeficientes de estos dos grupos se pueden producir, por ejemplo, ciertos cambios moderados en la iluminación de una escena y, al mismo tiempo, conseguir que las propiedades reflectoras de esa escena se presenten mejor definidas. Las técnicas que se utilizaban antes con este fin sólo permitían alcanzar uno de esos objetivos a expensas del otro.

La técnica de acentuación de contornos resulta particularmente interesante por su gran semejanza con el proceso de visión del ojo humano. En efecto, sabemos que el ojo responde de forma aproximadamente logarítmica a la intensidad luminosa que lo estimula. Por otro lado, el sistema visual es más sensible a las altas frecuencias espaciales que a las bajas. Por consiguiente, cuando se mira una escena, lo que se ve es el logaritmo de esa escena con las altas frecuencias reforzadas. Dado que la técnica de reforzamiento digital hace exactamente lo mismo, podemos concluir que dicha técnica colabora con el sistema visual humano.

La técnica de acentuación de contornos se ha utilizado también para mejorar la calidad del color de una imagen. En este caso, el procedimiento consiste en separar la imagen en sus diferentes componentes de brillo y color; a continuación, estas componentes se procesan de forma análoga a la empleada en el caso de las componentes de la iluminación y reflectancia de una imagen en blanco y negro.

**H**asta ahora nos hemos ocupado exclusivamente de las técnicas de procesamiento por ordenador capaces de intensificar una imagen; con la ayuda de estas técnicas se logra que el sistema visual humano perciba la información que encierra esa imagen con mayor claridad y precisión. El reforzamiento se puede llevar a cabo aunque no haya nada especialmente indeseable en la imagen; en otras palabras, el pro-



ceso de reforzamiento no tiene necesariamente un carácter correctivo.

En general, la restauración de imágenes se lleva a cabo como una medida terapéutica. Ciertas imágenes se crean bajo circunstancias adversas. Por ejemplo, un paisaje puede haberse fotografiado a través de una atmósfera turbulenta o utilizando un sistema óptico desenfocado; bajo estas circunstancias, la imagen resultante sería borrosa. En tales casos, la tarea a realizar consistiría fundamentalmente en restaurar la imagen y no simplemente en reforzarla. La clave de una buena restauración se basa en una descripción matemática correcta de lo que está mal en la imagen a restaurar; sin este conocimiento previo, la utilización de un ordenador carece de valor.

En algunas ocasiones, la falta de nitidez de una imagen se podrá describir matemáticamente con facilidad. Por ejemplo, muchas personas cortas de vista habrán advertido que, cuando se quitan sus lentes, un foco luminoso prácticamente puntual se convierte en un pequeño disco. Una imagen desenfocada de este tipo se puede describir sobre la base de considerar que cada punto luminoso que llega al sistema óptico correspondiente sale de él en forma de un disco difuso. Si una imagen se hace pasar a través de un sistema de lentes desenfocado (tanto si es un ojo humano como una cámara fotográfica), cada uno de los puntos de la imagen se

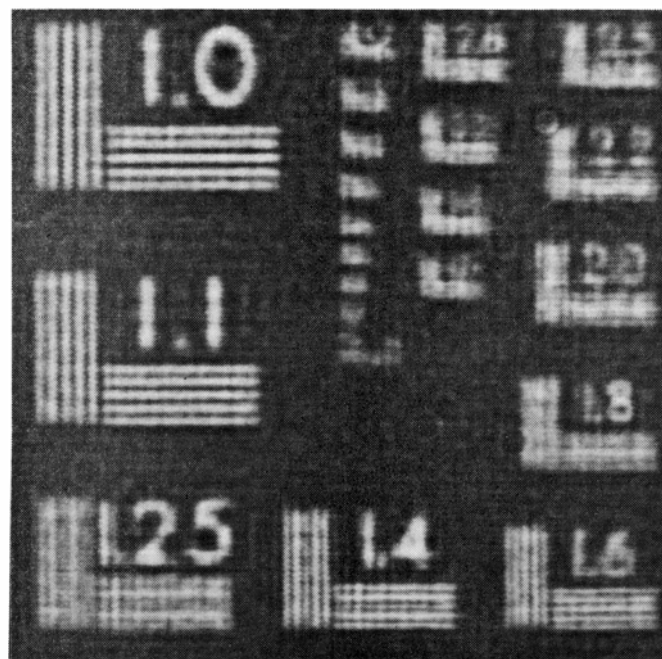
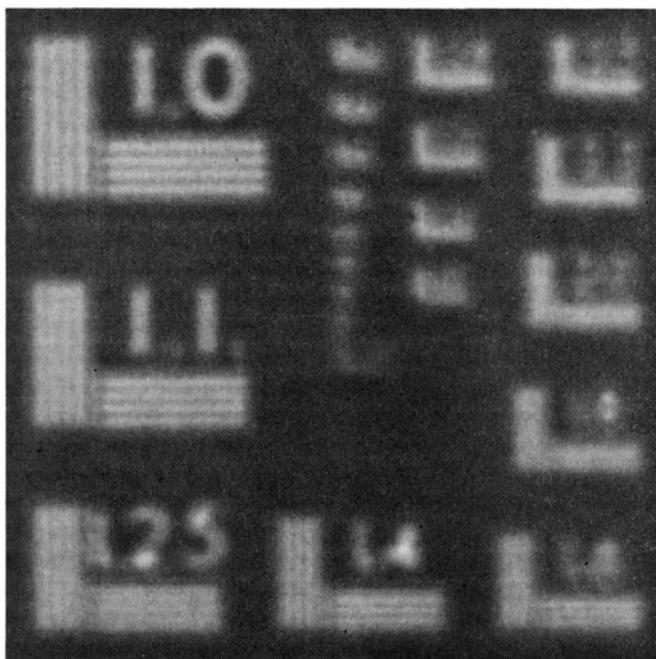
extiende sobre los puntos próximos. La descripción analítica del resultado, conocida matemáticamente con el nombre de convolución, estaría fuera de lugar en un artículo como éste; sin embargo, existe al respecto una representación en el espacio de Fourier que sí se puede describir con cierta facilidad.

Los especialistas en el diseño de instrumentos ópticos conocen a la transformada de Fourier de la función del punto difuso con el nombre de función de transferencia óptica del sistema de lentes considerado. La transformada de Fourier de una imagen que atraviesa uno de estos sistemas viene multiplicada por la función de transferencia óptica (lo que equivale a esa misma imagen convolucionada con la función del punto difuso). El resultado de la multiplicación es la representación de Fourier de la imagen borrosa. Cuando la función de transferencia óptica es la de un sistema de lentes desenfocado, algunos de los coeficientes de Fourier de la imagen borrosa pueden ser iguales a cero, lo cual significa que una parte de la información que contenía la imagen se habrá perdido irremisiblemente. Otros coeficientes de Fourier resultan atenuados, particularmente para las frecuencias más altas; este hecho está relacionado con la falta de nitidez que caracteriza a las imágenes desenfocadas. La atenuación es un proceso matemáticamente análogo al que tiene lugar

cuando ajustamos los controles de un amplificador para eliminar las frecuencias más altas de una señal musical. Existen otros muchos tipos de imágenes borrosas. La descripción matemática de todos ellos es muy similar a la anterior y su rasgo más característico es triba siempre en la pérdida de la información que corresponde a las frecuencias altas.

Ocupémonos de nuevo del problema de la restauración de una imagen borrosa. Si la imagen está desenfocada, y se conoce la cuantía del desenfoque, se puede llevar a cabo su restauración multiplicando la transformada de Fourier de la imagen borrosa por el inverso de la función de transferencia óptica del sistema de lentes considerado. El resultado de esta operación sería la representación de Fourier de una imagen nítida. No obstante, puesto que algunos de los puntos de la función de transferencia óptica pueden ser igual a cero, su inversa queda indefinida para tales puntos. Una posible solución de este problema consiste en modificar dicho valor inverso con el fin de eliminar los ceros. Aunque este método es conceptualmente muy sencillo, requiere muchas aproximaciones sucesivas.

La mayoría de los métodos de restauración que se ven coronados por el éxito no sólo toman en consideración la función de transferencia óptica, sino también otras formas de degradación,



**FOTOGRAFIA DESEFOCADA** de una tarjeta de prueba y restauración obtenida con ayuda de un ordenador. El algoritmo utilizado con este fin se ha determinado a partir de una versión digital de la imagen borrosa (izquierda) tomada con una cámara fotográfica desenfocada. Con el algoritmo en cues-

tión se ha obtenido una imagen nítida (derecha). En la imagen borrosa algunos grupos de cinco barras parecen tener sólo cuatro barras; en la imagen restaurada, las cinco barras se ponen de manifiesto con toda claridad. Joel Trusell, del Laboratorio Nacional de Los Alamos, realizó la restauración.

tales como la que se conoce con el nombre de ruido visual. (Un buen ejemplo de ruido visual es el que vemos en un receptor de televisión cuando se sintoniza un canal por el que no se recibe señal alguna.) Los pequeños granos de plata que constituyen una imagen fotográfica contribuyen al ruido que afecta a toda imagen. El problema con que nos enfrentamos frecuentemente para corregir la falta de nitidez de una imagen es que una parte de dicha falta de nitidez, concretamente la que origina el ruido visual, no se ha producido como consecuencia del paso de la imagen a través del sistema considerado. El ruido es particularmente molesto para aquellas frecuencias espaciales para las que la función de transferencia toma valores próximos a cero. En esas frecuencias, la contribución del ruido en la imagen borrosa puede incluso ser superior a la de la escena original. Precisamente para dichas frecuencias, el inverso de la función de transferencia toma valores muy grandes y, por tanto, la correspondiente amplificación es muy elevada.

Un proceso de restauración que no tenga en cuenta este hecho amplificará con exceso el ruido no borroso y dará lugar a una imagen restaurada que bien pudiera parecerse a la imagen de televisión a la que nos hemos referido anteriormente. Debido a éstas y otras dificultades, la mayoría de los métodos de restauración se basan en tres fuentes de información diferentes: la escena original, el ruido y la función de transferencia. En determinados casos, las formulaciones resultantes sólo se pueden resolver gracias al empleo de ciertos métodos avanzados de análisis numérico basados en el uso de algoritmos iterativos, aunque proporcionan resultados estadísticos óptimos.

El procedimiento que hemos descrito anteriormente para restaurar una imagen desenfocada se basa en la discutible suposición de que se conoce la cuantía del desenfoque. Si no se contara con la ayuda de un ordenador digital, este tipo de información sería muy difícil de obtener. Concretamente, exigiría la realización de mediciones muy laboriosas en la propia cámara, suponiendo que dicha cámara no se hubiera desajustado tras lograr la fotografía desenfocada. Exigiría también el acceso a la cámara en cuestión, posibilidad que en ciertos casos es irrealizable en la práctica. Por ejemplo, la cámara a la que nos estamos refiriendo pudiera estar a bordo de un vehículo espacial. En



**FOTOGRAFIA MOVIDA** obtenida desplazando intencionadamente la cámara durante la exposición. Mediante un programa de ordenador, a partir de la fotografía digitalizada (arriba) se determinó la dirección y la cuantía del movimiento de la cámara en cuestión, y se obtuvo la imagen restaurada (abajo).

el caso de que una fotografía aparezca borrosa como resultado de un movimiento de la cámara, se debería conocer no sólo la cuantía en que se ha movido la cámara, sino también la dirección de su movimiento.

Afortunadamente, se pueden obtener algunas pistas respecto al origen y la cuantía de la falta de nitidez de una imagen a partir de la transformada de Fourier de la fotografía borrosa. Estas pistas se encuentran localizadas precisamente en aquellas regiones donde los coeficientes de Fourier valen cero. Como se recordará, la existencia de estos ceros en la transformada de Fourier se traduce en una pérdida de información de la imagen, aunque precisamente son esos mismos ceros los que permiten determinar el origen de dicha pérdida.

La ilustración de la página 102 representa un gráfico bidimensional de la transformada de Fourier de una fotografía correctamente enfocada, un gráfico de la función de transferencia óptica de un sistema de lentes con un desajuste típico y un gráfico de la transformada de Fourier de una fotografía desenfocada. Los valles de la función de transferencia son anillos concéntricos de ceros. Obsérvese que la transformada de Fourier de la fotografía borrosa se parece al producto de la función de transferencia y la transformada de Fourier de la imagen original. En particular, los anillos de ceros se reproducen en la transformada de la imagen borrosa. Si se sabe que la fotografía fue tomada con una lente desenfocada, el espacio existente entre los anillos de



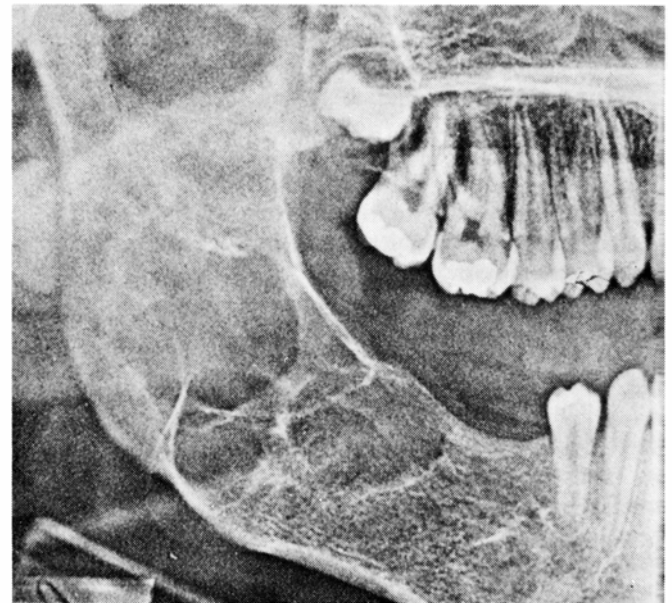
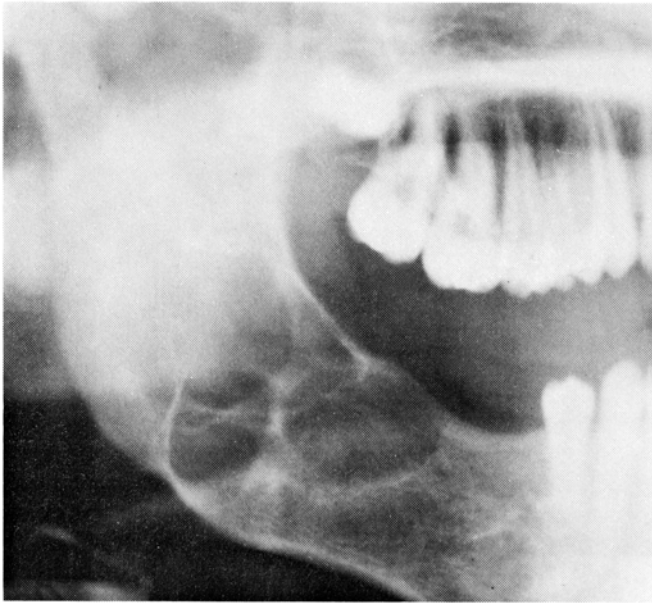


IMAGEN POR RAYOS X DE LA DENTACION, retocada con la ayuda de un ordenador, como prueba de la aplicabilidad del procesamiento digital de imágenes en medicina.

Deficiencias tales como la baja resolución y la estrecha gama de grises (es decir, la falta de contraste) se reducen de forma notable.

ceros indicará la cuantía del desenfoque. La falta de nitidez que se produce como consecuencia de un movimiento accidental de la cámara utilizada imprime también una rúbrica significativa en los ceros en el espacio de Fourier. En este caso concreto, los ceros en el espacio de Fourier forman una serie de líneas paralelas entre sí.

La determinación de las causas de la falta de nitidez de una imagen, llevada a cabo a partir de las frecuencias espaciales de los ceros en el espacio de Fourier, presenta ciertas analogías con el método utilizado para localizar una tecla defectuosa en un piano al escuchar una pieza. La información relativa a ciertas frecuencias acústicas se perderá al interpretar la pieza y, al averiguar cuáles son las frecuencias perdidas, se puede llegar a conocer cuál es la tecla en mal estado. De forma análoga, la información relativa a las frecuencias espaciales perdidas en una fotografía borrosa puede revelar cuáles son las causas de dicha falta de nitidez.

La detección de una figura de ceros en el espacio de Fourier puede ser difícil. De hecho, la claridad con que se observan los anillos en la figura de la página 102 constituye un caso excepcional. En general, los anillos se presentan más o menos separados entre sí en virtud de ciertas fluctuaciones al azar en la transformada de Fourier y su identificación requiere el uso de métodos más elaborados. Sobre el particular, basta con decir que cuando la falta de nitidez resulta del desenfoque o el movimiento de la cámara, se puede obtener una

descripción suficientemente precisa de la cuantía de la degradación utilizando métodos de procesamiento digital. En otros casos, la solución del problema es mucho más difícil. Por ejemplo, en general no es posible restaurar una fotografía que haya resultado afectada por una turbulencia atmosférica. La razón de la dificultad estriba en que todavía no se ha conseguido una descripción suficientemente precisa de la falta de nitidez que origina dicho fenómeno. En realidad, una de las áreas de investigación más activas en el campo del procesamiento digital de imágenes está relacionada con el intento de desarrollar un método de trabajo general que permita determinar la naturaleza de la falta de nitidez de una imagen a partir del análisis de la propia imagen degradada.

Quizá la aplicación más importante del procesamiento digital de imágenes se refiera al campo de la percepción remota y, más concretamente, al análisis de las imágenes de la Tierra tomadas desde satélites artificiales. A título de ejemplo, vamos a tomar en consideración las imágenes que envían a la Tierra los satélites de la serie Landsat. Estos satélites están equipados con ciertos dispositivos de observación y barrido que registran las imágenes de la Tierra que pasan bajo ellos en una serie de tiras. Cada una de ellas tiene una anchura de 185 kilómetros y en general se subdivide en una serie de imágenes de 185 kilómetros de lado (procesando los datos recibidos en un ordenador situado en Tierra). La rotación de la Tierra

aporta un campo de observación diferente en cada órbita sucesiva y cada satélite retorna a su punto de observación inicial cada 18 días. Los dos primeros satélites de la serie, el *Landsat 1* y el *Landsat 2*, se mueven con una separación de nueve días; en otras palabras, nueve días después de que un punto de la Tierra haya sido fotografiado por el *Landsat 1*, queda al alcance del *Landsat 2*. La cantidad de imágenes que proporcionan estos satélites es impresionante: se pueden procesar unas 1500 escenas por semana y cada una de estas escenas está representada por una matriz con más de siete millones de celdillas. Las imágenes obtenidas tienen una resolución de 57 por 79 metros (el área de una celdilla individual). En la actualidad se ha observado ya con esta resolución más del 90 por ciento de la superficie de la Tierra en condiciones atmosféricas favorables (ausencia de nubes).

La enorme cantidad de datos que proporcionan las imágenes de los Landsat haría necesario el uso de un ordenador incluso desde un punto de vista estrictamente organizativo, es decir, con el fin de registrar aspectos tales como la hora y la posición geográfica de cada observación. Resulta evidente la necesidad de poner a punto las técnicas más adecuadas para que un ordenador sea capaz de suministrar las oportunas imágenes con la máxima eficiencia y en una forma tal que permita extraer de ellas la mayor información posible.

Las imágenes multispectrales de los Landsat constituyen un buen ejemplo





del tipo de información visual que se puede obtener con la ayuda de un ordenador. Cada zona del suelo fotografiada por dichos satélites se registra a través de una serie de filtros de color de banda estrecha. El dispositivo de barrido multiespectral registra dos imágenes para longitudes de onda situadas en el espectro visible y dos imágenes para longitudes de onda situadas en la región del infrarrojo. Las áreas del terreno que difieren en ciertas propiedades físicas reflejan una cuantía de radiación, distinta para cada una de las cuatro bandas de longitudes de onda diferentes con las que trabaja el dispositivo de barrido multiespectral. Así, por ejemplo, un bosque da lugar a una señal intensa en la banda del verde, en tanto que un desierto proporciona una señal muy débil en esa misma banda.

Combinando las imágenes correspondientes a las diferentes longitudes de onda puede resaltarse más la información de una representación. Para ilustrar esta posibilidad, vamos a considerar lo que sucedería en el caso de un bosque donde existen algunas zonas rocosas carentes de vegetación. Una imagen de este bosque tomada con luz verde mostrará ciertas reflexiones intensas en los lugares donde haya vegetación. En cambio, la misma imagen en la región del rojo será más sensible a los tonos característicos de la tierra y rocas y mostrará con gran claridad estos detalles. Si se programa un ordenador de forma tal que divida el brillo de cada punto en la imagen verde por el brillo del mismo punto en la imagen roja, se obtendrá una imagen retocada de la zona donde el bosque aparece más acentuado de lo que estaba en las imágenes originales. Los puntos que producían una señal fuerte en la banda de los verdes (es decir, los puntos ocupados por árboles) se dividen por los puntos donde la señal era débil en la banda de los rojos (también árboles) y, en consecuencia, su brillo resulta reforzado. La intensidad de las señales débiles en la imagen verde (las rocas) disminuye todavía más al dividirla por los valores de las señales fuertes en la imagen roja (las rocas). La ilustración que se reproduce en la parte inferior de la página 97 muestra los resultados que se pueden obtener con este método. En esta figura se han relacionado tres pares de imágenes Landsat multiespectrales y las tres imágenes cociente resultantes se han tomado como colores primarios para obtener una imagen compuesta pseudocoloreada. Los diferentes colores obtenidos en esta compo-

sición pueden ayudar a los geólogos y a los agrónomos a identificar las zonas de interés para determinados fines.

Las posibilidades que ofrece la observación remota de resolver muchos de los problemas de la humanidad son muy amplias. Por ejemplo, el crecimiento de una cosecha de trigo viene acompañado por ciertos cambios en sus imágenes multiespectrales. La aparición de determinadas enfermedades, así el tizón del maíz o del trigo, se puede detectar también a partir de los cambios que se producen en las correspondientes imágenes multiespectrales. Las experiencias de este tipo han conducido a sugerir la posibilidad de predecir y controlar las cosechas de alimentos en todo el mundo a partir de las imágenes que proporcionan los satélites. Con el fin de comprobar todas estas hipótesis, en los Estados Unidos se está llevando a cabo un programa de trabajo cuyo objetivo consiste en hacer un inventario de las superficies cultivadas.

El número de imágenes que proporcionan toda una serie de satélites operacionales desbordaría rápidamente las posibilidades de un equipo de intérpretes humanos. En última instancia, la utilización fructífera de esas fotografías dependerá del desarrollo de métodos capaces de extraer toda la información que contienen. De acuerdo con esta afirmación, se ha dedicado una gran atención al desarrollo de programas de ordenador capaces de reconocer modelos en las imágenes. Ya se han desarrollado programas en los que el ordenador procesa las imágenes multiespectrales de áreas urbanas y clasifica el entorno en distintas categorías, según el uso del terreno, como calles y aparcamientos, parques y cinturones verdes, fábricas y distritos industriales. Un trabajo similar actualmente en curso permitirá reconocer automáticamente los distintos usos de la tierra en las zonas rurales. Dado que la mayoría de los depósitos de recursos minerales están asociados con determinados rasgos geológicos, se están haciendo también grandes esfuerzos para localizar automáticamente la presencia de estos detalles estructurales, como fallas y escarpes. Las empresas dedicadas a la explotación de recursos naturales se han mostrado particularmente interesadas por las imágenes Landsat. Todo parece indicar que la extracción automática de toda la información contenida en las fotografías será, en el futuro, una de las áreas más activas en el campo del procesamiento digital de imágenes.





# Dinosaurios del Jurásico de América del Sur

*Permiten valorar algunas características de los cambios faunísticos entre Triásico y Jurásico, reconocer posibles rutas migratorias y adelantar una hipótesis sobre el origen geográfico de los Sauropoda*

José F. Bonaparte

Los hallazgos de América del Sur nos están demostrando que este continente estuvo poblado por dinosaurios desde los primeros tiempos de su evolución, a mediados del Triásico, hasta la finalización del Cretácico. Intervalo de tiempo que podríamos redondear en 160 millones de años, y que comprende casi todo el Mesozoico. Se extiende éste a lo largo de esos dos períodos citados, más el intermedio entre ellos: el Jurásico.

Ese dilatado lapso de tiempo corresponde al biocrón durante el cual prosperaron, se diversificaron y se extinguieron los dinosaurios, esos fascinantes tetrápodos que han caracterizado a las faunas continentales del Mesozoico, las llamadas faunas de dinosaurios. Estas no se mantuvieron estáticamente uniformes, sino que variaron en su composición a lo largo de esa Era, mostrando tipos adaptativos muy distintos, ya fuera entre las formas carnívoras como en las herbívoras.

Hemos de recordar, empero, que los dinosaurios fueron las formas dominantes entre los vertebrados terrestres del Mesozoico. Dominantes, aunque no únicas. Junto a ellos vivieron múltiples especies animales pertenecientes a linajes completamente distintos, que integraron las asociaciones faunísticas dominadas por aquéllos. Por consiguiente, la expresión “fauna de dinosaurios” encierra un significado comprehensivo, en el que se incluyen otros tetrápodos: cocodrilos, pterosaurios, anuros, ofidios, lacertilios, algunas aves, mamíferos primitivos y reptiles marinos de hábitos costeros (plesiosaurios y cocodrilos marinos). El conjunto, con sus interrelaciones ecológicas (muy poco conocidas por cierto), que también irían cambiando a lo largo del tiempo, conformó las faunas de dinosaurios.

Sabemos bastante de la historia de esas faunas. Disponemos de abundante registro fósil descubierto en Europa y América del Norte, desde el siglo pasado. Citemos las asociaciones triásicas del sur de Alemania; las del Jurásico de Solenhofen (Alemania). Inglaterra y Portugal; y las del Cretácico de las capas de Wealden (Inglaterra y Francia). Por lo que respecta a América septentrional, recordemos los registros triásicos de Arizona y Connecticut; los jurásicos, tan variados, de la formación Morrison en los estados de Wyoming, Colorado y Utah; y los cretácicos del centro oeste de los Estados Unidos y del oeste del Canadá. Unos y otros han suministrado valiosa y amplia información sobre la composición y evolución de esas faunas. También África y Asia han aportado pruebas de enorme peso paleontológico, enriqueciendo así el conocimiento que se tenía del tema. Se destacan las asociaciones del Triásico superior del África del Sur, las del Jurásico superior de Tendaguru (Tanzania), la fauna del Cretácico inferior del Níger y, en Asia, los yacimientos del Cretácico de Mongolia.

En América del Sur empezó a conocerse la fauna de dinosaurios del Cretácico superior a partir de los estudios de Lydekker (1893) y, sobre todo, de F. von Huene (1929), publicado en un volumen con atlas, donde se examinan materiales fósiles de la Patagonia. Pero desde 1960 asistimos a un cambio radical en la disponibilidad de pruebas paleontológicas de vertebrados mesozoicos. En ello tomaron parte destacada diversas instituciones académicas de Argentina, Brasil y Estados Unidos; en particular, el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas y la Fundación M. Lillo, de Argentina, la Divisao de Geología y la Universidad

de Rio Grande do Sul, de Brasil, y la Universidad norteamericana de Harvard. La activa participación de varios investigadores (A. S. Romer, E. H. Colbert, L. I. Price, M. Costa Barberena, O. A. Reig, R. M. Casamiquela y el autor) y los técnicos (G. J. Scaglia y M. Vince) en trabajos de campo y de gabinete ha posibilitado un cuadro interpretativo coherente de la evolución de las faunas de dinosaurios de América del Sur.

La asociación más primitiva conocida de esos tetrápodos procede, que se sepa, de ese continente, de las formaciones Santa María (sur de Brasil) e Ischigualasto (oeste de Argentina); se fecha la primera hacia finales del Triásico medio y hacia comienzos del Triásico superior la segunda. Ambas asociaciones están dominadas por faunas de Therapsida, estirpe primitiva de reptiles mamíferoides que privó a lo largo del Pérmico, en el Paleozoico superior, y gran parte del Triásico, en el Mesozoico. Cedería el puesto, y acabaría por eclipsarse, ante la proliferación de los Archosauria, Thecodontia y dinosaurios Saurischia sobre todo, durante la parte final del Triásico superior.

De esta etapa crítica en la evolución y reemplazo de asociaciones faunísticas dominantes que aconteció a principios del Mesozoico, América del Sur posee pruebas muy significativas que permiten descifrar las líneas maestras de los sucesos paleozoológicos: descubrimientos de formas transitivas entre Thecodontia y Saurischia y paso de la fauna dominada por Therapsida a la fauna de dinosaurios. Vale la pena, pues, adentrarse en esos puntos importantes de las transiciones triásicas, antes de examinar en detalle el surgimiento de los dinosaurios jurásicos, a los que, por otra parte, anteceden.

¿Podemos hablar de un potencial antecesor de los dinosaurios? Como tal podríamos considerar a un pequeño arcosaurio del orden Thecodontia descubierto en los ricos depósitos del Triásico medio de La Rioja, Argentina. (Los Thecodontia forman un grupo ancestral de los restantes órdenes de Archosauria, como Saurischia, Ornithischia, Crocodilia y Pterosauria.) Se trata de *Lagosuchus talampayensis* Romer, vuelto a estudiar por mí mismo a partir de varios ejemplares incompletos que se obtuvieron de un pequeño nódulo calcáreo de 50 centímetros de diámetro. El arcosaurio *Lagosuchus* muestra caracteres transitivos notables entre Thecodontia y Saurischia, especialmente en la estructura vertebral, en los caracteres de la pelvis, el húmero y, en particular, por la estructura del tarso. Dos puntos de distinción fundamental entre sauriskios y sus antecesores los tecodontes fueron la estructura del acetábulo y del tarso. En los tecodontes, el acetábulo se halla medialmente cerrado y abierto, en los sauriskios; el tarso es de tipo cocodriloides (crurotarsal) en los tecodontes y de tipo mesotarsal en los sauriskios [véase la ilustración de la página 113].

El acetábulo de *Lagosuchus talampayensis* muestra la etapa inicial de la abertura de su pared medial, mientras que en el tarso ya ha logrado la condición mesotarsal, aunque reteniendo algunos caracteres primitivos, como ser la extensión anteroposterior del extremo inferior y medial de la tibia. *L. ta-*

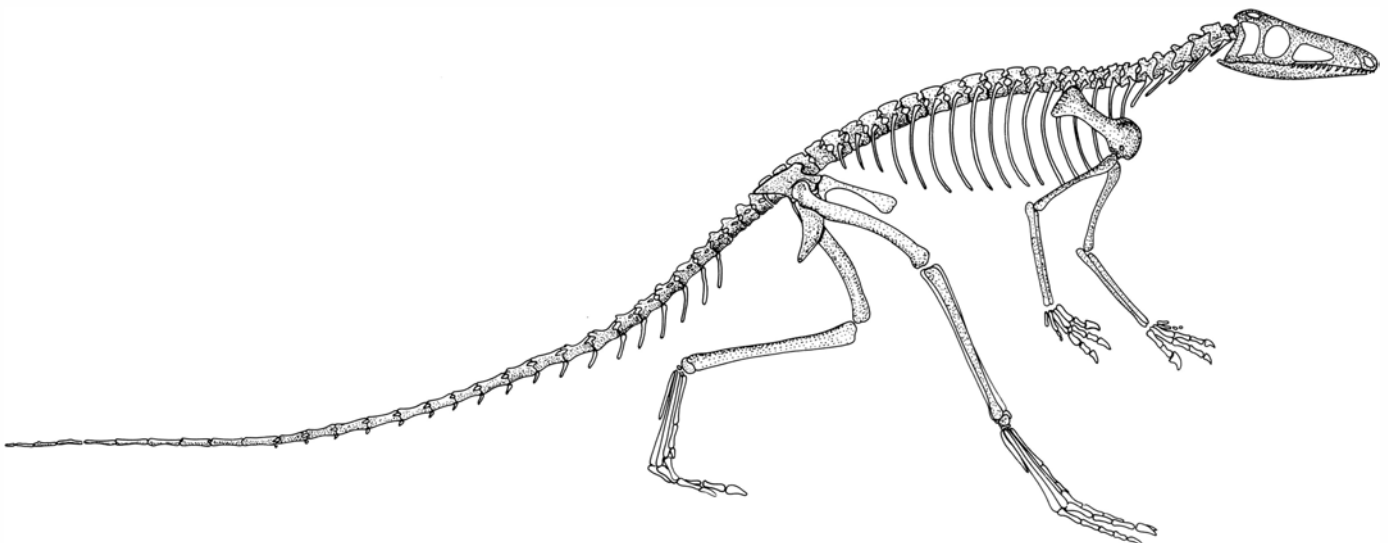
*lampayensis* medía algo menos de 50 centímetros de largo total; gozaba de varios avances anatómicos especialmente adaptados para hábitos depredadores y para la carrera. Le sucedería, en el tiempo y en sus rasgos morfológicos, el dinosaurio sauriskio más antiguo de entre los conocidos, *Staurikosaurus pricei* Colbert (1970), del Triásico medio-superior de Rio Grande do Sul, en Brasil meridional. Se aprecian relaciones morfológicas muy evidentes entre ambos. Por último, en la formación Ischigualasto, otro rico yacimiento del Triásico de América del Sur, se ha exhumado otro primitivo Saurischia: *Herrerasaurus ischigualastensis* Reig; corresponde a la parte inferior del Triásico superior, algo más reciente por tanto que la especie *S. pricei*, con la que presenta claras relaciones morfológicas, hasta el punto de que se integran en una familia común Herrerasauridae.

Además de estos datos procedentes de América del Sur, que arrojan alguna luz sobre el origen de los dinosaurios sauriskios, la variada fauna triásica documentada en Argentina y Brasil brinda pistas de interés respecto al modo en que se operó el reemplazo faunístico durante el Triásico: es decir, cómo se pasó de una fauna dominada por Therapsida a otra dominada por los Archosauria y cuál fue la razón determinante del cambio. A lo largo de todo el Triásico medio y gran parte del superior (unos 20 millones de años), y debido a la persistencia de condiciones am-

bientales húmedas, prosperó una abundante asociación florística conocida por "flora de *Dicroidium*", que reemplazó a la flora de *Glossopteris*, típica del Paleozoico superior.

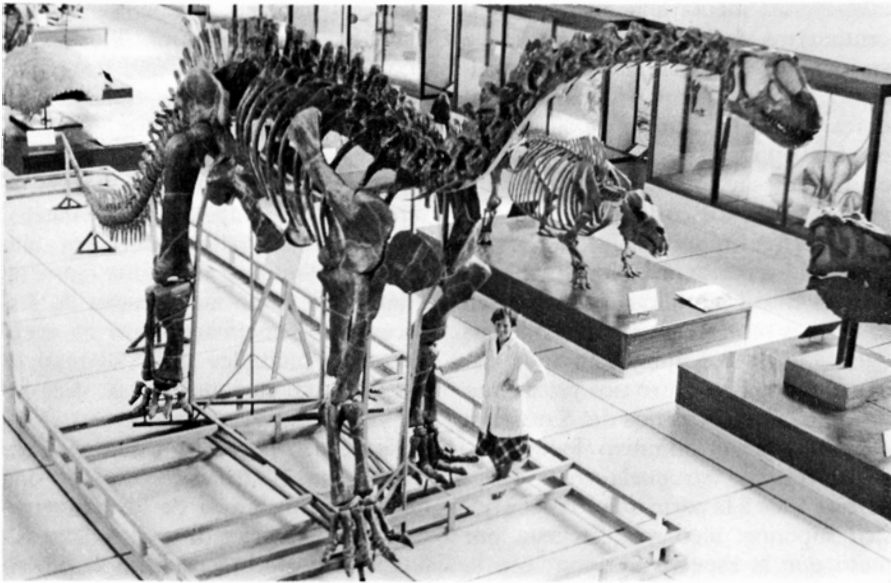
La expansión de la flora de *Dicroidium* coincidió con la propagación de especies de tetrapodos del Triásico, cuyo desarrollo estimuló a su vez; ello se reflejó tanto en la antigua fauna de Therapsida como en la nueva de Archosauria. Semejante hervor de especies creó múltiples tipos adaptativos que entraron en competencia. Así, entre los Therapsida (Cynodontia y Dicyodontia) se registraron nuevas especies de cinodontes herbívoros de una familia particular, la de los Traversodontidae, provistos de un complejo sistema masticatorio y de reemplazo dentario. También entre los dicinodontes se han comprobado múltiples especies nuevas en sus familias Kannemeyeriidae y Stahleckeriidae, aunque sin producir tipos adaptativos distintos de los del Triásico inferior, al menos en lo que a caracteres osteológicos se refiere.

Entre los Archosauria, la producción de nuevos tipos adaptativos fue más drástica, originándose especies totalmente distintas de las del Triásico inferior. Surgieron así los Rauisuchidae, depredadores de apreciable tamaño; los Ornithosuchidae, carnívoros de tamaño modesto; los Lagosuchidae, formas carnívoras o insectívoras pequeñas con notables especializaciones para una locomoción rápida; los Cerritosauridae y sus descendientes los Proterochamp-



**LAGOSUCHUS TALAMPAYENSIS**, pequeño tecodonte de la familia Lagosuchidae, procedente del Triásico medio de La Rioja, Argentina. Se trata de la única especie que muestra caracteres anatómicos transitivos entre los Thecodontia y los dinosaurios Saurischia. La morfología del pubis, del tarso en especial, la zonación de la columna vertebral presacra en tres tipos distintos de vértebras, la forma y posición de la cresta deltoides del húmero, así como la disparidad entre las extremidades anteriores y posteriores constituyen ca-

racteres de transición entre Thecodontia y Saurischia, que se dan cita en la especie ilustrada. Su aparición en el registro fósil es inmediatamente anterior en unos tres millones de años a *Staurikosaurus pricei*, el dinosaurio más antiguo que se conoce. *L. talampayensis* está representado por varios esqueletos articulados incompletos, con elocuentes piezas craneanas. El tarso, la disparidad de sus extremidades y su morfología vertebral presacra apoyan un andar bípedo. Su dentición y su pequeño tamaño sugieren una dieta insectívora.



**PATAGOSAURUS FARIASI**, saurópodo del Jurásico de Patagonia, montado en septiembre de 1981 en el Museo de Buenos Aires. Mide 14 metros de largo y está provisto de vértebras dorsales de 80 cm de altura.

sidae, ambos de hábitos anfibios, los Trialestidae (denominación que reemplaza a "Triassolestidae" por estar preocupada), formas muy esbeltas, corredoras, con caracteres cocodrilianos en la cintura pectoral y el carpo; los Stagonolepidiidae, formas acorazadas de posibles hábitos omnívoros; los primeros dinosaurios saurisquios, como los Herrerasauridae; y los primeros dinosaurios ornitisquios, como *Pisanosaurus*. Este heterogéneo conjunto de arcosaurios mostraba una evidente dominancia en su tendencia evolutiva: el desarrollo de caracteres óseos especialmente adaptados para perfeccionar su aparato locomotor, con tendencia a la posición bípeda, permitiendo un desplazamiento muy rápido.

La competencia establecida entre las variadas formas de Therapsida, provistos de un aparato locomotor arcaico, y Archosauria, con avanzadas especializaciones en sus extremidades, resultó en una extinción casi total de los primeros, sobreviviendo hasta fines del Triásico sólo una especie de dicinodontes y dos familias de pequeños cinodontes, Tritylodontidae y Pachygenelidae, como así también los primeros mamíferos, no registrados en América del Sur pero presentes en Europa, África y Asia. La virtual extinción de los Therapsida (que se concretó a principios del Jurásico) dejó nichos ecológicos libres de diversas formas herbívoras, que fueron ocupados en parte por los teco-dontes acorazados llamados Aetosauria, por los dinosaurios ornitisquios de la familia Heterodontosauridae y, en mucho mayor volumen, por los dino-

saurios Prosauropoda. Los nichos ecológicos de tipo carnívoro de fines del Triásico estaban casi totalmente ocupados por los Archosauria, reteniendo los Therapsida y los primeros mamíferos nichos presumiblemente de tipo insectívoro.

Los depósitos jurásicos continentales con restos de la fauna de dinosaurios tienen relativamente poca expresión en América del Sur, ya que hasta ahora se los ha constatado en el centro y sur de la Patagonia (formaciones Roca Blanca, Cerro Carnerero, La Matilde y Cañadón Asfalto) y en el sur de Brasil, estado de Sao Paulo (formación Botucatu). Por su lado, los depósitos marinos de ambiente costero con reptiles están limitados a una franja que, desde el norte de Chile, Antofagasta, se extiende hacia el sur, hasta incluir la provincia del Neuquén, o sea, entre los 24 y 40 grados de latitud Sur.

Todas las formaciones continentales que han aportado restos de la fauna de dinosaurios muestran estrechas relaciones con el intenso vulcanismo que afectó al continente durante el Jurásico, particularmente en la parte media y superior del período, y que culminó a principios del Cretácico con los gigantes derrames basálticos que cubrieron extensiones considerables en el sur de Brasil, este de Argentina, Paraguay y Uruguay. Coincidiendo con ese intenso vulcanismo del Cretácico inferior se habría iniciado la separación de América del Sur de África, dando lugar a la formación del Atlántico Sur y poniendo fin a la continuidad física existente en-

tre estos continentes desde el Cámbrico o aun antes.

Durante el Jurásico, América del Sur y África estaban estrechamente unidas, por lo que no hay dudas de la existencia de un intercambio faunístico fluido que habría resultado en una fauna común para ambas regiones. La conexión física entre América del Norte y América del Sur habría tenido ciertas limitaciones impuestas por la zona de América Central, que se habría comportado como una región inestable, cubierta por mar, con probables períodos emergentes, limitando así las posibilidades de intercambios faunísticos directos. En todo caso, las migraciones entre ambos continentes se habría operado a través de África.

Sin ofrecer una información tan variada y rica como la obtenida de las faunas del Triásico, en los últimos años se están logrando importantes avances en el conocimiento de las faunas de dinosaurios del Jurásico de América del Sur. Patagonia, esa región austral del continente tan prolífica en fósiles (y vientos) nos ha permitido obtener materiales correspondientes a dinosaurios, o formas asociadas, procedentes de tres momentos distintos del Jurásico. El registro ofrece pautas básicas del mayor interés para comprender sus faunas extinguidas, esbozar sus relaciones faunísticas y, por consiguiente, las vinculaciones geográficas de América del Sur con África, América del Norte y Europa. Y, especialmente, tener información sobre la continuidad faunística en el continente, qué tipo de vinculación existía entre las faunas jurásicas con las que le precedieron (triásicas) y con las que le sucedieron (cretácicas). Una revista general de los datos disponibles nos permitirá analizar luego sus aspectos más sobresalientes.

Empecemos por el Jurásico inferior. La asociación más antigua de tetrápodos del Jurásico sudamericano procede del sur de la Patagonia, aproximadamente en los 48 grados de latitud Sur, de la formación Roca Blanca asignada al Jurásico inferior (Liásico) por la abundante flora de *Otozamites* descubierta en los mismos niveles por R. Herbst. De allí se conoce el anuro más antiguo registrado hasta el presente, *Vieraella herbstii* Reig, un diminuto y primitivo Ascaphidae de no más de 28 milímetros de largo. Junto a los restos de este anuro se han encontrado piezas desarticuladas de un pequeño reptil que R. M. Casamiquela interpretó como pertenecientes a un lacertilio, al



que denominó *Protolacerta patagonica*. A. Cabrera dio a conocer restos fragmentarios, pero muy elocuentes, de un saurópodo Cetiosauridae de talla modesta, procedente de la provincia del Chubut, en el centro de la Patagonia. Los restos de este saurópodo se atribuyeron en su comienzo al Jurásico medio, pero según observaciones estratigráficas recientes, efectuadas por E. Musacchio en la zona del hallazgo, corresponderían con más probabilidad al Jurásico inferior.

En lo concerniente al Jurásico medio, recientes descubrimientos hechos en Patagonia nos demuestran que durante ese intervalo existieron enormes dinosaurios herbívoros de la familia Cetiosauridae, asociados a formas carnívoras de la familia Megalosauridae en áreas continentales, mientras que en el litoral marítimo del Pacífico había pterosaurios y cocodrilos marinos. En la región central de Patagonia se han recuperado materiales muy elocuentes de grandes saurópodos y carnosaurios procedentes de la formación Cañadón Asfalto.

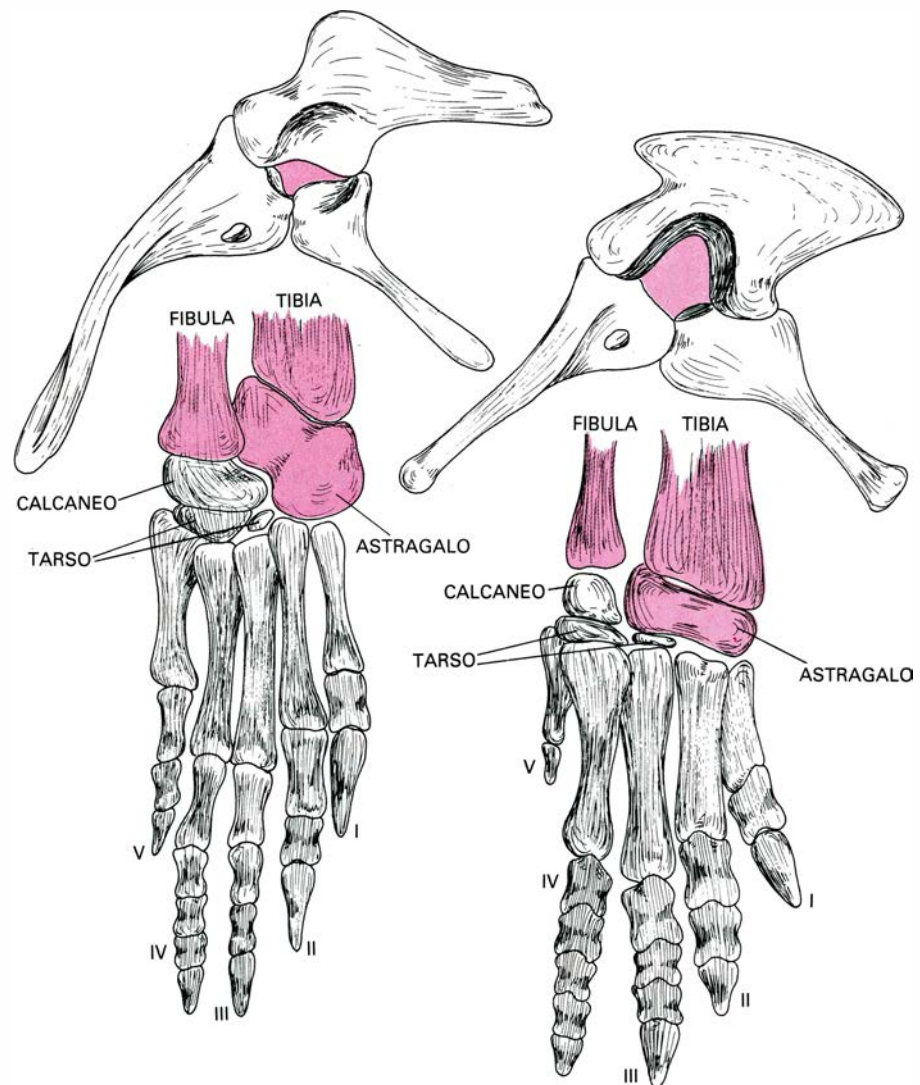
Esos materiales se hallaron en dos grandes yacimientos, localizados en el transcurso de viajes de exploración paleontológica dirigidos por el autor entre 1976 y 1980 inclusive, financiados en gran parte por la National Geographic Society de Washington. Uno de los yacimientos está ubicado frente a la villa de Cerro Cóndor, sobre la margen derecha del río Chubut, encontrándose en una capa de sedimentos torrenciales, muy bien expuesta en la actualidad, que encierra gran cantidad de restos de dinosaurios, con ejemplares totalmente desarticulados pero conservando un grado tal de asociación de las piezas óseas que permite reconocer, en muchos casos, su pertenencia a uno u otro individuo.

De este primer yacimiento se han obtenido diversos ejemplares incompletos, pero muy elocuentes, de tres especies de dinosaurios. Se trata de un dinosaurio carnívoro de talla modesta, *Piatnitzkysaurus floresi* (fémur de 60 centímetros) vinculado a *Allosaurus fragilis* del Jurásico superior de América del Norte, aunque con algunas diferencias en los caracteres vertebrales y la pelvis, que indican la existencia de rasgos más primitivos en la especie de Patagonia. Las dos especies restantes corresponden a primitivos saurópodos de la familia Cetiosauridae. Una de ellas es *Patagosaurus fariasi* de talla considerable, provisto de vértebras dorsales de 80

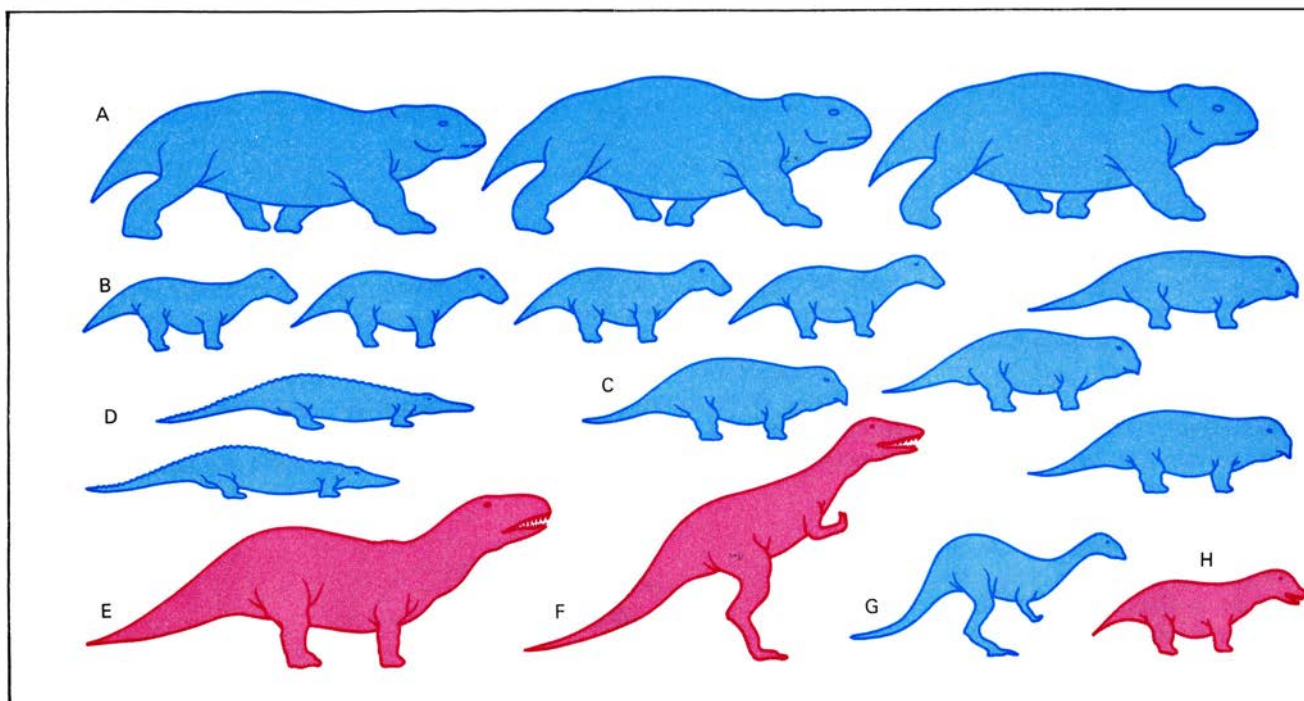
centímetros de altura, con enormes expansiones del canal neural en tres de sus cinco vértebras sacras, y una sucesión de enormes vértebras cervicales con espinas neurales no bifurcadas. La expansión del canal neural del sacro, limitado a tres de sus vértebras, forma una especie de receptáculo de más de 2500 centímetros cúbicos de capacidad, ocupado en parte por tejido medular, nervioso, que sin duda debió cumplir una misión específica, tal vez solucionando los problemas motrices de las extremidades posteriores y la cola. Es probable que esta gran expansión neural tuviera además otras funciones, que

bien pudieran ser fisiológicas, para controlar el funcionamiento de algunos órganos abdominales y, por qué no, el comportamiento sexual. La restante especie de este notable yacimiento es otro Cetiosauridae, *Volkheimeria chubutensis*, documentada por un solo ejemplar de tamaño modesto (fémur 65 centímetros) que muestra caracteres más primitivos y distinta morfología en las vértebras dorsales que *Patagosaurus*. *Volkheimeria* ofrece semejanzas parciales con *Bothriospondylus*, del Jurásico medio de Madagascar.

El otro yacimiento de la formación Cañadón Asfalto se encuentra a cinco



**LAS DIFERENCIAS OSTEOLOGICAS MAS DESTACADAS** entre los Thecodontia y sus descendientes dinosaurios (Saurischia y Ornithischia) se aprecian en las características del acetábulo y el tarso. Los dos dibujos de la izquierda representan una vista lateral de la pelvis y parte anterior del pie de *Riojasaurus tenuisiceps*, tecedonte argentino. Los dos esquemas de la derecha recogen una vista lateral de la pelvis y parte anterior del pie de *Riojasaurus incertus*, un dinosaurio Prosauropoda, argentino también. El acetábulo de los tecedontes es poco profundo y con su lámina medial casi completa, de suerte que la cavidad es "cerrada" hacia el plano medial; en los dinosaurios, el acetábulo es profundo y abierto hacia el plano medial. Si atendemos al tarso, el de los tecedontes es de tipo crurotarsal, como en los cocodrilos actuales y fósiles, con los planos de articulación mayores ubicados entre la fibula y el calcáneo, entre astrágalo y los metatarsos internos, y además entre astrágalo y calcáneo. (Esta característica del tarso ha condicionado el hábito, fundamentalmente plantigrado, de los tecedontes.) El tarso de los dinosaurios es, en cambio, de tipo mesotarsal, con el plano de articulación mayor por debajo del calcáneo y del astrágalo, peculiaridad ésta que facilita el hábito digitigrado, lo que se traduce en una mayor especialización pedial.



ASOCIACIONES FAUNISTICAS de comienzos del Triásico superior, cuando aparecieron los primeros dinosaurios, muy distintas de las asociaciones que se constituirán en las postrimerías de dicho período, momento de claro predominio dinosauriano. En el bloque de la izquierda, o sea, el recogido en esta página, se distinguen los principales componentes de la fauna de Therap-

sida de los inicios del Triásico superior (en la formación Ischigualasto, República Argentina), donde los dinosaurios fueron un componente mínimo: A, dicinodontes Kannemeyeriidae; B, cinodontes Traversodontidae; C, rincosaurios Rhynchosauridae; D, aetosaurios primitivos Stagonolepidae; E, tecodontes Rauisuchidae; F, saurisquios primitivos Herrerasauridae; G, ornitis-

kilómetros al norte de la villa de Cerro Cándor, en un lugar que hemos llamado Cerro Cándor Norte. Hasta allí nos condujo el habitante de la zona Ricardo Farías. Las excavaciones efectuadas en dicho emplazamiento, a lo largo de los tres últimos años, brindaron una cantidad apreciable de restos de cuatro ejemplares de distintos tamaños de *Patagosaurus fariasi*, todos mezclados y dispersos en un área de 15 metros por seis metros, sugiriendo que se trataría de una tropa o familia de la especie citada. En la actualidad se está finalizando la preparación del material recogido y su estudio comparativo esta en marcha. Una réplica de su esqueleto se ha montado recientemente en el Museo Argentino de Ciencias Naturales de Buenos Aires.

Otra localidad del Jurásico medio donde se ha exhumado material de interés, aunque incompleto, se encuentra en la provincia de Neuquén, en el noroeste de la Patagonia. Los sedimentos portadores son de ambiente marino costero de la formación Lotena, considerada de edad Caloviana por su fauna de invertebrados. Se trata de restos de un pterosaurio de tamaño mediano, *Herbstosaurus pigmaeus* Casamiquela, erróneamente considerados en la descripción original como pertenecientes a un pequeño dinosaurio coelurosaurio. En la provincia de Antofagasta (Chile

septentrional), se han registrado muy buenos materiales del cocodrilo marino *Metriorhynchus casamiquelai* Gasparini y Chong, de especial interés paleobiogeográfico.

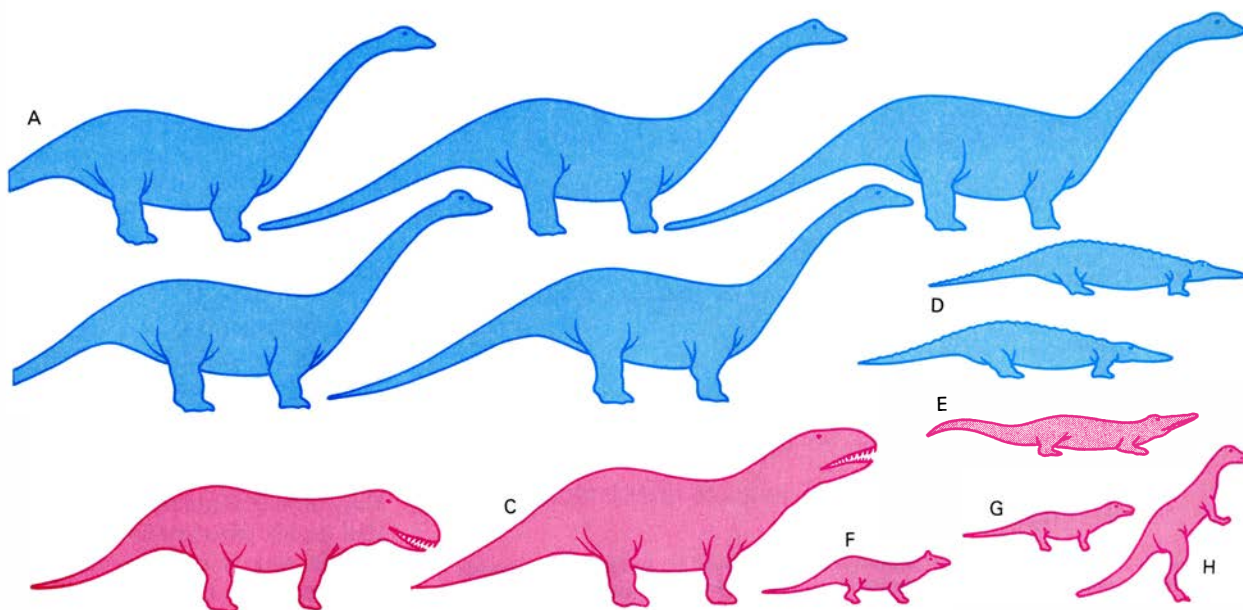
**Y** llegamos al Jurásico superior. Las pruebas de tetrápodos del Jurásico superior de América del Sur involucran diversas formas: anuros, huellas muy elocuentes de un mamífero y de tres pequeños dinosaurios, así como restos bien conservados de cocodrilos marinos, ictiosaurios y tortugas marinas. Un grupo de localidades del sector este de la provincia de Santa Cruz ha brindado restos muy complejos de un anuro de talla considerable, de unos 20 centímetros de largo total, *Notobatrachus degiustoi* Reig, asignado a la familia Ascaphidae, procedentes de la formación La Matilde, que se fecha dentro de la edad Oxfordiana. Los ejemplares se encuentran en sedimentos con abundantes crustáceos pequeños del orden Filopodos y restos de una flora fósil que ha permitido valorar su antigüedad.

Casamiquela y colaboradores descubrieron una localidad del Jurásico superior, que testimonia la presencia de dinosaurios pequeños y de un mamífero, en el nordeste de la provincia de Santa Cruz. Se trata de un conjunto de magníficas huellas, perfectamente conservadas, impresas en una arenisca gris

verdosa. Aún hoy puede verse en el piso de la cantera las filas de huellas de cuatro especies distintas que se entrecruzan en diversas direcciones. Uno de los tipos más abundantes de huellas de este yacimiento descrito por Casamiquela corresponde a un pequeño mamífero, *Ameghinichnus patagonicus* Casamiquela, que poseía las manos y los pies de tamaño muy similar, de aproximadamente 9 a 10 milímetros de diámetro, con cinco dedos y la fórmula digital de 2-3-3-3-3. Este primitivo mamífero indeterminado, además de caminar en la forma normal alternando la ubicación de cada extremidad, podía desplazarse saltando como una liebre, tipo ricochet, apoyando las cuatro extremidades en un mismo plano transversal. Así lo indican los dos tipos de huellas dejadas por este pequeño animal.

Las tres formas restantes corresponden a pequeños dinosaurios, muy probablemente coelurosaurios, con características pediales muy distintas entre sí. Una de las especies muestra hábitos cuadrúpedos, *Delatorichnus goyenechei* Casamiquela, con tres dedos en la pata y supuestamente tres en la mano, ya que no se aprecian detalles en ésta. El largo de la huella del pie es de 30 milímetros y el de la mano, de algo menos, 24 milímetros, lo que hace pensar que este pequeño dinosaurio debió tener





quios Heterodontosauridae; H, cinodontes Chiniquodontidae. En color azul se señalan las formas herbívoras y, en rojo, las carnívoras. En el bloque de la derecha de la ilustración, es decir, en esta misma página, se representa esquemáticamente los principales componentes de la fauna de los dinosaurios de las postrimerías del Triásico superior (de la formación Los Colorados, Argenti-

na), donde predominaron ya los dinosaurios Prosauropoda: A, prosaurópodos Melanorosauridae; B, tecodontes Ornithosuchidae; C, tecodontes Rauisuchidae; D, aetosaurios Stagonolepididae; E, cocodrilos Protosuchidae; F, cinodontes Tritylodontidae; G, cinodontes Pachygenelidae; H, dinosaurios Coelurosauria indeterminados. (Se mantiene el significado de los colores.)

tan sólo unos 30 centímetros de alto. Otra de las huellas corresponde con más claridad a un dinosaurio coelurosaurio, *Wildeckia navesi*, de hábitos bípedos, con tres dedos funcionales en las patas. Las huellas del pie de este animal miden unos 40 milímetros de largo, lo que induce a pensar que su altura no excedería los 50 centímetros. Finalmente, la tercera forma corresponde también a un Coelurosauria, *Sarmientichnus scagliai* Casamiquela, de talla algo mayor que los anteriores, con 140 milímetros de largo de la huella del pie. Muestra una notable hipertrofia del dedo interno, existiendo otro hacia el lado externo muy reducido, y una almohadilla plantar externa. El aspecto de esta huella, relativamente angosta y alargada, sugiere un pie con fuerte tendencia a la monodactilia, recordando la condición del avestruz africano.

Este conjunto de pequeñas huellas demuestra la asociación de formas de dinosaurios cuadrúpedos y bípedos, que aún no han sido registrados por restos óseos. Las huellas citadas se encuentran en capas de areniscas lajosas de la formación La Matilde, que en estos niveles indicaría condiciones climáticas de tipo árido, y cuya edad estimada por la flora fósil conocida de niveles distintos de los que llevan huellas es fundamentalmente Oxfordiana.

Otros restos de tetrápodos del Jurá-

co superior se han documentado en depósitos marinos de tipo costanero de la llamada Cuenca Neuquina, en el noroeste de la Patagonia. De allí se conocen buenos ejemplares del cocodrilo marino *Geosaurus araucanensis* Gasparini y Dellapé y de la tortuga *Plesiochelydia Notoemys laticentralis*, descrita recientemente por R. Wood, de la que se conoce gran parte de su caparazón dorsal. Ambas especies proceden de la formación Vaca Muerta, que corresponde al Jurásico más superior, Tithoniano. De niveles comparables, pero algo más al norte, en la provincia de Mendoza, se conoce gran parte del cráneo de un cocodrilo marino de la familia Metriorhynchidae. Más bien frecuentes son los hallazgos de restos de ictiosaurios en diversos lugares de Chile y el oeste de Argentina, reptiles que lograron un nivel tan especializado para el hábitat marino que no tendrían vinculaciones con las faunas terrestres que tratamos aquí.

El registro de los tetrápodos jurásicos de América del Sur nos permite analizar algunos aspectos de especial interés relativos a la historia de las faunas terrestres mesozoicas de este continente, las interrelaciones faunísticas con otros continentes de Gondwana y de Laurasia y la dispersión de formas de hábitat costanero marítimo. Apor-

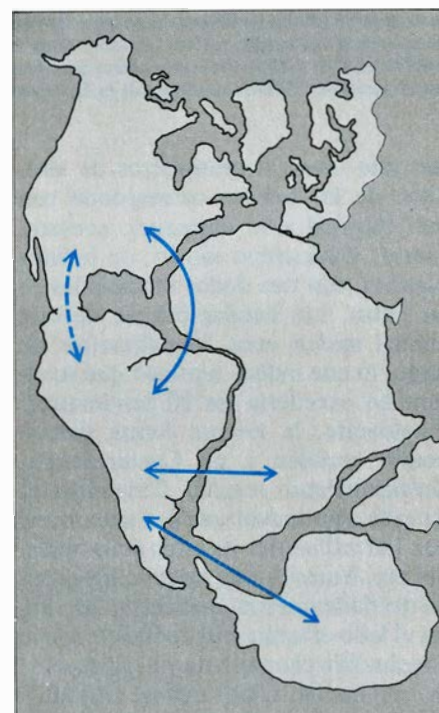
tan asimismo las bases para debatir el probable origen geográfico de los saurópodos.

En América del Sur, al igual que en el resto del mundo, el registro faunístico correspondiente a vertebrados del Jurásico inferior es muy pobre. Ello impide adentrarnos en la continuidad faunística entre las asociaciones continentales de las fases postreras del Triásico superior y las asociaciones del Jurásico. El registro nos descubre una variada asociación faunística del Triásico superior conocida a través de hallazgos en distintas partes del mundo (en los llamados Red Beds y Cave Sandstones en África del Sur, parte inferior de la serie de Lufeng en China, formación Malerí de la India, formación Forest Sandstone en el oeste de Rhodesia, formaciones Chinle, Moenave y Kayenta del oeste de los Estados Unidos, parte superior del Grupo Newark en el este de la Unión, los Stubensandstein de Alemania, las areniscas de Elgin en Escocia, los rellenos de fisuras en la zona del Canal de Bristol y, en América del Sur, las formaciones Los Colorados y El Tranquilo de Argentina). Mientras tanto, las pruebas de vertebrados continentales del Jurásico inferior son realmente magras, con registros muy parciales en las pocas localidades investigadas. Esta circunstancia hace que las faunas jurásicas, conocidas en su gran



mayoría por asociaciones del Jurásico superior y en menor proporción del Jurásico medio, aparezcan casi totalmente desconectadas de las faunas del Triásico superior. Justamente algunos hallazgos recientes en la formación Kota de la India, de Ohmden en el sur de Alemania y los citados más arriba de Roca Blanca ofrecen puntos de referencia más claros sobre la transición aludida.

La extinción de fines del Triásico, que significó la desaparición del variado y numeroso orden Thecodontia y de los dinosaurios Prosauropoda, dominantes a fines del período, como de los ya escasos dicinodontes, rincosaurios, procolofónidos y de la casi totalidad de los laberintodontes, habría generado una gran depresión faunística de especies de mediano y gran tamaño que, a juzgar por los datos conocidos,



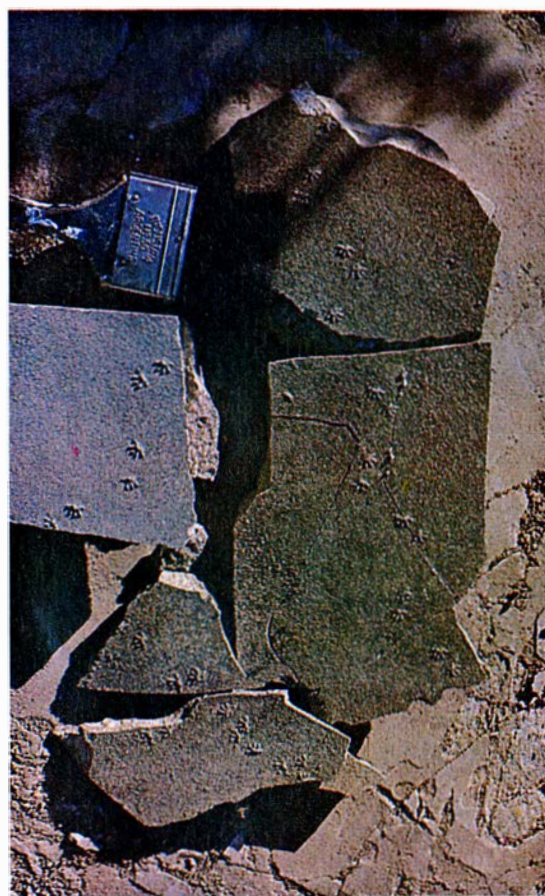
**POSICION GEOGRAFICA** de América del Sur durante el Jurásico. No existía todavía el Atlántico Sur, por lo que la unión física con África posibilitaba intercambios faunísticos directos. El Atlántico Norte comenzó a definirse durante el Jurásico medio-Jurásico superior; por tanto, antes de ese episodio geográfico habría intercambios faunísticos entre América del Norte y América del Sur a través del noroeste de África y quizá también en forma directa por América Central, si en verdad existió esa unión física y no un paleomar Caribe, como algunos autores suponen. Las flechas indican probables rutas de dispersión de tetrápodos jurásicos desde y hacia América del Sur. (El mapa se basa en un trabajo de J. G. Sclater, S. Hellinger y C. Tapscott para los continentes atlánticos -*J. Geology*, 85,5- y en otro de Vilas por lo que se refiere a la posición de la Antártida, India y Madagascar.)

se fue restaurando paulatinamente hasta alcanzar su clímax en el Jurásico superior, con las variadas especies descubiertas principalmente en la formación Morrison de los Estados Unidos, de Tendaguru en Tanzania, de Europa, China, etcétera.

En América del Sur nos encontramos con un panorama similar: pruebas muy escasas del Jurásico inferior, que, en términos generales, aumentan progresivamente a lo largo de ese período. Por entonces, a principios del Jurásico, los anuros de la familia Ascaphidae, que poseen representantes vivientes en América del Norte y Nueva Zelanda, registrados en el Liásico y Oxfordiano de la Patagonia, se habrían originado en los continentes de Gondwana, según lo han reconocido Estes y Reig. Junto al Ascaphidae *Vieraella*, del Liásico, vivieron pequeños tetrápodos como *Protolacerta patagonica*, y, presumiblemente, los más antiguos cetiosáuridos del continente, *Amygdalodon*, que en opinión de E. Musacchio, procede de una formación que se interdigita con el Liásico marino de la Patagonia. En cuanto al litoral marítimo, ya estaba poblado por cocodrilos, Teleosauridae a buen seguro, escasamente documentados en el norte de Chile. Tendríamos así un primer estrato de faunas de dinosaurios jurásicos integrado por anuros Ascaphidae, probables lacertilios, primitivos saurópodos Cetiosauridae y cocodrilos marinos, Teleosauridae quizá.

En el Jurásico medio se dispone de registros más abundantes, con dinosaurios carnosaurios y grandes saurópodos en ambientes continentales no muy alejados del litoral marítimo. Los materiales logrados en el centro-oeste de Patagonia hablan en favor de una población numerosa, en un área donde la sedimentación ocurrió en ambientes reductores. Aun cuando el conocimiento de la historia evolutiva de los dinosaurios, a nivel mundial, diste mucho de ser satisfactoria, el registro fósil de América del Sur anterior al Jurásico medio alienta la posibilidad de admitir que este continente habría integrado, junto a otras masas continentales, posibles áreas de origen de carnosaurios y saurópodos. En tal sentido, los abundantes registros del Triásico superior de Argentina y la presencia de *Amygdalodon* son testimonios muy elocuentes que avalan esa posibilidad.

En el litoral marítimo existieron pterosaurios de una familia indeterminada aún, cocodrilos marinos de la familia Metriorhynchidae con un género co-



LOS TRABAJOS DE CAMPO del paleontólogo son muy diversificados. Van desde la extracción de restos (un fémur de dinosaurio del Jurásico de Patagonia, en la fotografía de la izquierda) hasta el reconocimiento de las huellas (lajas con huellas fosilizadas de *Ameghinichnus patagonicus*, en la de la derecha).

mún (*Metriorhynchus*) en niveles contemporáneos de Europa, lo que revela intercambios faunísticos muy directos. Tendríamos así un segundo estrato de faunas de dinosaurios integrados por carnosaurios de la familia Megalosauridae, saurópodos de la familia Cetiosauridae, pterosaurios de una familia indeterminada y cocodrilos marinos de la familia Metriorhynchidae.

Durante el Jurásico superior grandes áreas de América del Sur sufrieron un serio deterioro climático. En gran parte de Brasil, en el subsuelo del este de Argentina y una amplia región del territorio de Uruguay se acumularon conspicuos depósitos eólicos, alternantes con "basaltos de Serra Geral", que integran la formación Botucatu y equivalentes, proceso que se prolongó en el tiempo hasta el Cretácico inferior inclusive, dando lugar a uno de los paleodesiertos más importantes de que se tenga noticias. En el litoral marítimo, los extensos depósitos yesíferos de la formación Auquenco documentan la amplitud de ese deterioro climático, que no habría alcanzado a la Patagonia austral, al menos con las características citadas más arriba. No obstante, los estudios de pa-

leoclima de Volkheimer señalan que, en Patagonia, la fluctuación climática del Jurásico incluía desde etapas húmedas hasta áridas; en las primeras, abundarían bosques de coníferas, restos de anuros, filópodos, etcétera, mientras que en la etapa árida se habrían depositado las areniscas con las huellas de pequeños dinosaurios y un mamífero, citadas más arriba. Las nítidas huellas fósiles de la provincia de Santa Cruz indican, por un lado, la presencia de un mamífero indeterminado, y, por otro, la asociación de pequeños dinosaurios, muy peculiares por su tamaño, con notables especializaciones y referibles al infraorden Coelurosauria. Curiosamente, una asociación comparable de pequeñas formas ha sido comunicada preliminarmente por G. Leonardi, de Brasil, procedentes de las áreas eólicas de la formación Botucatu, en el estado de Sao Paulo, al sur de Brasil; ello probaría una distribución generalizada en nuestro continente para asociaciones de pequeños coelurosaurios, junto a un primitivo mamífero sin muestras de reducción digital.

Hasta ahora no existen registros de grandes dinosaurios para el Jurásico

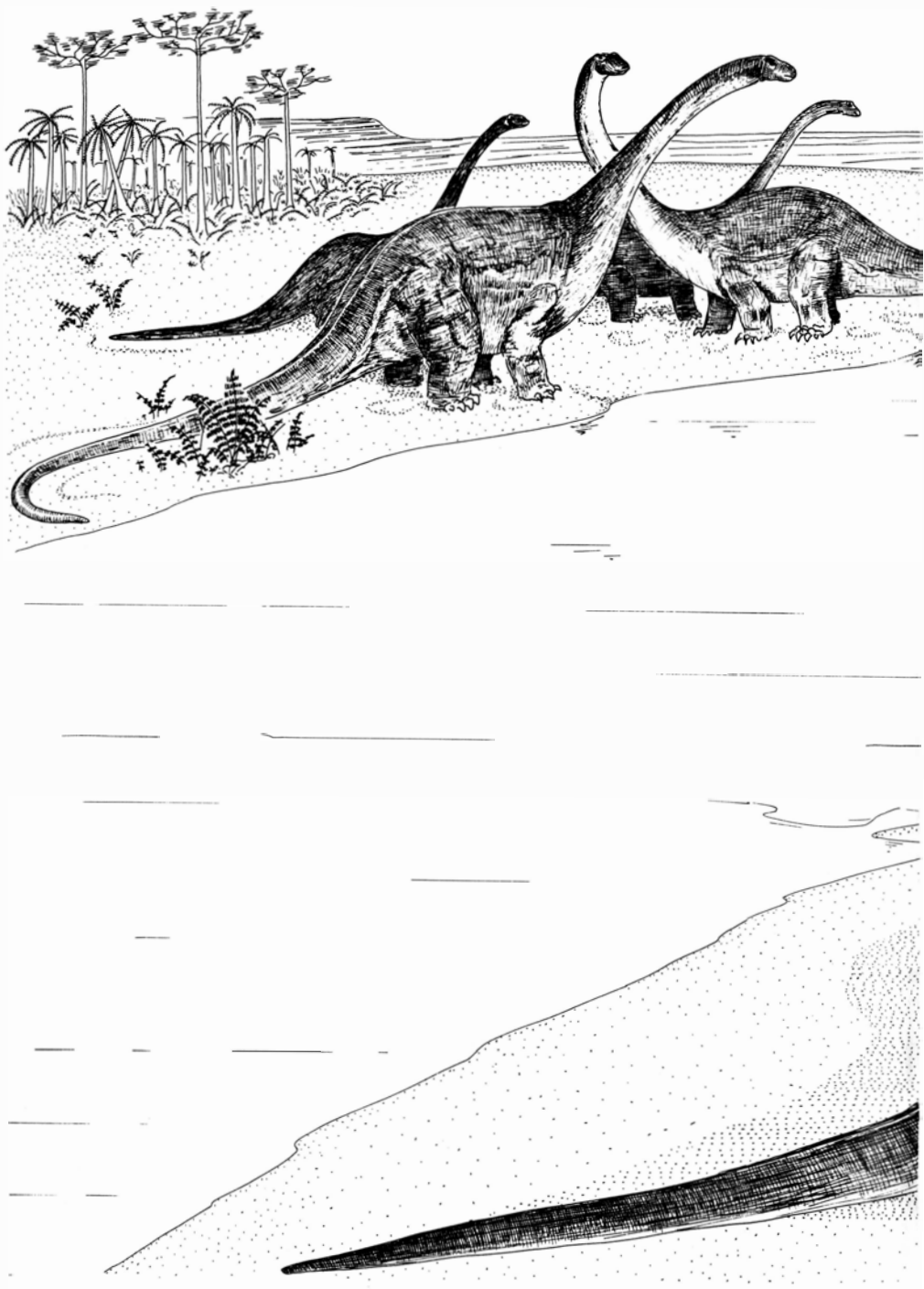
más superior de América del Sur, tal vez en concordancia con el deterioro climático al que nos hemos referido. En el litoral marítimo del Pacífico proliferaron los cocodrilos de la familia *Metriorhynchidae*, hallados en las provincias argentinas de Neuquén y Mendoza, junto a primitivas tortugas (*Amphichelydia*) de la familia *Plesiochelyidae*. Tendríamos así un tercer estrato faunístico compuesto por pequeños dinosaurios coelurosaurios, asociados a un mamífero generalizado, y cocodrilos *Metriorhynchidae*, asociados a tortugas *Plesiochelyidae* en el litoral marítimo.

Aun cuando el registro de la fauna de dinosaurios del Jurásico de América del Sur se halla en su etapa inicial y es de esperar se incremente de forma apreciable en los próximos años, podemos adelantar algunos puntos de interés con respecto a su historia biogeográfica: (a) desde el Jurásico inferior, el continente estuvo poblado por anuros, saurópodos, quizá lacertilios y cocodrilos marinos; (b) las asociaciones del Jurásico medio habrían sido más espectaculares y variadas, con saurópodos y carnosaurios de talla considerable en el continente, y cocodrilos marinos asociados a pterosaurios en el litoral marítimo; (c) el Jurásico superior muestra una asociación muy peculiar de huellas que indican tipos especializados de Coelurosauria que gozaron de amplia distribución por el continente; (d) América del Sur habría mantenido intercambios faunísticos con otros continentes, con África durante todo el Jurásico, y, a través de ella, con América del Norte y Europa.

Por ahora resulta difícil interpretar los hallazgos de las faunas continentales con miras a deducir las posibles vías de dispersión que habrían seguido para poblar los distintos continentes, especialmente por el escaso registro disponible tanto en América del Sur como en los continentes vecinos (África y América del Norte), sobre todo en lo referente a asociaciones faunísticas anteriores al Jurásico superior. No ocurre lo mismo con respecto a los reptiles marinos de hábitos costeros, como los cocodrilos del infraorden *Thalattosuchia*, las tortugas marinas de la familia *Plesiochelyidae* y los pterosaurios vinculados a ese ambiente. Estos ofrecen buena información sobre sus probables vías de dispersión y, en menor escala, sobre sus probables áreas de origen. Veamos. La apertura del Atlántico Norte, generalmente interpretada para el Jurásico medio, es probable que se haya iniciado durante el Jurásico inferior generando

do lenguas de mar desde Europa occidental (actual Francia, Inglaterra y Alemania) hacia el sudoeste, siguiendo la línea del valle agrietado (rift valley), como asimismo desde el noroeste de América del Sur hacia el noreste. Una vez establecida esa conexión de mares

bajos se habría generado una dispersión de la fauna de reptiles marinos entre Europa y la costa oeste de América del Sur. Que tal vía de dispersión se habría puesto en funcionamiento a partir del Jurásico inferior lo sugiere el hallazgo de restos de un cocodrilo marino en



ESCENA DEL JURASICO MEDIO (Caloviano) al tiempo de la deposición de la formación Cañadón Asfalto, en el centro de la Patagonia actual. Esta formación se depositó a continuación de un intenso vulcanismo de gran amplitud regional que se habría desarrollado durante gran parte del Jurásico medio. El ambiente sedimentario de los niveles con dinosaurios corresponden a depósitos de llanuras de inundación de un curso de agua maduro. Los fósiles conocidos de la formación Cañadón Asfalto, que presenta



el norte de Chile, perteneciente tal vez a un Teleosauridae. Durante el Jurásico medio y superior se hacen frecuentes las pruebas de esta dispersión, al tiempo que ganan en definición, con cocodrilos de los géneros *Metriorhynchus* y *Geosaurus* en América del Sur y Euro-

pa, con representantes de una familia de tortugas marinas común a Europa y América del Sur, Plesiochelyidae, y, finalmente, con pterosaurios, muy abundantes en ambientes del litoral marítimo de Europa y con una sola especie hasta el presente en el Jurásico marino

de América del Sur, *Herbstosaurus pigmaeus*, lamentablemente sin detalles anatómicos que ayuden a reconocer sus afinidades.

Dado el estado actual de nuestro conocimiento del registro fósil europeo y sudamericano, cabe admitir, a manera



ambientes sedimentarios variados, abarcan una heterogénea asociación de megafiora, depósitos de algas, crustáceos filópodos, peces, dinosaurios carnosauros y saurópodos. En esta reconstrucción se distingue en primer plano un carnosaurio Megalosauridae, *Piatnitzkysaurus floresi*, de unos cuatro metros de largo, en actitud hostil, un grupo de saurópodos de la familia Cetiosauri-

dae, pertenecientes a la especie *Patagosaurus fariasi*, y un ejemplar de la especie *Volkheimeria chubutensis*. *V. chubutensis*, del que sólo conocemos un esqueleto incompleto, vendría a medir 1,80 metros de alto hasta la cadera y poseería caracteres más primitivos y distinta morfología en las vértebras dorsales que *Patagosaurus*. La reconstrucción de la escena es de Miguel Alonso.

de hipótesis aproximativa, que las mayores posibilidades están de parte de Europa a la hora de asignar el centro de dispersión de esta fauna de reptiles ligada a ambientes marinos litorales. Interesa señalar aquí que los reptiles marinos del litoral Pacífico documentan

una vía de dispersión iniciada en el Jurásico inferior, mientras que los del litoral Atlántico sugieren una vía de dispersión iniciada en el Cretácico inferior (Aptiano), documentada con hallazgos de pterosaurios de la formación Santana en el nordeste de Brasil.

Los hallazgos de saurópodos jurásicos registrados hasta el presente, tanto en América del Sur como en otras masas continentales, hacen suponer que estos grandes dinosaurios se habrían originado en Gondwana. Siempre resulta de interés biogeográfico especular



ESCENA DEL JURASICO SUPERIOR (Oxfordiano) durante la depositación de facies arenosas semiáridas o áridas de la formación La Matilde, en el sur de la Patagonia actual. Estas arenas, depositadas por ríos bajos y anchos en épocas de avenidas (crecientes), poseen gran cantidad de huellas de pequeños dinosaurios y de un tipo de mamífero, junto a múltiples huellas de artrópodos.

Obviamente, los animales que dejaron esas huellas fueron tipos adaptativos propios de zonas áridas, ya que una asociación comparable se ha hallado en arenas eólicas de similar edad en el sur de Brasil (formación Botucatu). Tenemos así: A, huellas de un pequeño mamífero indeterminado, *Ameghinichnus patagonicus*, con manos y pies sin reducciones en los dígitos, y con



sobre las posibles áreas de aparición de un determinado grupo de animales, especialmente si se trata de los Sauropoda; dotados de un tamaño espectacular persistieron a lo largo de 140 millones de años en todos los continentes, salvo en la Antártida, donde no se han halla-

do trazas de su paso. Hasta hace unos cuatro años no se podía avanzar ninguna afirmación fundamentada en los hechos respecto a este tema, pero después de los recientes y muy significativos hallazgos del Jurásico inferior de la India y del Jurásico medio de la Patagonia las

perspectivas han cambiado radicalmente.

Los testimonios paleontológicos disponibles nos indican tan sólo un género de saurópodos para el Jurásico inferior (Liásico) de los continentes del hemisferio Norte, *Ohmdenosaurus* (del sur de Alemania), recientemente descrito por R. Wild, mientras que en el Liásico de Gondwana se conocen *Barapasaurus*, de la India, y probablemente *Amygdalodon*, de Argentina. En lo concerniente al Jurásico medio, la diferencia es notable: para los antiguos continentes del hemisferio Norte sólo se conoce el género *Cetiosaurus* (Europa), con varias especies, mientras que en el ámbito de Gondwana se han identificado cinco géneros: *Cetiosaurus*, en Marruecos, *Rhoetosaurus*, en Australia, *Bothriospondylus*, en Madagascar, *Patagosaurus*, en Argentina, y *Volkheimeria*, también en esa última república. De tal modo, el 77,7 por ciento de los géneros de saurópodos conocidos, anteriores al Jurásico superior, proceden de Gondwana, lo que constituye un buen argumento para señalar su origen geográfico en dicho supercontinente. Esta hipótesis estaría favorecida por dos registros adicionales, muy significativos, procedentes de Gondwana. Uno de la parte inferior de los Red Beds de Africa del Sur (Triásico más superior), consistente en huellas de tipo saurópodo bien definido, y el otro procedente de la región del lago Kariba (Rhodesia), de niveles que se consideran muy próximos al límite Triásico-Jurásico. Se trata de un esqueleto incompleto de un dinosaurio cuadrúpedo, probablemente Prosauropoda, pero con algunos caracteres propios de los Sauropoda, como su gran talla, los caracteres de algunos huesos apendiculares como el cúbito (o ulna), el tarso y el metatarso, según lo señala Raath al estudiar este interesante ejemplar al que denominó *Vulcanodon karibaensis*.

El registro más abundante de saurópodos se ha fechado en las postrimerías del Jurásico (Kimmeridgiano-Tithoniano). Abarca diversos géneros, especialmente en la formación Morrison y en las capas de Tendaguru, que reúnen una heterogénea agrupación de grandes saurópodos como *Haplocanthosaurus*, *Apatosaurus*, *Barosaurus*, *Brachiosaurus*, *Dicraeosaurus*, etcétera, además de diversas formas inéditas de China. Tal variedad obviamente refleja el florecimiento máximo de los saurópodos, documentado tanto en el hemisferio Norte como en continentes que integraron el Gondwana.



hábitos de progresión normal, caminando, y también tipo ricochet, o sea, saltando a la manera de una liebre; B, huellas de un pequeño dinosaurio cuadrúpedo, perteneciente a la especie *Delatorrichnus goyeschi*; C, huellas de un dinosaurio coelurosaurio, con patas tridáctilas, de tamaño similar al de una gallina; D, huellas de un dinosaurio coelurosaurio con notable especialización pedial ya que se aproximó a lograr una monodactilia funcional, de talla mayor que las anteriores, quizá del tamaño de una cigüeña.



# Juegos matemáticos

## *El célebre postulado euclídeo de las paralelas y sus modernos herederos*

Martin Gardner

“¡Las rectas paralelas  
en el infinito han de encontrarse!”  
Así Euclides, repetidamente,  
apasionadamente, lo exigía.  
Hasta que murió,  
y arribó a tal vecindario,  
y en él descubrió...  
¡Que las muy condenadas divergían!  
—PIET HEIN, *Grooks VI*

Los célebres *Elementos* de Euclides es una obra extensa, exhaustiva, que, sin embargo, deja sin enunciar explícitamente hechos esenciales al sistema, como que dos circunferencias pueden cortarse, que toda circunferencia define un recinto interior y uno exterior, que es posible volver triángulos del revés, etcétera. Con criterios de rigor modernos, Bertrand Russell pudo decir que la cuarta proposición de Euclides era una “trama de sinsentidos”, declarando además escandaloso que los *Elementos* fuesen empleados todavía en su tiempo como libro de texto.

Por otra parte, la geometría de Euclides fue el primer esfuerzo decidido de organizar axiomáticamente esta disciplina, y malamente podemos considerar justo culparle de no haber detectado todos los reparos que le pondrían David Hilbert y otros al formalizar el sistema, a principios de este siglo. Entre las pruebas del genio de Euclides, ninguna más llamativa que la comprensión de que su notorio quinto postulado no era un teorema, sino un axioma, y que como tal es preciso aceptarlo sin demostración.

El enunciado original de Euclides es bastante engorroso, mas pronto se reconoció que admitía la formulación siguiente, más sencilla: “Por cualquier punto del plano, no situado sobre una recta dada, tan sólo pasa una recta paralela a ésta”. No siendo este enunciado tan intuitivamente obvio como los restantes axiomas de Euclides, los matemáticos se esforzaron durante 2000 años en arrebatárle su carácter de axioma, reduciéndolo a teorema de-

mostrable a partir de los restantes postulados. Se intentaron centenares de demostraciones. Algunos eminentes matemáticos creyeron haber tenido éxito, mas resultaba siempre que en algún lugar de su razonamiento habían tomado por cierto un hecho que, o bien era equivalente al postulado, o bien era consecuencia de él.

Por ejemplo, es fácil demostrar el postulado de las paralelas si se admite que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos rectos. Desdichadamente, es imposible demostrar esta última propiedad sin recurrir al postulado de las paralelas. Una falsa demostración, muy antigua, atribuida a Thales de Mileto, descansa en la hipótesis de que existe un rectángulo, es decir, un cuadrilátero cuyos cuatro ángulos son rectos. ¡Pero es imposible demostrar la existencia de rectángulos sin valerse del postulado de las paralelas! En el siglo XVII, John Wallis, renombrado matemático inglés, creyó haber demostrado el postulado. ¡Ay! No cayó en la cuenta de que, al suponer que existen dos triángulos que son semejantes, pero no congruentes, estaba implícitamente sirviéndose del resultado que deseaba demostrar. Podemos recopilar una larga lista de otras hipótesis. Todas tan intuitivamente evidentes que casi no vale la pena formularlas, y todas equivalentes al postulado de las paralelas, en el sentido de que no se verifican a menos que el postulado se acepte como verdadero.

A principios del siglo XIX, los esfuerzos por demostrar el postulado adquirieron carácter de manía. El húngaro Farkas Bolyai derrochó gran parte de su vida en la tarea, y en su juventud lo analizó no pocas veces con un amigo alemán, Carl Friedrich Gauss. János Bolyai, hijo de Farkas, llegó a obsesionarse de tal forma con el problema, que su padre, conmovido, llegó a escribirle: “Por amor de Dios, te lo suplico, abandona. No lo temas en grado menor que a las pasiones de los sentidos, porque, como ellas, puede robarte todo tu tiempo, y privarte de la salud, la

tranquilidad de ánimo y el goce de la vida.”

János no atendió los ruegos de su padre, y llegó pronto a convencerse de que no sólo el postulado era independiente de los restantes, sino, también, de que podría crearse un sistema geométrico coherente en la hipótesis de que por el punto puedan trazarse una infinidad de rectas paralelas a la recta dada. Ufano, escribía a su padre en 1823: “De la nada he creado un universo nuevo”.

Farkas pidió urgentemente a su hijo permiso para publicar tan sensacionales afirmaciones como apéndice a un libro que estaba terminando de escribir. “Si verdaderamente has tenido éxito, es justo que no se pierda tiempo en hacerlo público, por doble razón. Primera, porque las ideas pasan fácilmente de una persona a otra, que podría adelantarse en la publicación; y segunda, porque —y algo de verdad hay en esto— muchas cosas tienen una época en que se descubren al mismo tiempo en diferentes sitios, al igual que en primavera nacen violetas por todas partes. Además, toda batalla científica es tan seria como una guerra, en la que nunca sabemos cuándo llegará la paz. Debemos por tanto conquistar siempre que podamos, porque la ventaja es siempre de quien llegó primero.”

La breve obra maestra de János apareció, efectivamente, en el libro de su padre, pero la publicación del libro tuvo que esperar hasta 1832. Y mientras, el matemático ruso Nikolai Ivanovitch Lobachevski le tomó la delantera, dando a conocer en un artículo de 1829 los detalles de la misma y extraña geometría (que más tarde Felix Klein bautizaría “hiperbólica”). Y lo que es peor, cuando Farkas envió el apéndice a su viejo amigo Gauss, el príncipe de los matemáticos contestó que, de alabar la obra, estaría alabándose a sí mismo, pues él había realizado idéntico trabajo muchos años antes, aunque sin publicar nada. En otras cartas explicó cuáles fueron sus motivos: no quería alzar el “clamor” de los “beocios”, esto es, de sus conservadores colegas. (En la Ate-



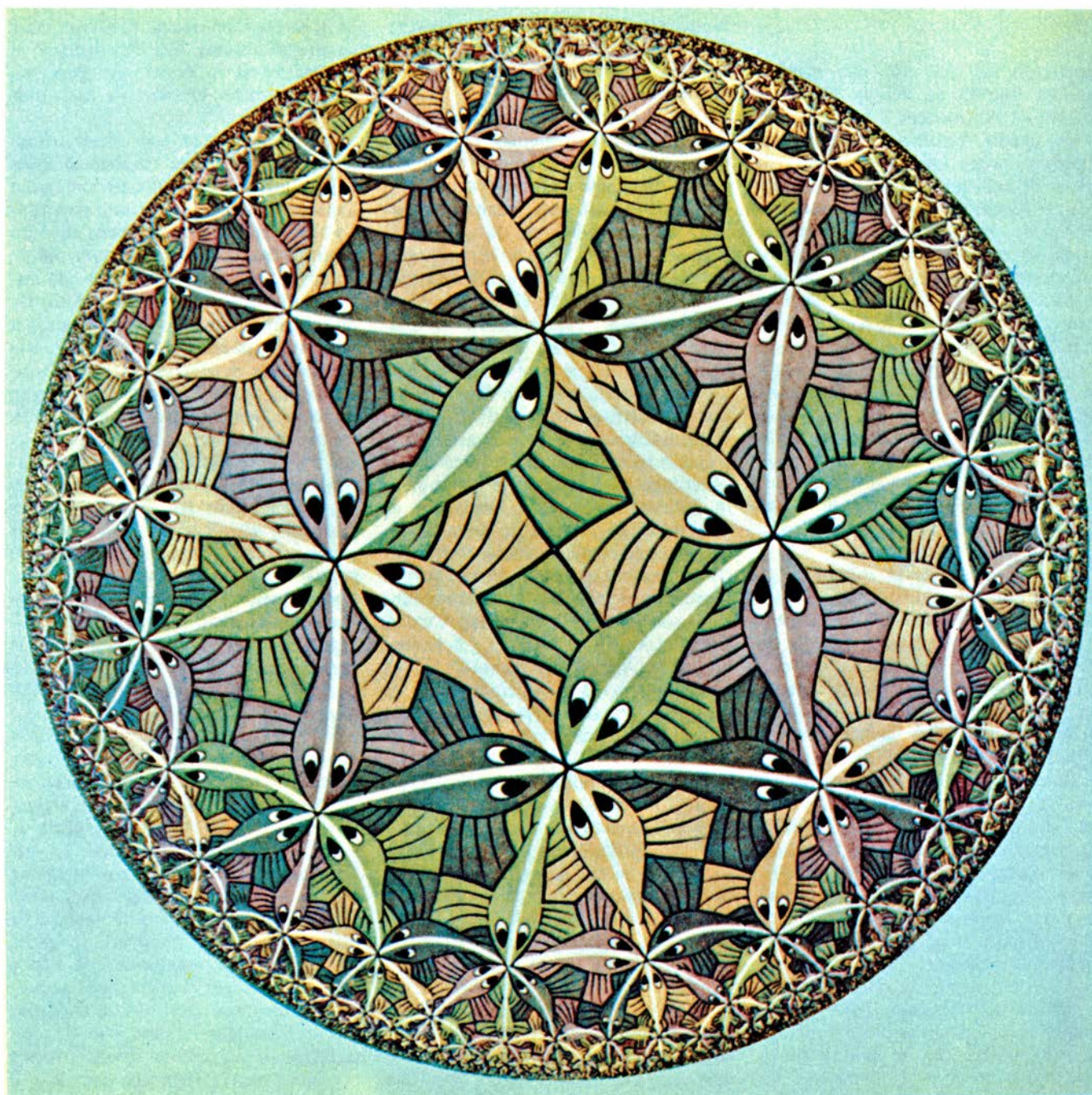
nas clásica se tenía a los beocios por singularmente estúpidos.)

Anonadado por la carta de Gauss, János llegó incluso a sospechar que su padre hubiera podido revelar al alemán su formidable descubrimiento. Cuando más tarde supo que el trabajo de Lobachevski había salido a la luz antes que el suyo, János perdió interés por el tema y no publicó nada más. “La naturaleza de la auténtica verdad no puede ser sino una, y la misma en Marcos-Vasarhely que en Kamchatka o en la Luna”, escribió, resignado a haber publicado demasiado tarde para alcan-

zar el honor que tan apasionadamente había ansiado.

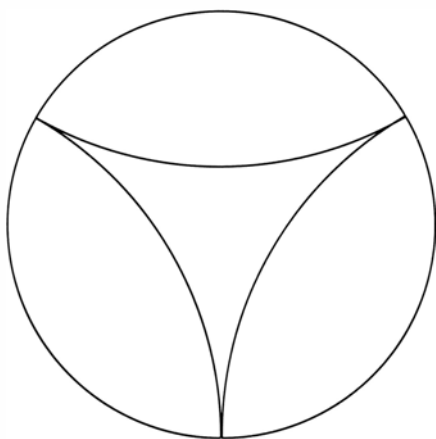
En ciertos aspectos, la historia del jesuita italiano Girolamo Saccheri es más triste aún que la de Bolyai. En fecha tan temprana como 1733, en un libro escrito en latín, *Euclides ab omni naevo vindicatus* (Euclides libre de todo desdoro), Saccheri llegó a construir efectivamente ambos tipos de geometría euclídea (hablaremos más adelante del segundo tipo) ¡sin darse cuenta! O al menos, así parece. En todo caso, Saccheri se negó a aceptar que ninguna de estas geometrías estuviera libre de con-

tradiciones, si bien anduvo tan cerca de darlas por válidas que algunos historiadores opinan que si Saccheri hizo creer lo contrario fue para que se autorizase la publicación de su obra. Así, Eric Temple Bell, en un capítulo dedicado a Saccheri en *The Magic of Numbers* escribe: “Proclamar que un sistema no-euclídeo pudiera ser tan verdadero como el de Euclides hubiera sido una invitación temeraria a ser reprendido y llamado a capítulo. Por ello, el Copérnico de la geometría se valió de un subterfugio: corriendo un riesgo calculado, Saccheri denunció su propia obra,



*El Circle Limit III, de M.C. Escher, es una teselación inspirada en un modelo euclideo del plano hiperbólico*





*El máximo triángulo del plano hiperbólico*

esperando así que con esta mentira piadosa lograra su herejía burlar la barrera de los censores.”

No puedo resistirme a referir dos anécdotas sobre los Bolyai. János era oficial de caballería (para él, las matemáticas fueron puro recreo), renombrado por su destreza con la espada, su habilidad con el violín y su fogoso temperamento. Se cuenta que en una ocasión desafió en duelo a 13 oficiales, con la condición de que tras cada victoria se le permitiera tocar para el vencido una pieza al violín. Del mayor de los Bolyai se recuerda que, a petición propia, fue enterrado bajo un manzano, sin túmulo ni monumento, en recuerdo de las tres manzanas más célebres de la historia: la de Eva, la que Paris dio a Venus en el mitológico concurso de belleza y la manzana que, con su caída, inspiró a Isaac Newton.

Antes de finalizar el siglo XIX ya había quedado en claro que el postulado de las paralelas, además de independiente de los restantes axiomas de Euclides, podía modificarse en dos sentidos contrarios. Si, como habían propuesto Gauss, Bolyai y Lobachevski, se admitía que por el punto pasa una infinidad de rectas “ultraparalelas”, el resultado era una nueva geometría, tan elegante y verdadera como la de Euclides. Todos los demás postulados de la geometría euclídea siguen en vigor; las líneas “rectas” siguen siendo geodésicas, es decir, las más cortas que conectan pares de puntos. En esta geometría hiperbólica, la suma de ángulos de un triángulo es siempre menor que 180 grados, y esta suma disminuye al crecer el tamaño del triángulo. Todo par de polígonos semejantes es congruente. En toda circunferencia, el perímetro es mayor que  $\pi$  veces el diámetro. La medida de curvatura del plano hiperbólico

es negativa (en contraste con el plano euclídeo, que tiene curvatura nula) y posee en todos los puntos idéntico valor. Y lo mismo que la geometría euclídea, la hiperbólica puede generalizarse para tres dimensiones o cualquier número mayor de ellas.

El segundo tipo de geometrías no-euclídeas, que Klein llamó “elípticas”, fue desarrollado más tardíamente por el matemático alemán Georg Friedrich Bernhard Riemann y el suizo Ludwig Schläfli. En ellas, el postulado de unicidad se sustituye por la hipótesis de que por el punto *no* pasa ninguna recta paralela a la dada. En esta geometría, la suma angular de los triángulos es siempre mayor de 180 grados, y la circunferencia de un círculo, siempre menor que  $\pi$  veces su diámetro. Todas las geodésicas son de longitud finita y, además, cerradas. Las líneas de cada par de geodésicas se cortan.

Para demostrar que las dos nuevas geometrías eran coherentes (es decir, no dan lugar a contradicciones) se buscaron y descubrieron diversos modelos euclídeos de cada una, probándose así que, de ser coherente la geometría euclídea, también lo serían las otras dos. Además, la geometría euclídea ha sido “aritmética” y con ello se ha podido establecer que, si la aritmética no contiene contradicciones, también la geometría euclídea se verá libre de ellas. Sabemos ahora, gracias a Kurt Gödel, que la coherencia de la aritmética no es demostrable en el seno de la aritmética, y que, si bien existen demostraciones de coherencia de la aritmética (entre ellas, la famosa de Gerhard Gentzen, que data de 1936), todavía no se ha descubierto ninguna que pueda ser considerada enteramente constructiva por la escuela intuicionista [véase “Matemática constructivista”, por Allan Calder, INVESTIGACIÓN Y CIENCIA, diciembre de 1979]. Alguien ha dicho que Dios existe, puesto que la matemática es coherente, y que el demonio también, porque no somos capaces de demostrarlo.

Tal vez el demonio no haya quedado eliminado por las diversas meta-demostraciones de coherencia de la aritmética pero, como dice Paul C. Rosenbloom, sin duda éstas han reducido el infierno a tamaño prácticamente nulo. En cualquier caso, ningún matemático teme hoy que la aritmética llegue a presentar contradicciones (y por consiguiente tampoco las geometrías, sean o no euclídeas). Curiosamente, uno de los últimos matemáticos que mantuvo reservas con respecto a las geometrías no euclídeas fue Lewis Carroll. “Es una extraña paradoja”, ha escrito H.S.M.

Coxeter, “que él, cuya Alicia podía cambiar de tamaño en el país de las maravillas comiéndose un pastelillo, encontrara imposible aceptar que el área de un triángulo se conserve acotada mientras sus lados tienden a infinito”.

Podemos hacernos idea de lo que estaba pensando Coxeter al tiempo de escribir esas líneas estudiando el *Circle Limit III* de M.C. Escher. Este grabado en madera (una de las raras obras policromas de Escher) es una teselación inspirada en un modelo euclídeo del plano hiperbólico, modelo que fue ideado por Henri Poincaré. En el ingenioso modelo de Poincaré, cada punto del plano euclídeo se encuentra en correspondencia con un punto situado en el interior del círculo (pero no sobre su circunferencia). Del otro lado de la circunferencia lo único que existe es, como ha dicho Escher, “la nada más absoluta”.

Imaginemos que este modelo está poblado por seres bidimensionales —los planilandeses—. Conforme vayan alejándose del centro nos irán pareciendo más y más pequeños; pero ellos no podrían detectar la contracción de su entorno, porque sus sentidos y sus instrumentos de medida se van contrayendo en proporción idéntica. Si llegasen a la frontera, su tamaño sería nulo; mas la frontera les es inaccesible. Cuando se dirigieran hacia ella con movimiento uniforme, nosotros los veríamos decelerar progresivamente, aunque a los viajeros les parecería que su velocidad es constante. Por consiguiente, su universo, que nosotros percibimos finito, es para los planilandeses infinito. Los rayos de luz del mundo hiperbólico se propagan (supuesto el medio isótropo) según líneas geodésicas, pero como (para nosotros) su velocidad es proporcional a la distancia a la frontera, los veremos describir arcos de circunferencia que al aproximarse al perímetro del disco tienden a cortarlo en ángulo recto.

En este mundo hiperbólico, las áreas de los triángulos no pueden rebasar cierto valor finito, máximo, como se muestra en la ilustración de esta página, y ello a pesar de que las longitudes de sus lados tiendan a infinito (y sus ángulos, a cero). No debemos imaginar que el mosaico de Escher haya sido trazado sobre una esfera. Es un círculo que encierra una infinidad de peces —una “captura milagrosa”, la llama Coxeter— progresivamente más pequeños conforme se acercan a la circunferencia. En el plano hiperbólico, del que la figura es tan sólo un modelo, todos los peces tienen idénticos tamaños y formas iguales. Es importante recordar



que las criaturas del mundo hiperbólico no cambian de forma al ir de unos lugares a otros, que la velocidad de la luz sería constante y que el universo sería infinito en todas direcciones.

Aunque mucha gente lo haya creído así, las líneas blancas y curvadas del grabado de Escher no son modelos de geodésicas hiperbólicas. No, esas líneas son las llamadas líneas equidistantes, o hiperciclos. Cada línea tiene distancia perpendicular constante (medida hiperbólicamente) desde la línea recta hiperbólica que une los extremos del arco. Observemos que a lo largo de cada línea blanca los peces de igual color nadan cabeza con cola. Si nos fijamos en todos los puntos donde concurren cuatro aletas, veremos que son los vértices de una teselación regular del plano euclídeo. Las losetas son triángulos equiláteros, cuyos ángulos miden 45 grados. Los centros de los triángulos son los puntos de encuentro de tres aletas izquierdas, o donde tres bocas tocan otras tres colas. Al ser los ángulos de 45 grados resulta posible que cada vértice esté rodeado por ocho triángulos, mientras que al teselar el plano euclídeo con triángulos equiláteros cada vértice de la pavimentación está rodeado solamente por seis triángulos.

Escher y Coxeter se han mantenido en contacto desde su primer encuentro, en 1954. Las ilustraciones de un artículo sobre simetrías cristalinas, escrito por Coxeter y que éste le remitió, despertaron el interés de Escher por las teselaciones hiperbólicas. En un precioso artículo titulado "The Non-Euclidean Symmetry of Escher's Picture 'Circle Limit III'" (Leonardo, vol. 12, págs. 19- 25; 1979) Coxeter demuestra que cada arco blanco forma con la frontera un ángulo cercano a 80 grados. (La diferencia exacta es de  $2^{7/4} + 2^{5/4}$  segundos de arco.) Coxeter opina que *Circle Limit III* es, de toda la producción gráfica de Escher, la de más alto nivel matemático. En ella, se llega incluso a anticipar una propiedad que Coxeter sólo lograría descubrir cinco años después de la terminación del grabado.

La superficie de una esfera nos da un modelo aproximado de la geometría elíptica. En ella, el papel de las rectas euclídeas lo desempeñan los círculos máximos de la esfera. Es evidente que ningún par de ellos podrá ser paralelo, y tampoco cuesta comprender que los ángulos de un triángulo esférico cuyos lados sean arcos de círculo máximo habrán de sumar más de dos rectos. Por otra parte, el plano hiperbólico admite también otro modelo análogo a éste: una superficie llamada "pseudo-esfe-

ra", que en cada punto se encuentra alabeada como una silla de montar, y que se engendra girando una tractriz en torno a su asíntota.

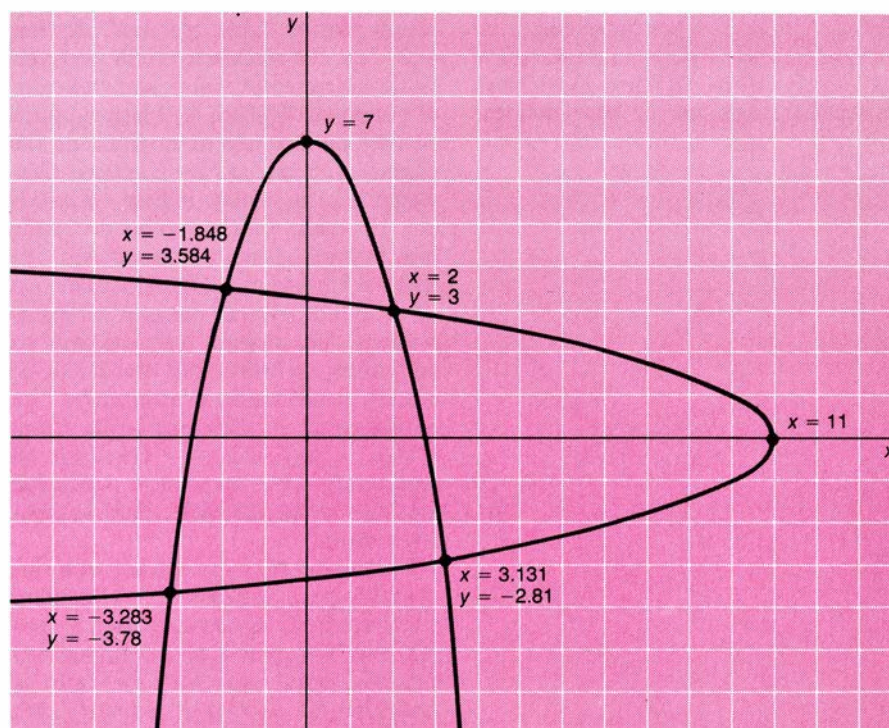
Indudablemente, es injusto tachar de chiflados a los matemáticos que, despitándose, creyeron haber demostrado el postulado de las paralelas antes de probarse su independencia respecto de los restantes axiomas. Pero no puede decirse otro tanto de ciertos *amateurs* de fechas más cercanas, incapaces de comprender las demostraciones de independencia o, sencillamente, demasiado engreídos para molestarse en intentarlo. Augustus de Morgan, en *A Budget of Paradoxes*, clásico compendio de excentricidades matemáticas, nos presenta al más infatigable y pertinaz entre los ingleses que se hayan empeñado en demostrar el postulado, a saber, el general Perronet Thompson. Thompson estuvo publicando regularmente versiones revisadas de sus muchas demostraciones (una de ellas basada en la espiral isogonal), y pese a los esfuerzos de Morgan por disuadirle de su inútil empeño, de nada valieron éstos. Thompson pretendía también sustituir la escala temperada del piano por otra donde cada octava estuviera dividida en 40 notas.

De todos los "paralelistas" americanos, ninguno más curioso que el Muy Reverendo Jeremiah Joseph Callahan, presidente de la Universidad Duquesne de Pittsburgh. En 1931, al anunciar el

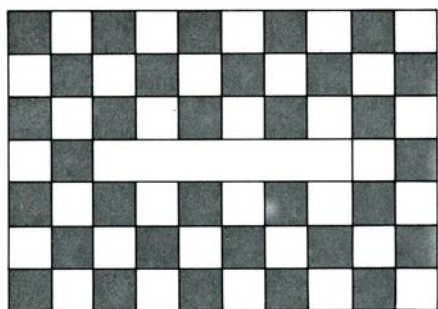
Padre Callahan haber logrado la trisección de ángulos con regla y compás, la revista *Time* le dedicó un sobrio comentario, acompañado de la fotografía del autor. Al año siguiente, Callahan publicó su obra máxima, *Euclid or Einstein: A Proof of the Parallel Theory and a Critique of Metageometry* (Devon-Adair, 1932), tratado de 310 páginas donde escala las más altas cimas del *argumentum ad hominem*. Einstein está "ebrio" y "no tiene mentalidad lógica"; se encuentra sumido en "nieblas mentales" y es "pensador descuidado". "Su vacilante pensamiento va haciendo eses y dando trompicones, hasta que, al final, cae; es como un ciego que camina apresurado por terreno desconocido". "A veces nos sentimos tentados de echarnos a reír", escribe Callahan, "y a veces nos produce irritación... Aunque esperar que Einstein se avenga a la razón es perder el tiempo".

Lo que tanto irritaba a Callahan era que Einstein se hubiera servido de una geometría no-euclídea generalizada, ideada por Riemann, en la cual la curvatura del espacio físico varía de unos puntos a otros a causa de la influencia de la materia. Una de las grandes revoluciones que trajo consigo la teoría de relatividad fue el descubrimiento de que podía lograrse una enorme simplificación global de la física suponiendo que el espacio físico tenga este tipo de estructura no euclídea.

El reconocimiento de que todos los



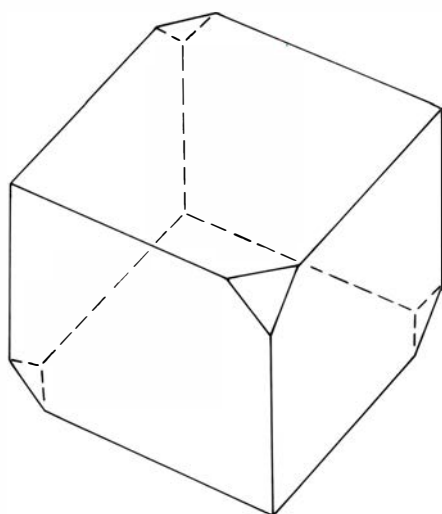
Solución del problema 7-11



Nuevo problema  
de disección de un ajedrezado

sistemas geométricos son igualmente “verdaderos” en sentido matemático, abstracto, y que la estructura del espacio físico tiene que determinarse empíricamente es hoy lugar común, aceptado por todos. (No dejo de pensar con malicioso placer cuán atónito hubiese quedado Kant ante semejante idea.) El propio Gauss pensó en realizar la triangulación de tres picos montañosos y comprobar si los ángulos del triángulo sumaban dos rectos. Se cuenta que Gauss llegó efectivamente a realizar la prueba, con resultados dudosos. Y aunque los experimentos podrían demostrar que el espacio físico no es euclídeo, es curioso que ninguno podrá demostrar que sí lo es. La curvatura nula de los espacios euclídeos es un caso límite, que separa los espacios de tipo elíptico (curvatura positiva) de los de tipo hiperbólico (curvatura negativa), y como toda medida está sujeta a error, siempre cabría la posibilidad de que la desviación respecto de cero fuese demasiado pequeña para ser detectada.

Poincaré sostuvo la opinión de que si los experimentos ópticos mostraban que el espacio físico no era euclídeo,



Cubo truncado  
capaz de imponer seis colores

más valía conservar la geometría euclídea, por su mayor sencillez, y admitir que los rayos luminosos no describen líneas geodésicas. Muchos físicos y matemáticos, Russell entre ellos, estuvieron de acuerdo con Poincaré... hasta la llegada de la teoría de relatividad, que les obligó a cambiar de idea. Entre los pocos que nunca dieron su brazo a torcer citaremos a Alfred North Whitehead, quien llegó incluso a escribir un libro sobre relatividad donde defendía la conveniencia de suponer que el universo es euclídeo (o al menos, de curvatura constante) y modificar oportunamente las leyes físicas cuando fuera necesario. (Puede verse un análisis de la controversia entre Whitehead y Einstein en *Whitehead's Philosophy of Science*, de Robert M. Palter, University of Chicago Press, 1960.)

A los físicos ya no les molesta la idea de que el espacio físico tenga estructura no euclídea generalizada. Callahan no sólo estaba molesto; tenía el convencimiento de que todas las geometrías no euclídeas entraban en contradicción interna. El pobre Einstein no sabía cuán fácilmente podemos demostrar el postulado de las paralelas. Si el lector siente curiosidad por el trabajo de Callahan y quiere conocer el elemental error que cometió, puede consultar el artículo de D.R. Ward en *The Mathematical Gazette* (vol. 17 págs. 101-104; mayo de 1933).

La raza de los paralelistas —no menos que la de sus parientes los “cuadra-círculos”, “tri-seca-gonos” o los descubridores de sencillas demostraciones para el “gran teorema” de Fermat —es tan resistente como pertinaz. Entre sus recientes especímenes tenemos al muniqué William L. Fischer, quien en 1959 publicó una monografía de 100 páginas, *Critique of Non-Euclidean Geometry*. En la revista inglesa *Manifold* (n.º 12, págs. 14-21; verano de 1972), Ian Stewart pone de manifiesto sus errores. Stewart cita allí párrafos de una carta, donde Fischer acusa a los matemáticos “del sistema” de suprimir su gran obra y, a las revistas ortodoxas, de negarse a publicarlo o recensarlo: “La biblioteca de la Universidad de Cambridge se negó incluso a catalogar mi monografía entre sus fondos.... tuve que escribirle al Vicecanciller para superar este boicot.”

Evidentemente, no existen criterios taxativos para distinguir la originalidad matemática de la necedad pura y simple, pero si vamos a eso, tampoco hay criterios inequívocos para distinguir la noche del día, lo vivo de lo inerte, para saber dónde termina el océano y dónde comienza la orilla. De no disponer de

palabras para describir porciones de un continuo no podríamos ni pensar ni hablar. Y si usted, querido lector, tiene un método para demostrar el postulado de las paralelas, ¡por favor, a mí no me lo cuente!

El primer problema del pasado octubre pedía valerse de parábolas para hallar expeditivamente el número de soluciones enteras de un sistema de ecuaciones:  $x^2 + y = 7$ ;  $x + y^2 = 11$ . Cada ecuación se traduce gráficamente en una parábola; las dos parábolas correspondientes se cortan en cuatro puntos [véase la ilustración de la página 125]. Por consiguiente, el sistema tiene solamente cuatro soluciones, una de ellas entera ( $x=2$ ;  $y=3$ ). Incluso si la representación gráfica es imprecisa, para demostrar que ninguna de las restantes soluciones tiene coordenadas enteras basta ensayar los números indicados por los nudos de la cuadrícula cercanos a las intersecciones. Las raíces del sistema, todas irracionales, tienen los valores aproximados que vemos en la ilustración.

En el segundo problema, original de Ronald L. Graham, se pedía situar infinitos discos idénticos de diámetro menor que 1 —por ejemplo,  $1/10$ — de forma que ningún par de puntos tomados de los discos se encontrasen separados por número entero de unidades de distancia. Una solución consiste en situarlos sobre una parábola de la forma  $y=x^2$ , con sus centros en los puntos  $(1,1)$ ,  $(3,9)$ ,  $(9,81)$ , ...,  $(3^k, 3^{2k})$ ... No dispongo de espacio para presentar la demostración, todavía inédita, de Graham, así que de mala gana tengo que dejársela como ejercicio a los lectores interesados.

Uno de los problemas breves de la sección de junio pedía descoser una colcha de retales (“patchwork”), de tamaño 9 por 12 que tenía una zona central rectangular de  $1 \times 8$  deteriorada, en dos piezas, de forma que recosidas éstas se tuviera una colcha de 10 por 10. Eric Stott me escribió diciendo que si la colcha deteriorada estuviera formada por cuadros blancos y negros, en ajedrezado, al recoser la colcha como se explicaba, el ajedrezado se destruye. ¿En cuántas piezas, pregunta Eric, es necesario cortar el original para que la colcha cuadrada resultante respete el escaqueado?

La cuestión resultó interesante. Hay centenares de soluciones con cuatro piezas; finalmente, di con una (que sospecho es básicamente única) formada por sólo tres. Esta solución puede generalizarse a todos los cuadrados de lado par, y con ligeras modificaciones,





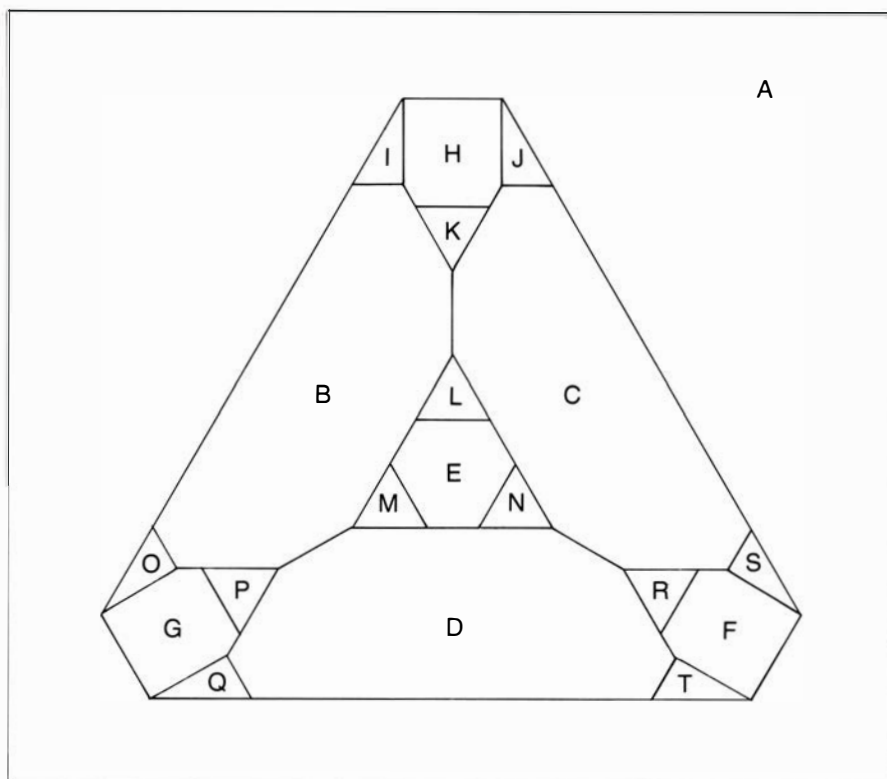
también a los de lado impar. Sea  $n$  (mayor que 2) el lado del cuadrado, y supongamos que el rectángulo mida  $(n-1) \times (n+2)$ , con un agujero central de  $1 \times (n-2)$  paralelo al lado mayor del rectángulo y todo lo centrado que sea posible.

Presento aquí el nuevo problema, con  $n=8$ . ¿Sabrá el lector cortar el rectángulo mutilado que vemos en la ilustración superior de la página 126 a lo largo de líneas del retículo, y descomponerlo en tres piezas que, ensambladas, reconstruyan un tablero de ajedrez perfecto? Es lícito girar las piezas, y también volverlas del revés. En mi próximo artículo daré la solución.

El juego de coloreado de Steven J. Brams, también publicado en junio, ha llevado a Robert High, matemático de *Informatics Inc.*, de Nueva York, a ciertos insólitos resultados. Llamemos Min al primer jugador (que busca hacer mínimo el número de colores) y Max al segundo (quien se propone lo contrario). He mostrado ya un mapa de seis regiones con el cual Max puede obligar a emplear cinco colores. High encontró que una proyección del cubo da una solución de seis regiones más sencilla donde se consigue lo mismo. La estrategia de Max consiste ahora en ir, simplemente, pintando con un nuevo color la cara opuesta a la última coloreada por Min.

El mapa que conseguía imponer el uso de seis colores, publicado en el número de agosto de la revista, era proyección del esqueleto de un dodecaedro. High descubrió que truncando cuatro vértices de un cubo, y sustituyéndolos por caras triangulares, como vemos en la ilustración inferior de la página 126, una proyección dará un mapa que con sólo 10 regiones permite a Max obligar a su contrario a servirse de seis colores. La estrategia de coloreado es ahora un poco menos elegante que la explicada para el mapa de 12 regiones (proyección de un dodecaedro) y un poco más compleja de lo admisible aquí.

La máxima sorpresa fue que High descubrió un mapa de 20 regiones ¡donde Max puede imponer siete colores! Imaginemos truncados a caras triangulares los vértices de un tetraedro, y los nuevos vértices, truncados otra vez de igual manera. La ilustración inferior muestra una proyección planar del esqueleto del poliedro resultante. La estrategia es ahora más complicada que la del mapa de 10 regiones; de todas formas, High envió un "árbol" del desarrollo del juego que demuestra su afirmación. High ha conjeturado que ningún mapa planar permite que Max imponga más de siete colores, naturalmente, sin demostración. Es incluso posible que el número de colores no admita cota superior.



Mapa de veinte regiones que impone siete colores



# Taller y laboratorio

## *El vuelo de la sámara: semilla alada de arces, fresnos y otros árboles*

Jearl Walker

Las semillas aladas, que tan graciosamente caen al suelo, girando sobre sí mismas, de fresnos, olmos y arces se llaman sámaras. Observándolas pudiera suscitarse nuestra curiosidad acerca de la aerodinámica de su vuelo, cuestión ésta no tan sencilla como pueda quizá parecer.

El primer estudio detallado de la aerodinámica de las sámaras de ala simple, como son las de arce, lo efectuó R. Åke Norberg, de la Universidad de Göteborg, a comienzos de los años setenta. Trabajos posteriores los llevaron a cabo Charles W. McCutchen, del Instituto Nacional de Artritis, Metabolismo y Enfermedades Digestivas, y F.M. Burrows, de la Universidad de Gales del Norte. Empezaré por las investigaciones de Norberg, quien aplicó a las sámaras la aerodinámica del helicóptero; al final haré una referencia breve a los trabajos de McCutchen acerca de otros tipos de sámaras.

Sobre nuestro tema, Norberg formuló dos hipótesis. Una es que la sámara es un ala plana. La otra, que la masa de dicha ala puede suponerse distribuida a lo largo del eje mayor que va desde la semilla hasta la punta del ala.

Pese a la acción de la gravedad, una sámara de arce giratoria no se acelera hacia abajo, porque el aire en cuyo seno desciende ejerce sobre ella una fuerza aerodinámica. Para explicar sencillamente esa fuerza puede contemplarse la sámara como si girase en torno a su centro de masa, situado en un eje vertical. (De hecho, el centro de rotación está levemente desplazado del centro de masa.) Esencialmente, el ala permanece horizontal y genera un disco en cuyo interior el flujo de aire es uniforme. El vuelo puede imaginarse adoptando uno cualquiera de los dos puntos de vista siguientes: el habitual de un observador que contemple la caída de la semilla, o el de un observador imaginario que cayese acompañándola.

Bajo el primer punto de vista, la sámara desciende por una columna de aire encalmado. Las capas de aire de esa columna se aceleran cuando la sámara las atraviesa, de modo que la columna de aire que va quedando por encima de

la sámara acaba con una velocidad final descendente inferior a la de descenso de la sámara. Así, el aire contenido en la columna refleja el efecto de una fuerza dirigida hacia abajo, dado que sufre una aceleración que lo lleva, desde la inmovilidad, a un movimiento descendente. Correspondientemente, la fuerza de reacción sobre la sámara se dirigirá hacia arriba.

Desde el punto de vista de un observador que cayese con la sámara, la columna de aire situada bajo la misma se movería hacia arriba con una celeridad igual a la verdadera velocidad de descenso de la sámara. Entonces, todas las capas de aire se acelerarían hacia abajo al atravesar el disco generado por la rotación del ala y, tras la aceleración, las capas de aire se moverían hacia arriba a menor velocidad. De ese modo, las capas reflejan el efecto de una fuerza dirigida hacia abajo, que decrece con el ascenso de las capas. Correspondientemente, la fuerza de reacción sobre la sámara estará dirigida hacia arriba. En ambos casos, la sámara resulta afectada por una fuerza ascendente.

Tal fuerza aerodinámica contrarresta el peso de la sámara, impidiendo que ésta se acelere hacia abajo. Para el observador situado en tierra, la sámara se mueve hacia abajo a celeridad constante; para un observador que cayese con la sámara, la columna de aire ascendente se acerca a una celeridad igual a la verdadera velocidad de descenso de la sámara. La velocidad de descenso es proporcional a la raíz cuadrada de un cociente llamado carga sobre el disco (expresión tomada de la aerodinámica de helicópteros), y que es igual al peso de la sámara dividido por la superficie del disco generado por el ala durante una vuelta completa en torno al eje vertical de caída.

Distintas sámaras de arce descienden a velocidades distintas, porque no tienen todas la misma carga sobre el disco. Una razón evidente para que la carga sobre el disco no sea la misma es que el tamaño y el peso de las distintas sámaras no son los mismos. Una razón menos evidente es que una sámara, al girar, no tiene en realidad el ala en

posición horizontal; el ángulo que forma el ala con la horizontal difiere de una sámara a otra. Algunas semillas descienden con el ala casi horizontal; en otras, el ala se inclina hacia arriba formando un ángulo de 45 grados, o más, con la horizontal. La carga sobre el disco es mayor para una sámara inclinada que para otra que esté más horizontal, y la primera caerá más de prisa.

El análisis de la fuerza aerodinámica actuante sobre una sámara de arce con el ala inclinada resulta difícil desde el punto de vista de un observador situado en tierra, por lo que adoptaremos el punto de vista del observador solidario de la sámara. La situación se representa en la ilustración de la página 134; en ella, el movimiento relativo del aire que pasa junto al ala es ascendente y dirigido hacia el borde de salida del ala, que es más fino. Tal movimiento genera la fuerza aerodinámica necesaria para contrarrestar el peso de la sámara.

Para estudiar la fuerza actuante sobre el ala desde el punto de vista del observador móvil se necesitan varios datos. El eje vertical en torno al cual gira realmente la sámara es el eje de rotación, del que voy a suponer que pasa por el centro de masa del conjunto de la sámara, situado cerca del extremo que contiene la semilla. La envergadura del ala es el eje mayor que va desde la semilla hasta la punta externa del ala. La cuerda es un eje más corto, comprendido entre el borde de ataque y el borde de salida del ala, y es perpendicular a la envergadura; en otras palabras, la cuerda mide el ancho del ala en cada sección de ésta, ancho que se conoce con el nombre de profundidad. El ángulo que forma la envergadura con la horizontal se denomina ángulo de conicidad.

La fuerza aerodinámica puede calcularse suponiendo el ala dividida en franjas estrechas que vayan desde el borde de ataque al de salida. La fuerza sobre cada franja se calcula multiplicando la superficie de ésta por el cuadrado de la velocidad del aire que se mueve junto a ella. Entonces, la fuerza total sobre el ala será la suma de las fuerzas que actúan sobre todas las franjas.

El movimiento del aire que se desplaza junto al ala puede separarse en dos componentes, una perpendicular a la envergadura y otra paralela a ella; de éstas, sólo la perpendicular contribuye a la fuerza aerodinámica sustentadora. Más difícil es saber qué pasa con el aire que se mueve paralelamente a la cuerda, del borde de ataque al de salida, o sea, en profundidad, porque su velocidad depende de la distancia entre el eje de rotación y la franja considerada. Así, el aire que se mueve a lo largo de una franja cercana al eje de rotación tiene





*Caidas de sámaras de arce fotografiadas con destellos reiterados*

una velocidad relativamente baja, mientras que el aire que se mueve a lo largo de una franja más alejada del eje tiene una velocidad mayor. Para esclarecer el efecto del aire que se mueve en profundidad me limitaré a una sola franja ubicada en el centro del ala.

El aire que se mueve junto a la franja en cuestión se desplaza verticalmente y hacia atrás. Del movimiento vertical sólo interesa la componente perpendicular al ala. El vector de velocidad neta o total se encuentra sobre una recta cuya dirección está comprendida entre la perpendicular al ala y la cuerda correspondiente a la franja.

Si la contribución de la componente vertical del movimiento del aire es comparativamente grande (cuando la sámara desciende a buena velocidad), la velocidad total es un vector casi vertical; si, por el contrario, dicha contribución es relativamente pequeña, el vector tiende a estar casi paralelo a la cuerda. Entre ambas posibilidades existe un sutil cambio de posición del vector que es crítico para cierto aspecto de la estabilidad de la sámara en su descenso.

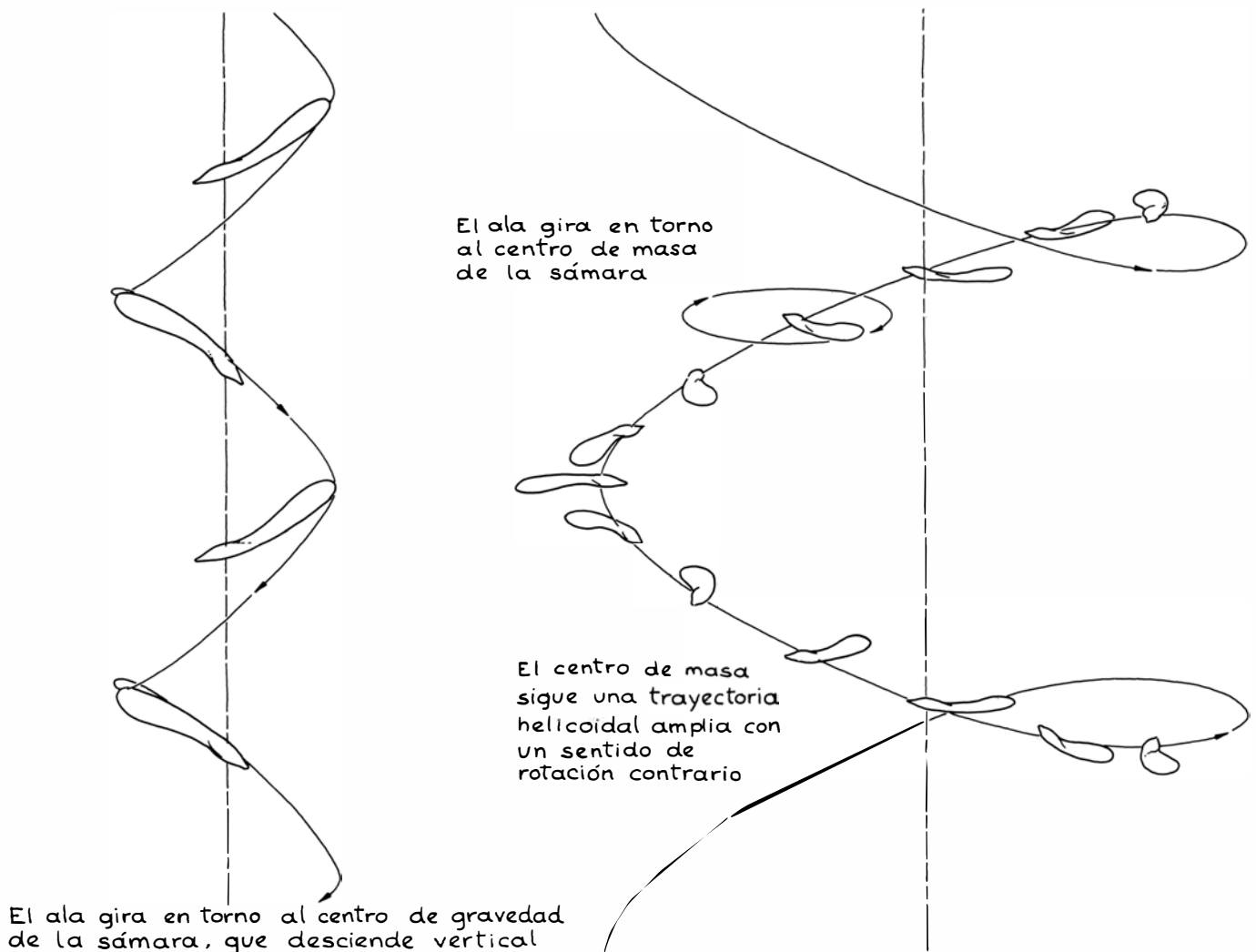
El módulo del vector velocidad total

determina la intensidad de la fuerza aerodinámica sobre la franja. La mayor parte de la fuerza que actúa sobre el conjunto del ala se origina en las franjas situadas en las zonas más externas del ala. Elló se debe a que, en dichas zonas, las cuerdas son más largas y, por tanto, las franjas tienen mayor superficie. Por otra parte, la velocidad relativa neta del aire es mayor porque mayor es la velocidad del aire que se mueve en profundidad. De aquí que una sámara correctamente constituida haya de ser poco profunda en las proximidades de la semilla, donde la fuerza aerodinámica disponible es escasa, pero más ancha hacia el exterior.

La fuerza aerodinámica total que actúa sobre el ala es perpendicular a ésta y, además, yace en un plano vertical que pasa por la envergadura. La componente vertical de esa fuerza contrarresta el peso de la sámara. Si se lanza al aire una sámara de arce, ésta debe corregir la orientación del ala de modo que la componente vertical de la fuerza aerodinámica iguale a su peso. Impresiona descubrir que una sámara descendente se ajusta a ello automáticamente.

En cuanto una sámara consigue la orientación correcta debe contrarrestar rápidamente las perturbaciones fortuitas producidas por la brisa. La mayoría de las sámaras son intrínsecamente estables en lo que respecta a cuatro parámetros: el ángulo de ataque del ala, el ángulo de conicidad, la inclinación sobre la horizontal del círculo descrito por la punta y la posibilidad de movimiento lateral.

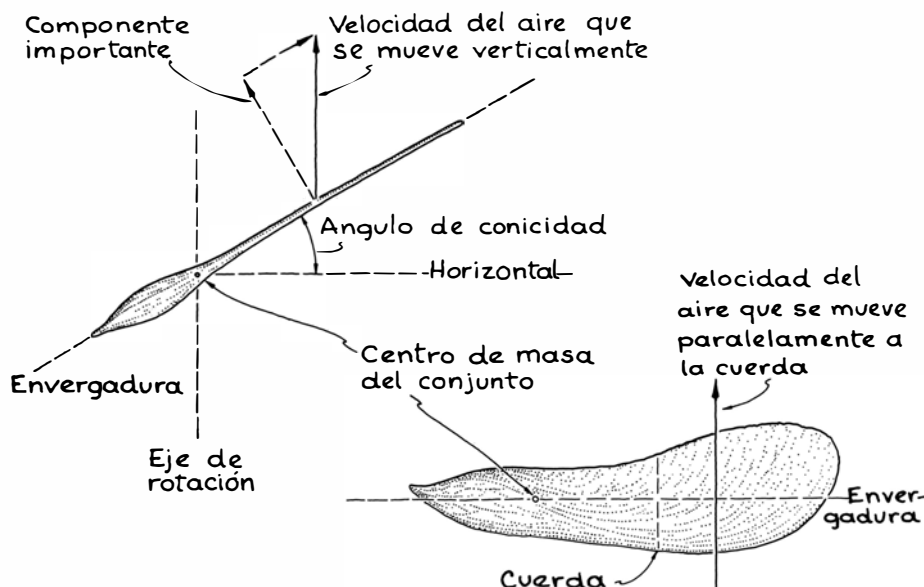
El ángulo que forman la cuerda y el vector velocidad relativa del aire se llama ángulo de ataque. En la ilustración inferior de la página 136 se representa la sección transversal de un ala de sámara, aproximadamente hacia la mitad de su envergadura. La fuerza aerodinámica resultante que actúa sobre dicha sección se representa mediante un vector que pasa por un punto llamado centro de presión. Este vector representa la acción resultante de las fuerzas aerodinámicas que actúan en cada una de las pequeñas porciones en que pudiera suponerse dividida la sección. La posición del centro de presión la determinan la forma de la sección y la dirección del aire.



*Posibles modos de vuelo de una sámara de arce*







*Componentes de la velocidad del aire que actúa sobre una sámara*

En razón de su propio peso, la sección tiene un centro de masa. Pero el peso es insignificante frente a la fuerza centrífuga que actúa sobre la sección. Esta fuerza, consecuencia de la rotación de la sámara, actúa también sobre el centro de masa de la sección.

La orientación de la sección respecto a la velocidad del aire es estable cuando el centro de presión coincide con el centro de masa. Así pues, respecto a la estabilidad, es deseable un cierto ángulo de ataque. Supongamos que, de repente, el ala cambie de posición de tal manera que el centro de presión se traslade hacia el borde de salida del ala. Este encabritamiento da como resultado un ángulo de ataque mayor, lo que origina una fuerza aerodinámica diferente, cuya componente vertical ya no equilibra el peso de la sámara, tal como se requiere para que el vuelo sea estable y prolongado.

Por su propia constitución, las sámaras están preparadas para corregir esa situación y recuperar el ángulo de ataque correcto. La fuerza actuante en el centro de presión crea un momento de giro que hace girar la sección del ala en torno al centro de masa, devolviéndola a su orientación original; así, el centro de presión retorna al centro de masa y la sámara recobra la estabilidad. Algo parecido ocurre cuando la perturbación reduce el ángulo de ataque desde su valor óptimo, desplazando el centro de presión por debajo del centro de masa e imprimiendo al ala una orientación en picado. También ahora la fuerza que pasa por el centro de presión hace que la sección gire en torno al centro de masa hasta que se recupera la orientación correcta.

Según investigaciones acerca del planeo de placas planas, la corrección au-

tomática descrita es posible a condición de que la masa esté distribuida de una cierta forma sobre la profundidad del ala. Si consideramos nuevamente una sección transversal de ésta, resulta que el centro de masa de tal sección debe encontrarse a una distancia del borde de ataque comprendida entre el 27 y el 35 por ciento de la longitud de la cuerda. Además, el centro de masa debe estar retrasado respecto a la posición más avanzada a la que pueda trasladarse el centro de presión; de lo contrario, el ala no se recuperaría de una perturbación que la hiciese picar. Pues bien, la sámara ha evolucionado desarrollándose precisamente con una tal distribución de masa en profundidad: las nervaduras del ala se aprietan hacia el borde de ataque y se despliegan hacia el borde de salida.

Hay otra condición para la estabilidad que está relacionada con el ángulo que forma la horizontal con la trayectoria de planeo del ala. En realidad, la sámara describe una hélice, pero el ángulo en cuestión puede definirse, en cada instante, considerando la tangente a la trayectoria helicoidal. La importancia del ángulo de planeo estriba en que determina la orientación de la fuerza aerodinámica sobre el ala. Para un cierto valor de este ángulo, que entonces se llama ángulo de planeo natural, la fuerza está en un plano vertical que pasa por la envergadura del ala. Si la trayectoria de planeo es muy empinada, la fuerza es un vector inclinado hacia el borde de ataque del ala; si es de pendiente suave, el vector se inclina hacia el borde de salida. Ninguna de tales orientaciones produce un vuelo estable.

Tan pronto inicia su descenso, la sámara debe alcanzar rápidamente el

ángulo de planeo correcto, al objeto de que la fuerza aerodinámica actuante sobre ella se encuentre en un plano vertical, pues únicamente así la componente vertical de dicha fuerza será capaz de contrarrestar el peso de la sámara y dotar a ésta de una velocidad de descenso constante. Si, en los primeros momentos del descenso, la componente vertical de la fuerza es menor que el peso (porque la velocidad del aire sea inferior a lo debido), la sámara deberá corregir consecuentemente su velocidad, o viajará hasta el suelo siguiendo un movimiento ininterrumpidamente acelerado.

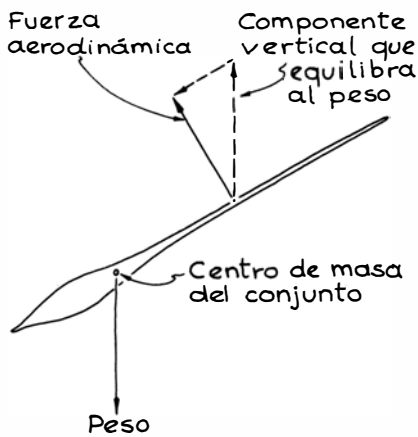
Dicha corrección se efectúa a través de las fases siguientes. Como en el caso considerado la sámara está acelerada hacia abajo, la velocidad del aire es un vector más vertical de lo que debería. El ángulo de ataque es demasiado grande y, para conseguir el ángulo de ataque correcto, el ala de la sámara pica. Entonces, la fuerza aerodinámica cambia de posición, pasando de vertical (que es lo correcto) a inclinada hacia el borde de ataque; esta inclinación de la fuerza impulsa al ala a girar más rápidamente en torno al eje de rotación.

Desde el punto de vista del observador solidario a la sámara, ese incremento de rotación equivale a un incremento de la velocidad del aire que se mueve en profundidad, en dirección al borde de salida. La velocidad total neta del aire (en la que se incluyen el movimiento vertical, dado que la sámara está cayendo, y el paralelo a las cuerdas, o en profundidad, porque la sámara está girando) es un vector inicialmente demasiado vertical. Pero con el aumento de la velocidad en profundidad del aire, el vector se hace menos vertical, con lo que el ángulo de ataque resulta demasiado suave. El ala se encabrita y este movimiento devuelve la fuerza aerodinámica a un plano vertical; la rotación deja de aumentar.

En el proceso de corrección, la sámara ha aumentado su velocidad de caída (porque inicialmente estaba acelerada hacia abajo) y su velocidad de giro (porque la inclinación de la fuerza aerodinámica durante la primera parte de la corrección impulsó al ala en torno al eje de rotación). De aquí que la velocidad del aire con relación al ala sea ahora mayor y la fuerza más intensa, precisamente lo suficiente para que su componente vertical iguale al peso de la sámara. A partir de entonces, la sámara caerá con unas velocidades de descenso y de giro constantes, con el ángulo de ataque correcto y con un ángulo de planeo conveniente.

Si la trayectoria de planeo inicial produce una velocidad relativa del aire excesiva, la componente vertical de la





*Equilibrio de las fuerzas verticales*

fuerza aerodinámica sobrepasa al peso. Entonces la sámara ejecuta una corrección de tipo similar para reducir la fuerza aerodinámica. Cuando la sámara prosigue en su caída, la fuerza en exceso reduce la velocidad de caída. Desde el punto de vista del observador que desciende con la sámara, tal reducción equivale no sólo a una disminución de la velocidad del aire con respecto a él, sino, además, a un cambio de posición del vector velocidad total, de modo que éste se coloca casi paralelo a la cuerda. El ángulo de ataque queda, por tanto, incorrecto, por demasiado suave. El ala se encabrita para recuperar el ángulo de ataque correcto.

Este movimiento hace que la fuerza aerodinámica se incline hacia atrás, en dirección a la parte posterior del ala. Tal inclinación se opone al giro de la sámara, con lo que la velocidad de rotación de ésta comienza a decrecer. Para el observador solidario a la sámara, esta disminución de la velocidad de rotación equivale a una reducción de la velocidad del aire que se mueve en profundidad. Y así también se reduce el

vector representativo de la velocidad relativa del aire, cuya dirección, además, varía, colocándose más vertical. Entonces, el ángulo de ataque queda demasiado inclinado, por lo que la sámara pica al objeto de que se reduzca. Este cambio de posición devuelve la sámara a un plano vertical que pasa por la envergadura, cesando la disminución de la velocidad de rotación.

El resultado final es una reducción en la velocidad de caída (dado que la fuerza aerodinámica, inicialmente grande, frenó la caída) y un giro más lento (porque la fuerza se inclinó hacia atrás durante la primera parte de la corrección). La velocidad relativa del aire es ahora un vector más corto y la fuerza, por tanto, también. Así, la componente vertical de la fuerza aerodinámica iguala al peso de la sámara y, a partir de ese momento, la sámara cae con velocidades de descenso y de rotación constantes y con los ángulos de ataque y de planeo convenientes.

Mediante reacciones similares se neutralizan las perturbaciones fortuitas del ángulo de planeo. Por ejemplo, si de repente la trayectoria de planeo se inclina en exceso, la velocidad relativa total del aire pasa a ser un vector demasiado vertical. Al ser entonces incorrecto el ángulo de ataque, la sámara pica para ordenarlo. La fuerza aerodinámica se inclina hacia adelante, la velocidad de rotación aumenta y, por tanto, el vector velocidad se pone más vertical. También aquí debe corregirse el ángulo de ataque, pero ahora el ala ha de encabritarse para devolver la fuerza al plano vertical. En principio la sámara habría de tener ya los ángulos de ataque y de planeo correctos; mas es probable que sobrepase el ángulo de planeo correcto y deba ajustar sus velocidades de rotación y caída y ángulos de orientación a base de correcciones sucesivas,

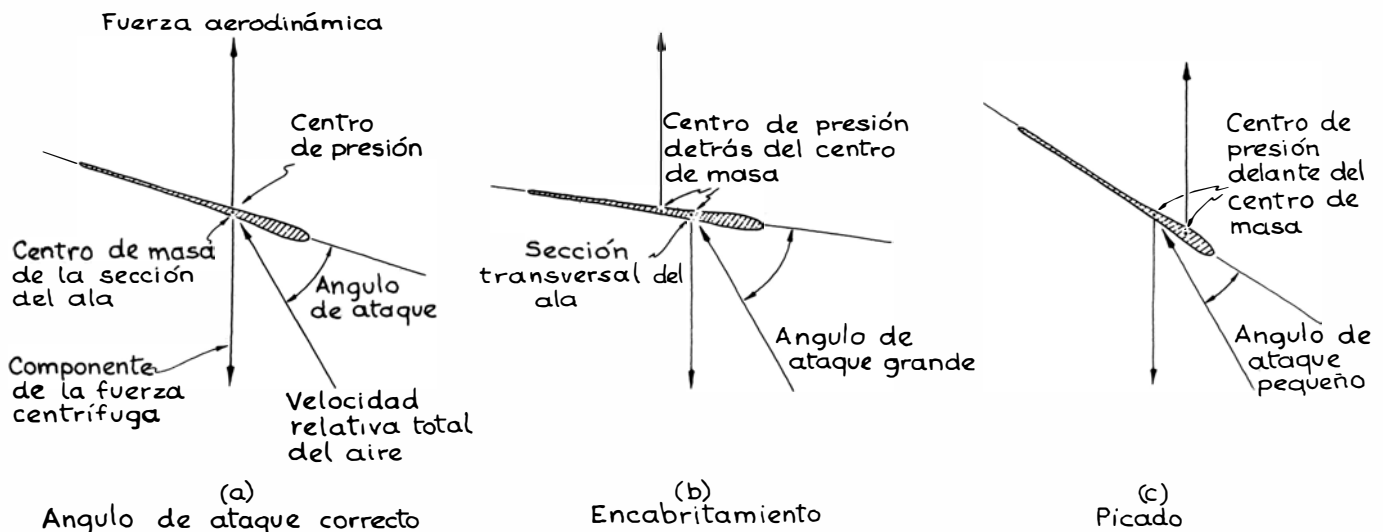
cada vez más pequeñas, antes de que por fin alcance los valores correctos.

El ángulo de conicidad se ajusta automáticamente ante pequeñas perturbaciones. Este ángulo viene determinado por el equilibrio entre dos momentos de giro de distinto origen. Uno de ellos es el resultado de la fuerza centrífuga que actúa sobre las franjas distribuidas a lo largo de la envergadura. Consideremos una franja ubicada aproximadamente en el centro de la envergadura. La fuerza centrífuga se dirige hacia fuera, vista desde el eje alrededor del cual gira la sámara. Entonces, el momento de giro que genera dicha fuerza tiende a hacer que el ala rote en torno a su centro de masa, y disminuya así el ángulo de conicidad. Esta misma fuerza afecta a todas las franjas del ala.

Pero el ala no alcanza la horizontal, pues otro momento de giro, correspondiente a la fuerza aerodinámica actuante en cada franja, tiende a aumentar el ángulo de conicidad. Para un valor óptimo de este ángulo, se equilibran los dos momentos de giro opuestos. Si el ala se ladea para formar un ángulo de conicidad diferente, los momentos de giro la devuelven al ángulo correcto.

En general, el ángulo de conicidad ha de ser poco empuinado, de modo que la sámara esté casi horizontal. La carga sobre el disco será menor (puesto que la sámara genera un disco mayor) y la velocidad de descenso será también menor. Yo dispongo de dos sámaras de arce que tienen aproximadamente el mismo peso y el mismo aspecto general, si bien descienden bajo ángulos de conicidad diferentes; la de ángulo de conicidad menor cae más despacio.

Hay, finalmente, una clase de estabilidad relacionada con la dirección en que se desplaza la sámara. La mayoría de mis sámaras dan vueltas sobre si mismas, a la vez que caen a lo largo de



*Ángulos de ataque de un ala descendente en rotación*



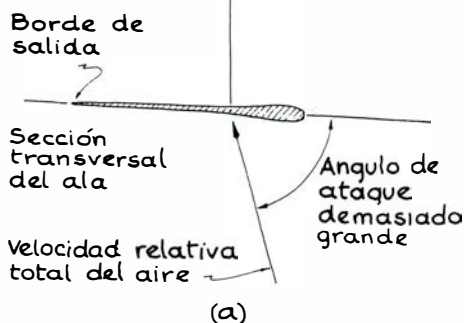
una recta vertical. Un observador solidario a una de ellas contemplaría cómo la punta del ala se movería en un plano. La mayoría de mis sámaras describen un plano horizontal. Cuando soplo sobre una de ellas para desviarla momentáneamente de la horizontal, rápidamente corrige su movimiento alzándose por su lado más bajo para que el plano vuelva a estar horizontal.

Algunas de mis sámaras más selectas hacen algo más, y es que, aun cuando yo no perturbe su descenso, se mueven describiendo una gran hélice mientras giran sobre sí en la forma habitual. Nordberg llama derrape a este movimiento adicional. La fuerza aerodinámica que actúa sobre una de esas sámaras peculiares hace que la misma incline el plano que describe la punta externa del ala. Una vez inclinado ese plano, no se endereza hacia arriba, como en el caso de la mayoría de las sámaras, sino que se ladea, y así, el centro de masa de la sámara sigue una trayectoria helicoidal hasta el suelo. El sentido de rotación del centro de masa al seguir dicha trayectoria es contrario al de rotación de la sámara en torno a su eje de rotación. Esto es, si vista desde arriba la sámara gira en sentido horario, su centro de masa describe una hélice en sentido antihorario. El movimiento helicoidal es mucho más lento que el de giro.

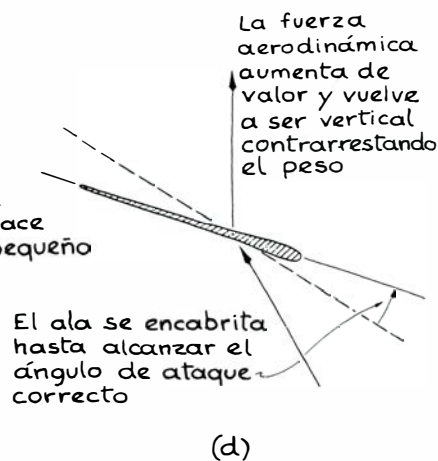
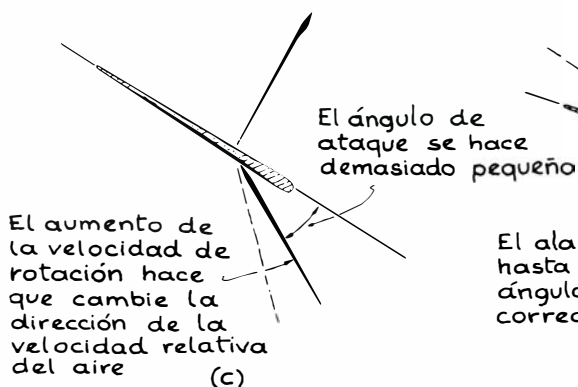
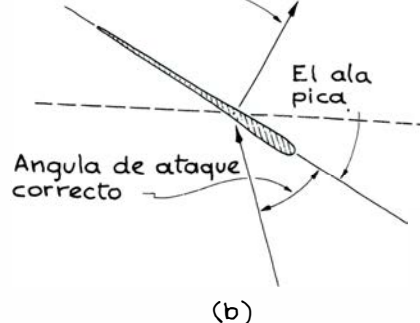
Si se deja caer una sámara de arce con el centro de masa hacia abajo y el ala plana vertical, puede que no gire en absoluto. Pero si el ala está inicialmente desviada de la vertical, o es dentada, comenzará a girar después de una corta caída. Consideremos un ala plana inclinada respecto a la vertical. En cuanto se inicia la caída, la fuerza aerodinámica hace que el ala se rezague respecto al descenso del centro de masa, resultando que el ala gira hacia la vertical en torno al centro de masa. Ajustando continuamente los ángulos de ataque, planeo y conicidad, el ala acaba por alcanzar los valores de equilibrio y, a partir de entonces, la sámara rota mientras desciende. Cuando lanzo al aire una sámara con el centro de masa por delante, casi siempre empieza a girar una vez que llega a la altura máxima y comienza a caer. Será entonces muy improbable que esté exactamente vertical y es casi seguro que empiece a girar.

Para que una sámara se comporte adecuadamente, la distancia entre su centro de masa y el extremo ha de estar comprendida entre cero y el 30 por ciento de la longitud total de la envergadura. En las sámaras de arce esta distancia suele ser del 10 al 20 por ciento. En cada franja del ala, el centro de masa debe encontrarse a una distancia del borde de ataque comprendida

Fuerza aerodinámica demasiado pequeña para contrarrestar el peso



La fuerza se inclina hacia el borde delantero



Corrección del modo de vuelo de una sámara

aproximadamente entre el 27 y el 35 por ciento de la longitud total de la cuerda correspondiente. La carga sobre el disco ha de ser reducida; por ello, un ala delgada que genere un disco grande constituye la combinación ideal de propiedades. La fuerza aerodinámica se genera, en su mayor parte, en el extremo externo del ala, porque en él la velocidad relativa del aire es mayor. Como esta fuerza depende asimismo de la superficie de cada una de las franjas, éstas deben tener cuerdas mayores cuanto más próximas están del extremo externo del ala.

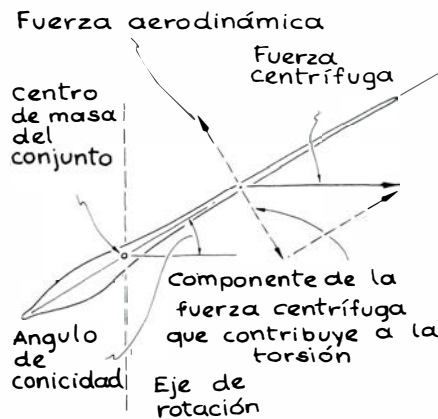
Un observador astuto podría discrepar acerca de esto último, ya que las puntas externas de las sámaras de arce se ahúsan y ensanchan algo hacia el borde de ataque. Pero esta constitución natural responde a los torbellinos que lanza la punta externa cuando la sámara gira en torno a la vertical, y cuyo efecto es disminuir la sustentación y aumentar la resistencia aerodinámica sobre la punta del ala. El ahusamiento y el ensanchamiento reducen al mínimo la intensidad de los torbellinos.

La envergadura de la mayoría de mis sámaras mide varios centímetros, con una profundidad del orden de un centímetro. Algunas de ellas describen amplias trayectorias helicoidales al caer al

suelo, pero el grueso del resto cae con el centro de masa siguiendo una recta vertical. No me es posible distinguir diferencia física alguna entre ambos conjuntos de sámaras; sus distintos modos de vuelo deben de ser resultado de diferencias imperceptibles.

En la ilustración inferior de la página siguiente se resumen los resultados del estudio que he realizado acerca de la distribución de la masa en una sámara característica. Para determinar la posición del centro de masa del conjunto de la sámara, la equilibré sobre un canto afilado, colocándola de modo que la envergadura fuese perpendicular al canto. Cuando la sámara estuvo en equilibrio, tracé sobre ella una línea justo por el canto. Luego equilibré la sámara con una cuerda perpendicular al canto y tracé sobre ella una línea justo por el canto. La intersección de ambas líneas me señaló la posición del centro de masa.

Me interesó también cómo se distribuye la masa a través de cada franja. Para ello dibujé el contorno de la sámara en un papel cuadriculado. Luego, con una hoja de afeitar, corté el ala en franjas paralelas a las cuerdas y marqué la posición de éstas sobre el contorno que había dibujado antes. Para determinar aproximadamente el



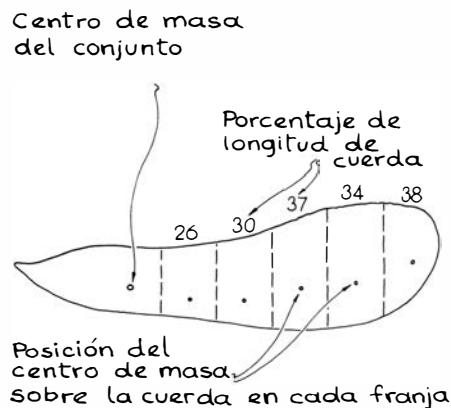
#### *Componentes del ángulo de conicidad*

centro de masa de cada franja, las equilibré entonces una por una sobre el canto afilado, con la cuerda perpendicular al canto.

Conseguido el equilibrio en cada caso, señalé la posición del canto sobre la franja y, a continuación, medí la distancia de la señal al borde de ataque de la franja. (Como el borde de salida de las sámaras es curvo, la longitud de la cuerda varía un poco dentro de cada franja.) En la ilustración correspondiente a la distribución de masa se representan los resultados que obtuve. La distancia del centro de masa de cada franja al borde de ataque del ala se indica como porcentaje de la longitud media de la cuerda de cada franja.

Para que las sámaras fueran estables al planeo, si se tratase de alas planas, la distancia del centro de masa medida sobre la cuerda de una franja debería hallarse comprendida entre el 27 y el 35 por ciento de la longitud de la cuerda. En las franjas de las sámaras que estudié, dicha distancia se encontraba entre el 26 y el 38 por ciento.

Para medir la velocidad de rotación de uno de mis ejemplares dirigí una luz estroboscópica de modo que iluminara desde arriba la trayectoria de caída de la semilla. Con la habitación a oscuras



#### *Posición en profundidad de los centros de masa de las franjas*

hice variar el ritmo de destello del estroboscopio, hasta que a cada destello se veía la sámara descendente con la misma orientación. Esta paralización aparente del movimiento puede conseguirse con varias frecuencias de destello. Por ejemplo, una frecuencia de destello igual a la mitad de la frecuencia de rotación hace que la sámara se contemple con la misma orientación cada dos vueltas; si la frecuencia de destello es un tercio de la de rotación, la sámara se verá con la misma orientación cada tres vueltas.

¿Cómo determinar la frecuencia de rotación? Comencé con una frecuencia de destello lenta, que luego incrementé de forma paulatina. La mayor de las frecuencias que paraliza aparentemente el movimiento de la sámara es la que iguala a la frecuencia de rotación. Toda frecuencia superior a ésta no paraliza el movimiento; antes bien, se ve la sámara en distintos instantes de su rotación. Como resultado de esa experiencia encontré que mis sámaras poseían una frecuencia de rotación comprendida entre 10 y 12 hertz (ciclos por segundo); así, si desease ver una sámara en, digamos, cuatro instantes de cada rotación, tendría que fijar la frecuencia de destello en unos 40 hertz.

También puede emplearse un estroboscopio para filmar el descenso y giro de la semilla. Con la habitación a oscuras, el centelleo repetido del estroboscopio ilumina la sámara en distintos momentos de su descenso, dejando un registro permanente de éstos en la película. McCutchen efectuó una filmación parecida valiéndose de una luz continua que iluminaba desde abajo la trayectoria de caída de una sámara de tulípero. Este tipo de sámara no sólo gira en torno a la recta vertical, a lo largo de la cual descende su centro de masa, sino que también gira en torno a su eje de envergadura. Al penetrar la sámara en el haz luminoso, exponía alternativamente a la cámara una superficie inferior iluminada y una superficie superior más oscura. Esta sucesión de imágenes diferenciadas sirvió para registrar la caída en la película. El contraste entre ambas superficies puede conseguirse pintando de blanco una de ellas.

Me he ocupado únicamente de la sámara de arce común, pero si alguien deseara profundizar en las investigaciones de McCutchen acerca de otros tipos, las de tulípero y fresno le resultarán especialmente interesantes. Puede experimentarse también con modelos de sámara hechos de cartón, alterados a voluntad para observar cómo influyen en los modos de vuelo las modificaciones introducidas.





# Libros

## *El ¡ajá! de Martin Gardner, variabilidad humana, metalógica y sistemas no lineales*

S. Xambó, A. Valls, V. Muñoz y M. G. Velarde

**A**JÁ! por Martin Gardner. Editorial Labor; Barcelona, 1981. Si preguntáramos a distintos profesores de matemáticas (y la pregunta tal vez es válida para profesores de otras muchas disciplinas) cuál es el objetivo ideal hacia el que se esfuerzan en conducir a sus alumnos, es muy probable que la mayoría contestara que lo que desean es infundirles una mayor capacidad para resolver problemas: capacidad analítica para entenderlos, recursos para seleccionar estrategias y diseñar planes de solución, tenacidad para llegar efectivamente a la solución y juicio para verificar y evaluar la solución escogida.

En términos muy generales un *problema* viene enmarcado por un *espacio del problema*, que puede consistir tanto en un conjunto de estados de un sistema físico como en un conjunto de estados cognoscitivos que, en principio, están al alcance del *sujeto resolvente*. Dentro de este marco, un problema consiste en la búsqueda de una sucesión de operaciones permisibles, u *operadores*, que nos permitan pasar del *estado inicial* al estado que constituye el *objetivo* del problema. Podemos decir que la actividad de resolver un problema es una sucesión de operaciones cognoscitivas dirigidas a un determinado fin. Se puede hablar de *resolución creativa* cuando es necesario desarrollar procedimientos nuevos, para distinguirla de la que podemos llamar *resolución convencional*, en que los procedimientos utilizados son ya conocidos. Esta distinción depende claramente del sujeto resolvente. Si una persona desea resolver una ecuación de segundo grado, su actividad será convencional o creativa según que conozca o desconozca la fórmula usual. Por otro lado, puede haber actividad creativa resolviendo por medios nuevos un problema cuya solución es ya conocida.

Se ha hablado mucho sobre las características de las mentes creativas y sobre la posibilidad de incrementar por distintos medios las facultades creativas de los individuos. En la enseñanza y sistema de evaluación tradicionales, las

resoluciones convencionales son preponderantes. Esto implica que los problemas planteados tienen siempre una única respuesta, lo cual, a su vez, trae consigo que sólo entre en juego el llamado *pensamiento convergente* o *longitudinal*. Sin embargo, en la realidad la respuesta a muchos problemas no es única y de lo que se trata no es de hallar una respuesta adecuada, sino de generar el mayor número posible de alternativas y de seleccionar entre ellas la más idónea. En este proceso entra en juego el llamado *pensamiento divergente* o *transversal*. Estos dos tipos de pensamiento son inseparables y complementarios, de un modo análogo a como lo son los procesos analíticos y sintéticos. Parece claro que el profesor de matemáticas nunca conseguirá plenamente su objetivo si en las actividades docentes no se presta atención a estas facetas divergentes del pensamiento. El pensamiento divergente favorece el ver las cosas desde más puntos de vista que el convergente, aunque estos puntos de vista sean poco usuales, y esto posibilita la reestructuración de la información, la aparición de ideas nuevas. El pensamiento divergente es *generativo*, mientras que el convergente es *selectivo*. En éste, la preocupación es por no equivocarse; en aquél, por disponer del mayor número de posibilidades para seleccionar, aunque entre estas posibilidades algunas estén muy alejadas de lo familiar.

Las reestructuraciones de información producidas súbitamente fueron llamadas “reacciones ¡AJÁ!” por los psicólogos de la Gestalt. Hay problemas cuya solución es difícil, si sólo utilizamos el pensamiento longitudinal, debido a que su solución depende de la capacidad de discurrir por caminos que, en principio, tienen pocas probabilidades. Martin Gardner, el conocido autor de la sección de juegos matemáticos de INVESTIGACIÓN Y CIENCIA, ha escrito un libro con el título *¡AJÁ!*, recientemente traducido al castellano (Editorial Labor, 1981), precisamente con la intención de recopilar problemas (por lo demás de niveles de dificultad

muy variados) que exigen preferentemente pensamiento transversal para su solución. Se trata, en palabras del propio Gardner, de “una cuidadosa selección de problemas que parecen difíciles, y que de hecho lo son, si se pretende resolverlos por medios convencionales... pero que pueden ser resueltos inmediatamente si uno se hace permeable a una reacción ¡ajá! liberando la propia mente de las técnicas usuales de resolución de problemas”. El modo de pensamiento que la solución de estos problemas requiere es llamado “no lineal” por Gardner, y piensa que la ponderación de tales problemas hará que el lector capte el espíritu de este tipo de pensamiento y que mejore su habilidad en utilizarlo.

He aquí unas muestras del tipo de problemas que Gardner propone:

“¿Qué es lo contrario de ‘no estoy dentro’?”

“En un reloj con manecilla secundaria central, ¿cuántas veces coinciden las tres manecillas en un día?”

“¿Qué procedimiento seguiría para dividir una tarta para tres niños y de modo que ninguno creyera que su parte es menor que la de los demás?”

“¿Cuántos animales tengo si todos son perros menos dos, todos son gatos menos dos y todos son loros menos dos?”

“Se perfora un agujero cilíndrico en una esfera de modo que su eje pase por el centro de la esfera. Si el agujero tiene 6 centímetros de longitud, ¿cuál es el volumen de la parte que resta de la esfera?”

Para ilustrar en alguna medida la intención de Gardner, tomemos, por ejemplo, el problema de la esfera agujereada. En este problema a primera vista faltan datos. Un ¡ajá! a tiempo nos muestra que esto no es así. A continuación podría pensarse en plantear una integral y resolverla, pero otro ¡ajá! puede darnos la solución de un modo mucho más rápido.

¿Qué ocurre en la mente cuando resolvemos problemas? Los detalles de los procesos involucrados parecen desconocidos hoy por hoy. Sin embargo, tal vez puede resultar revelador el testimonio de algún caso concreto que se considera representativo. El eminente físico alemán Helmholtz, en el discurso que pronunció el día de su septuagésimo aniversario (en 1891), reveló el modo como se le habían ocurrido sus más preciadas ideas. Helmholtz procedía primero a una *investigación preliminar* del problema en todas las direcciones. Después de esta fase, y al cabo de un cierto tiempo, *ideas felices* le surgían en su mente *inesperadamente y sin esfuerzo*, como una inspiración. “Por lo

que a mí se refiere”, dijo Helmholtz, “estas ideas nunca han surgido cuando mi mente estaba cansada o cuando estaba sentado en mi mesa de trabajo... Más bien se manifestaban con especial facilidad al ascender una colina boscosa en un día soleado.” Quizá también valga la pena señalar que otros muchos pensadores conectan el proceso creativo con el humor, con aspectos lúdicos del comportamiento humano y con la inspiración poética. Así Koestler, por ejemplo, en su libro *Janus*, habla de reacciones JA-JA en humor y de reacciones AH! en la creación poética, en paralelo con las reacciones ¡AJÁ! de la creación intelectual.

Vemos, pues, que en Helmholtz (y se cree que esto es general, habida cuenta de las suficientes pruebas experimentales para corroborarlo), se dan tres estadios o fases en la gestación de una idea nueva, de una solución creativa. El primero es un estadio de *preparación*, donde el problema se investiga en todas direcciones. A continuación sigue una segunda fase de *incubación*, a lo largo de la cual la mente no se ocupa conscientemente del problema. En tercer lugar, hace su aparición la idea feliz; este instante y los sucesos psicológicos que le preceden y acompañan se le ha dado en llamar fase de *iluminación*. Conviene añadir, siguiendo a Wallas en su *Arte del Pensamiento*, una cuarta fase de *verificación/evaluación* y señalar que, en los múltiples problemas de toda índole y dificultad que a diario nos ocupan, estos estadios suelen ocurrir siguiendo su propio tempo, o ritmo, para cada uno de ellos, como en un proceso de progreso paralelo.

Además, como lo atestiguan numerosos casos históricos y actuales, estos procesos pueden tener una duración que va de segundos a años. Una condición que parece indispensable, a fin de que nuestra mente nos dé una respuesta clara a un problema, es la de clarificar antes al máximo cuál es la cuestión que se quisiera ver contestada. Si esto es así, el período de preparación debiera terminar siempre con una nítida formulación de los interrogantes cuya respuesta realmente buscamos. En las fases de preparación y verificación la conciencia controla la acción mental. En la fase de incubación la conciencia sólo interviene como una deliberada renuncia a ocuparse del problema, a no ser el repaso de los interrogantes planteados. Una última observación es que, en la preparación, el modo de pensamiento dominante es el divergente y en la verificación el convergente; la iluminación es la reacción ¡AJÁ! de los psicólogos de la Gestalt.

El libro de Gardner toca todos los aspectos antes mencionados. De un lado ha sabido crear una atmósfera lúdica característica. Muchas cuestiones son acertijos, juegos, entretenimientos, trucos de “magia”. Por otro lado se trata de un libro repleto de humor. No sólo ocurre que cada tipo de problema es presentado siguiendo una historieta chocante y divertida, ilustrada con dibujos de Jim Glen, sino que las soluciones de muchos de ellos son también inesperadas y gozan de las propiedades de un buen chiste. Un tercer aspecto del libro es que Gardner mismo utiliza a menudo procesos transversales para generalizar sus problemas de múltiples modos. Estos tres aspectos constituyen la cara de una moneda. La otra cara estriba en que cada problema se relaciona con problemas interesantes de las matemáticas (puras y aplicadas), alguno de los cuales todavía no resuelto en su generalidad. Así pues, se trata de un libro en la línea de los juegos y divertimentos matemáticos, lógicos y lingüísticos, que además explica algunas conexiones de los mismos con diversos aspectos de la actividad matemática actual.

La traducción del libro ha sido efectuada por Luis Bou. Dado el tipo de información contenida en el mismo, con innumerables giros, usos idiomáticos, dobles sentidos, juegos de palabras, etcétera, la tarea de traducirlo exigía ciertamente una gran capacidad para el pensamiento creativo, que el traductor indudablemente posee. (S.X.)

**L**A DIVERSITE BIOLOGIQUE HUMAINE (HUMAN BIOLOGICAL DIVERSITY). Collection d'Anthropologie physique. Varios autores bajo la dirección de J. Hiernaux. Masson et Les Presses de l'Université de Montréal, 1980; 420 págs. Han comenzado a proliferar en la última década las series o colecciones de monografías sobre antropología. Aparte de los volúmenes sobre biología humana del Internacional Biological Programme, cabe recordar la Macmillan Series in Physical Anthropology, la colección World Anthropology y los dos libros ya editados de los que van a constituir la Research Monographs on Human Population Biology. La Universidad de Montréal lanza ahora su colección de antropología que, según la denominación americana usual, califican como “física”. Un segundo volumen de ella es de aparición inmediata y versará sobre el análisis cuantitativo de las migraciones, pero el inicial se ha dedicado al aspecto biológico de la variabilidad intraespecífica del hombre.

Digamos, para comenzar, que es un auténtico compendio puesto al día y

rigurosamente expuesto sobre este campo fundamental de la antropología (“física”). Además, el estudio se lleva a cabo contemplando de forma integrada las interacciones entre los componentes estrictamente biológicos, las dimensiones ecológicas y los factores socioculturales de los grupos humanos. Se trata, pues, de un intento por una comprensión global de los diferentes aspectos antropológicos de nuestra especie. Se consigue el propósito, tantas veces emprendido aunque pocas logrado, de estudiar las colectividades humanas en su vertiente biológica pero sin despojarlas de su contenido cultural, al menos en las facetas en que una y otro se influyen recíprocamente. Es el tiro de gracia a la raciografía estática y la entronización de la raciografía holística, respetando no obstante el criterio de distribución geográfica.

La obra está dividida en seis partes, cuatro de ellas a cargo de autores francófonos y dos de antropólogos anglófonos, escritas en sus respectivas lenguas.

La primera, por J. Hiernaux, consiste en un repaso, muy útil para el lector no especializado, de los conceptos básicos en la genética de las poblaciones humanas, notablemente de los procesos antropogenéticos y de sus interacciones. Luego se ofrece una nítida discusión sobre las distintas interpretaciones de la diversidad biológica de la humanidad actual. Son páginas de lectura imprescindible para el antropólogo que no provenga del campo de la biología.

La segunda parte trata de Europa y de la cuenca mediterránea (E. Crognier). Se comienza por enmarcar al hombre europeo en su contexto paleoantropológico y en el ambiente natural, como lo hiciera treinta años antes Sauter en su clásico libro *Les races de l'Europe*. No cae el autor en el fácil eurocentrismo antropológico, sino que consigue el equilibrio haciendo por igual hincapié en las variaciones biológicas (como protagonistas esenciales), demográficas y culturales desde el Neolítico hasta nuestros días. Luego se analiza lo que Crognier ha llamado el “depósito humano euromediterráneo”, del que derivamos la mayoría de los europeos actuales. Los tipos humanos de la Europa de hoy se discuten como una trilogía ambiente-biología-cultura. En particular, se llama la atención sobre los rasgos craneofaciales y los marcadores moleculares como resultado de migraciones, mestizajes y aislamiento. Se hace, pues, una raciodinámica de los pueblos de nuestro continente y no su clasificación museística, en el sentido peyorativo del término.

J. Gomila se ha encargado (es su

trabajo póstumo) de comentar la variabilidad biológica humana en el África sudsahariana. Es la parte más extensa del libro. Tomando como base el que la antropología es en la actualidad el neodarwinismo aplicado a la comprensión de la especie *Homo sapiens*, se comienza por definir el uso adecuado de la terminología (selección, adaptabilidad, etcétera) para no incurrir en la Babel antropológica de algunos especialistas, y ya denunciada con vigor por Jacquard. Se subraya la importancia que para el conocimiento de la antropología africana tiene el conjunto de factores mesológicos en su sentido más genérico (biocenosis, factores abióticos, componentes epidemiológicos y demográficos). Los sistemas de producción, los tipos de aprovechamiento de los recursos naturales y los modos de organización política también han demostrado su influencia sobre los caracteres antropológicos. La raciología estática de los africanos sudsaharianos nos satisface cada vez menos, y tras repasar las clasificaciones clásicas y demostrar su inconsistencia formal, Gomila ensaya una taxonomía numérica de los grupos africanos reuniendo todos los datos posibles. Insiste en el caso particular de los Bedik, que toma como ejemplo, un grupo que tan bien conocía puesto que los había estudiado personalmente. Luego pasa revista a los polimorfismos genéticos y a los caracteres morfológicos, y con su colega Desmarais concluye su capítulo aplicando todo lo anterior a un caso concreto, el de las poblaciones de Ruanda, en particular los Tua.

Siete especialistas de la antropología hindú se ocupan en esta obra de la variabilidad biológica humana en Asia y, como cabía esperar, toman a la India como un paradigma antropológico de las otras naciones asiáticas. Ya esta postura empieza por ser muy discutible. Es cierto que reunir los conocimientos de esa variabilidad en unas setenta páginas es tarea difícil. Quizá por ello los factores biodemográficos, epidemiológicos, nutricionales y otros se pasan más que apresuradamente. La variación antropométrica queda reducida casi en exclusiva a la del subcontinente hindú. La parte dedicada a la antropología molecular viene a ser sólo un catálogo de cifras de frecuencias alélicas de marcadores que habría resultado, a nuestro juicio, más útil bajo forma de cuadros o tablas. Y luego, bruscamente, el capítulo concluye con unas —nos parecen— banalidades que, sin duda, harán añorar al lector el partido que saca Mourant de datos similares. Este capítulo nos ha resultado decepcionante por su contenido, máxime si tenemos

en cuenta que representa el trabajo en equipo de siete antropólogos; a veces el trabajo en equipo no vale el de un solo autor.

La antropología de los pueblos del Pacífico, que corre a cargo de Friedlander, es la cara opuesta del capítulo precedente. Sin necesidad de citar cifras y cifras, se condensa la información sobre el poblamiento, la somatometría, los marcadores moleculares, los datos paleoantropológicos y los factores ambientales y culturales que condicionan la biología racial de estos grupos. Resulta de todo ello un panorama apretado, ciertamente, fragmentario si se quiere, pero preciso y substancial del área antropológica oceánica.

El capítulo final, las Américas, por J. Benoist, 90 páginas, es uno de los más extensos de la obra. Se consideran tres áreas antropológicas: euro-, indo- y afro-americana y, en consecuencia, se trata por un lado de los grupos autóctonos y por otro de los grupos inmigrantes y de las neopoblaciones. En primer término se estudian los aborígenes americanos y su llegada al continente. Unas tablas bien condensadas bastan para resumir la somatometría de los amerindios y esquimales y se hace un repaso de sus marcadores serológicos. A este último respecto, no nos parece apreciar ninguna novedad interpretativa sobre lo ya expuesto por Mourant en su monumental *The distribution of the human blood groups and other polymorphisms*. Luego se discuten dos ejemplos de la dimensión ecológica del amerindio: la adaptación a las grandes altitudes andinas y al ambiente circumpolar de los esquimales. Pero tal vez la parte más atractiva del capítulo nos resulte la del análisis de la estructura genética y de la microdiferenciación en seis pequeños grupos de sudamerindios. El otro componente antropológico de las Américas lo constituyen los aportes europeo, africano y asiático. Junto con el elemento autóctono han dado lugar a tres fenómenos raciodinámicos: migraciones, mestizajes y formación de reducidos aislados de escaso tamaño eficaz. Particularmente en un país, el Brasil, los cuatro componentes y los tres fenómenos se ponen de manifiesto y se complican formando un auténtico laboratorio de microevolución humana; Benoist toma este caso como una síntesis de la antropología continental americana. Quizás el capítulo más difícil de tratar, nos parece el mejor estructurado, el más ambicioso y el más satisfactorio para el antropólogo preocupado por conocer la biología de su propia especie en conjunción con, y no separada de, su entorno eco-etológico.

El libro tiene unas quinientas citas bibliográficas, un útil índice de materias y un glosario de 47 términos que nos parece superfluo tanto por los conocimientos que se suponen en el lector como por la mencionada parte introductoria en que dichos términos se explican con detalle suficiente. A pesar de la desigualdad conceptual y metodológica de los seis capítulos, la calidad de los mejores, mayoritarios, hace de este primer volumen de la colección de antropología ("física") de la Universidad de Montréal un buen augurio para los sucesivos. Es un buen síntoma que estas colecciones se prodiguen, porque su difusión señala cómo cada vez más biólogos reconocen la vieja sentencia *Homo quodammodo omnia*. (A.V.)

**M**ETALÓGICA. INTRODUCCIÓN A LA METATEORÍA DE LA LÓGICA CLÁSICA DE PRIMER ORDEN, por Geoffrey Hunter. Madrid, Paraninfo, 1981; 320 págs., 220×160 mm. Colección "Lógica y Teoría de la Ciencia". Trad. de Rodolfo Fernández González. G. Hunter es profesor de la Universidad de St. Andrews y publicó esta obra en inglés en 1971 (Londres, Macmillan and Co.). R. Fernández González, profesor de lógica en la Universidad Complutense de Madrid, ha realizado la versión castellana, que trato de presentar.

Hunter se propuso como finalidad principal poner al alcance de estudiosos, no especializados en matemáticas, las demostraciones completas de los metateoremas fundamentales de la lógica clásica de primer orden, incluida la identidad, es decir, cuando la cuantificación recae solamente sobre variables de individuo. Pero la obra es también de mucha utilidad para los mismos matemáticos, porque está escrita desde una perspectiva conjuntista, hace aplicaciones a matemáticas y el rigor formal que posee tiene gran valor formativo para cualquier modo de pensar estricto. La visión conjuntista la hace de la máxima actualidad, dado el interés que está obteniendo la lógica desde el aspecto algebrico. La presente obra quiere empezar precisamente donde acaban la mayoría de los manuales de lógica, aunque en ninguno de ellos es posible una separación tajante entre lógica y metalógica. Por eso, también en Hunter hay mucho de lógica y constituye una preparación para el estudio de manuales de lógica avanzados, para abordar la problemática de sistemas de orden superior y de las lógicas no clásicas, temas de mayor pretensión y de gran actualidad. La obra presupone un conocimiento elemental de la lógica clásica de primer orden y constituye una nove-



dad por cuanto hay pocos manuales de metalógica, al lado de la inmensa proliferación de manuales de lógica. En castellano los manuales de metalógica escasamente llegarán a media docena, de donde se deduce la oportunidad de la presente traducción.

La obra está escrita con gran sentido pedagógico, introduciendo gradualmente las nociones que se van haciendo necesarias, repitiendo definiciones y nociones siempre que es conveniente. Tiene numerosos ejercicios, en muchos casos con la solución, al lado de notas históricas y reflexiones filosóficas. La computabilidad, funciones recursivas y calculabilidad ocupan el lugar que les corresponde en la actualidad. Se trata, así, de una obra muy didáctica, completa y de visión moderna.

Se divide en cuatro partes. La primera, introductoria, suministra las nociones más generales (p. 18-59). Comienza explicando con precisión adecuada lo que es la metateoría, su distinción de la teoría y necesidad del lenguaje formal.

El objeto básico de la metateoría son los lenguajes formales (p. 18). Distingue la perspectiva sintáctica de la semántica con la interpretación y teoría de modelos. La metateoría es la teoría de los lenguajes y sistemas formales y de sus interpretaciones. Las demostraciones de teoremas acerca de sistemas se hacen dentro del método axiomático, prescindiendo de otros procedimientos como la deducción natural. Explica la noción central de *método efectivo*, algunas nociones básicas de la teoría de conjuntos y algunos teoremas sobre conjuntos infinitos. Sigue una demostración informal de la incompletud de cualquier sistema finitista de la teoría no-restringida de números naturales, con un apéndice sobre la teoría intuitiva de conjuntos infinitos y cardinales transfinitos. Todo ello confirma la importancia de la obra tanto para lógicos como para matemáticos. Son nociones básicas de esta parte introductoria la de conjunto y sus divisiones, la de modelo, método efectivo, la numerabilidad, no-enumerabilidad, enumerabilidad y decidibilidad, que serán aplicadas en las partes siguientes.

La parte II está consagrada a la lógica proposicional veritativo-funcional (p. 61-158). De la noción general de función pasa a las funciones de verdad, explicando el lenguaje formal  $P$ , a base de una sola variable  $p$  con diferentes acentos, con la sintaxis y semántica de este cálculo. Pasa enseguida a demostrar algunas verdades acerca de ese cálculo y expone un sistema axiomático, basado en tres esquemas de axiomas y el *modus ponens* como regla de inferencia,

estableciendo el *mecanismo deductivo* para  $SP$ . Demuestra los metateoremas de consistencia y deducción, con una aclaración acerca de la inducción matemática; sigue la demostración de la completud semántica, que expone de acuerdo con los métodos de Post, Kalmar y Henkin. Pasa luego a la completud sintáctica, demostración de la decidibilidad, independencia de los tres esquemas de axiomas y la aplicación a la interpretación y modelos.

Como una ampliación, que le sirve para unas reflexiones filosóficas, al final de esta primera parte añade la formalización de la lógica de proposiciones, en el sistema  $AB$ , creado por Anderson-Belnap, en el que la demostración de completud y el procedimiento efectivo de demostración es sumamente fácil y sencillo. Tal sistema es consistente, completo y decidible. Con ello termina la exposición de la metalógica de proposiciones, que resulta perfecta y asequible dentro de los límites propuestos.

Lo que resta de la obra está dedicado a la metalógica del cálculo de predicados de primer orden, estudiando por separado la consistencia y completud (parte III) y dejando para la parte final el problema de la indecidibilidad.

La parte III (p.159-244) comienza con la formulación del lenguaje de la lógica de la cuantificación y con un reajuste de las nociones de interpretación y satisfacción, demuestra algunos teoremas desde el punto de vista de la teoría de modelos y pasa luego al mecanismo deductivo para  $SQ$ , con algunos metateoremas previos.

Destaca mucho las teorías de primer orden en general, demostrando una selección de teoremas generales para cualesquiera teorías de ese orden, aunque el objetivo principal sea demostrar este metateorema: cualquier teoría consistente de primer orden tiene un modelo numerable. Desde ahí demuestra famosos metateoremas como el de Löwenheim-Skolem, la compacidad, consistencia, completud con modelos clásicos y no clásicos, haciendo aplicación a la lógica de predicados monádicos, a la identidad y a la aritmética.

Finalmente, la parte IV y última aborda el problema de la indecidibilidad de la lógica de predicados de primer orden con identidad (p.245-92). Aplica la noción de método efectivo, la doctrina de las funciones recursivas, computabilidad, números de Gödel, preparando el terreno para la tesis y metateorema de Church acerca de la indecidibilidad. Pero también trata de las subclases decidibles, como las formas normales prenexas y las formas de Skolem. También hace aplicaciones a la

aritmética. Concluye con los metateoremas de completud de Gödel y la problemática del axioma de elección y sus equivalentes. Termina con un resumen esquemático de los resultados de toda la obra, básicos en lógica de primer orden y en matemáticas. Al final de todo, van unas referencias bibliográficas y un índice analítico completo de autores, términos y símbolos.

Será difícil encontrar un manual de metalógica de primer orden expuesto con tanta claridad, sencillez y precisión, ayudando continuamente al necesario esfuerzo del lector para seguir el desarrollo de los capítulos.

Para la exposición y demostración de la metateoría, utiliza Hunter el sistema axiomático con preferencia a la deducción natural, porque le parece más adecuado y menos laborioso. No tengo nada en contra, pero la metateoría resultaría más interesante comparando los dos procedimientos, axiomático y deducción natural. Esa comparación no entraba en los planes del autor, pero grandes lógicos opinan que, por ejemplo, la deducción resulta más fácil en los métodos  $L$  de Gentzen, por ser más constructivos. Hunter tiene todos los derechos a limitarse al método axiomático y a preferirlo a los demás.

El simbolismo empleado por Hunter, conservado íntegramente en la traducción, es poco usual, algo desconcertante, confuso y poco intuitivo, a base de asteriscos y acentos.

Hay que alabar al traductor por su labor y acierto, a veces creando neologismos, como cuando traduce *token* por *muestra*, *standard logic* por *lógica clásica*, *countable set* por *conjunto numerable*, *respectable formal system* por *sistema formal notable*. En general, me parece un acierto la traducción. La obra es técnicamente difícil, debido al simbolismo empleado, poco usual, y se ha hecho un gran alarde tipográfico, resultando una obra nítida y hermosamente presentada.

Esto no obsta para que se hayan deslizado algunas erratas, muy difíciles de evitar en libros de esta índole. El traductor ha cambiado las notas que en Hunter vienen a pie de página y las ha trasladado al final de cada parte. Al hacer esto se cometen varias erratas. Por ejemplo, la nota 10, p. 244 de la traducción española, que responde a la nota 1, p.167 del original, no traduce el pensamiento de Hunter y debe faltar algo en la redacción castellana. En la p. 163 de la traducción, líneas 2-3, hay dos erratas al poner  $x'$  como variable libre y ligada al mismo tiempo. En la p. 115 de la traducción falta la llamada para la nota 11, que, sin embargo, se

pone en la p. 158. En la pág. 290 se pone la llamada para la nota 15, pero se omite en la p. 292 donde debería estar, además de que en la numeración del traductor debería ser la nota 12. El error se repite en el índice, donde en la palabra *no-restringida* (p. 314, línea 18) se remite a una nota inexistente en la traducción. Se trata, además, de un concepto importante en la obra.

En general, el traductor conserva todo el simbolismo del original y apenas añade nada doctrinalmente, salvo contadas excepciones, como la ampliación doctrinal de las págs. 161 y 229, teniendo cuidado de señalar que se trata de una adición del traductor castellano. Seguramente no sería superflua una puesta al día de una obra publicada en 1971, pero la traducción es correcta y su autor revela un gran sentido del lenguaje lógico y de su precisión.

Me parece un gran acierto la versión castellana del libro de Hunter. Puede ser un buen manual para nuestro segundo ciclo universitario o para un segundo curso de reflexión sobre la lógica elemental dada en el primero.

Técnicamente, Hunter se remite a dos grandes autores, como son E. Mendelson, *Introduction to mathematical Logic* (1964) y a A. Margaris, *First Order mathematical Logic* (1967), que son dos excelentes manuales, aunque necesitados de alguna actualización a la altura de 1981. En cualquier caso, el libro de Hunter, que presentamos en la versión castellana de Rodolfo Fernández González, es un gran manual de metalógica y constituye una excelente introducción a obras de mayor hondura, como la de Kleene, ya publicada en castellano por la editorial Tecnos (1974). (V.M.)

**S**TOCHASTIC NONLINEAR SYSTEMS (in Physics, Chemistry, and Biology). Proceedings of a Workshop, Bielefeld, West Germany, October 5-11 (1980). Editado por L. Arnold y R. Lefever. Springer-Verlag, Berlin, 1981; 48 figuras, 237 páginas. Reuniones interdisciplinarias hay muchas y, desgraciadamente, pocas de entre ellas son útiles para los participantes o para los lectores de los libros que contienen los trabajos discutidos. El presente libro me parece que pertenece a la clase de las útiles en casi todo, aunque con las limitaciones que cabe imaginar, a priori, de unos textos cortos y cuya misión es apuntar las ideas o las técnicas de interés del tema o los temas objeto de la reunión interdisciplinar.

La reunión a que se refiere este libro tuvo lugar en un marco maravilloso, el

Centro de Investigación Interdisciplinar (ZIF) de la Universidad de Bielefeld: biblioteca, despachos, algunas viviendas, piscina y un espléndido jardín para "airearse". Todo ello junto al *campus* de la universidad, que posee una excelente biblioteca. En suma, algo obviamente desconocido en España, donde hay universidades que ni siquiera tienen biblioteca (aunque sí edificios con ese nombre). ¿Un centro de investigación interdisciplinar? ¿Para algo serio en nuestro país? Si se piensa que la Universidad de Bielefeld ni es "importante" ni es "antigua", entonces la sorpresa es mayor para un ciudadano español.

Una cincuentena de participantes (algo más de la mitad matemáticos y el resto científicos de otras disciplinas: físicos, químicos, biólogos,...) se dedicó a aprender y discutir sobre los últimos adelantos en la aplicación de la teoría de procesos estocásticos a problemas en general no lineales de diversas áreas científicas. La organización fue excelente, preparada entre un matemático y un químico-físico que habían trabajado juntos anteriormente. Por las mañanas, conferencias invitadas (de unos cuarenta minutos de duración) sobre aplicaciones o eventuales aplicaciones, generalmente a cargo de *no* matemáticos, y por las tardes, lecciones (tutoriales y muy pedagógicas de hora y cuarto) por matemáticos cuyo interés fue introducir a profesionales de otras disciplinas a técnicas e ideas de la teoría de procesos estocásticos. El nivel de partida fue prácticamente el de primer ciclo de licenciatura (y pensar que en la audiencia había hasta un premio Nobel en química). Todo ello con abundante tiempo para la discusión y el suficiente "relajo" como para que cualquiera pudiese preguntar lo que algunos (de los "listos" que abundan en nuestro país) podrían considerar como "cosas triviales". Menos mal que cuando la investigación "funciona" no suele haber complejos y el progreso es más efectivo sobre todo en áreas poco desarrolladas (lo que cabría considerar como "arenas movedizas" en el campo de la ciencia).

Los grandes temas fueron: De la evolución o comportamiento determinista al estocástico (I. Prigogine y H. Haken); fluctuaciones internas, o debidas al tamaño finito de los sistemas en estudio (G. Nicolis, C.W. Gardiner, K. Binder y D. Walgraef); fluctuaciones externas o influencia del "ruido" externo sobre sistemas deterministas o no (W. Hörsthemke, R. Lefever y M. San Miguel); comportamiento errático, turbulento o aparentemente estocástico en sistemas (no lineales) estrictamente

deterministas (Y. Pomeau y J.P. Eckmann); transiciones de fase en y fuera de equilibrio, teoría y experimentos (K. Binder, R. Graham, S. Grossmann y F.T. Arecchi) y varios otros seminarios. De las técnicas matemáticas se encargaron Th. Kurtz (aproximación de procesos discontinuos mediante continuos, que implicó una excelente introducción, empezando a cero, a la teoría de procesos estocásticos), G. Papanicolaou (comportamiento asintótico en sistemas estocásticos— en hidrodinámica—), R.N. Bhattacharya y L. Arnold (descripción estocástica de sistemas con difusión; particularmente excelente fue la presentación de Arnold) y varios otros conferenciantes.

El libro recoge casi todo, pues falta el texto de Y. Pomeau; las contribuciones de Eckmann y J.C. Willems son muy esquemáticas, aunque se dan las oportunas referencias a trabajos o libros de consulta y faltan, asimismo, los textos de seminarios interesantes, generalmente, sobre cuestiones matemáticas. La edición es casi impecable; magnífica encuadernación (en tela) de textos mecanografiados reproducidos directamente. Quizá hubiese sido más deseable una edición del tipo a que nos tiene habituados Springer-Verlag con *Lecture Notes in Physics*, pues el presente libro sale por unos treinta dólares (ahora unas tres mil pesetas) y me parece innecesariamente caro.

¿Dónde encuadra el libro y quién, en España o en países como el nuestro, puede estar interesado en él? Mi consejo es que cualquier estudiante de segundo ciclo de física, matemática aplicada, ingeniería (teórica), química física, biología (teórica)... debiera acercarse al libro para hacerse una idea de por dónde andan los tiros en un dominio de actual progreso impresionante. Y ello a pesar de que, encuadrar en las enseñanzas que se imparten en nuestras universidades, debe encuadrar en pocas (pero eso es fruto de la falta de *masa crítica* que tenemos y del fuerte provincianismo de muchos de nuestros viejos y jóvenes profesores universitarios). Por supuesto, que el libro merece la atención de físicos teóricos, matemáticos dedicados a la investigación en análisis, estadística... de cualquier estudiante de tercer ciclo que quiera "estar al día" aunque no sea directamente relacionado con su estrecha vía de actual investigación. Para las bibliotecas universitarias o del Consejo Superior de Investigaciones Científicas mi opinión es clara. Añadan, por favor, el libro a su fondo porque imagino un uso abundante del mismo. (M. G.V.).





# Bibliografía

Los lectores interesados en una mayor profundización de los temas expuestos pueden consultar los trabajos siguientes:

## UN HABITAT DE VIDA PRIMITIVO

SEDIMENTARY EVIDENCE FOR AN ARCHAEOAN SHALLOW-WATER VOLCANIC-SEDIMENTARY FACIES, EASTERN PILBARA BLOCK, WESTERN AUSTRALIA. M. E. Barley, J. S. R. Dunlop, J. E. Glover y D. I. Groves en *Earth and Planetary Science Letters*, vol. 43, n.º 1, págs. 74-84; abril, 1979.

STROMATOLITES 3,000-3,500 MYR OLD FROM THE NORTH POLE AREA, WESTERN AUSTRALIA. M. R. Walter, R. Buick y J. S. R. Dunlop en *Nature*, vol. 284, n.º 5755, págs. 443-445; 3 de abril de 1980.

## ONDAS GRAVITATORIAS PROCEDENTES DE UN PULSAR ORBITAL

PULSARS. Richard N. Manchester y Joseph H. Taylor. W. H. Freeman and Company, 1977.

THE SEARCH FOR GRAVITY WAVES. P. C. W. Davies. Cambridge University Press, 1980.

## NEUROPEPTIDOS

PEPTIDERGIC NEURONES. Tomas Hökfelt, Olle Johansson, Åke Ljungdahl, Jan M. Lundberg y Marianne Schultzberg en *Nature*, vol. 284, n.º 5756, págs. 515-521; 10 de abril de 1980.

BRAIN PEPTIDES AS NEUROTRANSMITTERS. Solomon H. Snyder en *Science*, vol. 209, n.º 4460, págs. 976-983; 29 de agosto de 1980.

## ACÚSTICA DE LAS TABLAS DEL VIOLIN

THE VIOLINS AS A CIRCUIT. John C. Schelleng en *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 35, n.º 3, págs. 326-338; marzo, 1963.

THE HAZARDS OF WEATHER ON THE VIOLIN. R. E. Fryxell en *American String Teacher*, vol. 15, n.º 4, págs. 26-28; otoño, 1965.

ACOUSTICAL EFFECTS OF VIOLIN VARNISH. John C. Schelleng en *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 44, n.º 5, págs. 1175-1183; noviembre, 1968.

BENCHMARK PAPERS IN ACOUSTICS. MUSICAL ACOUSTICS: PART I, VIOLIN FAMILY COMPONENTS; PART II, VIOLIN FAMILY FUNCTIONS. Dirigido por C. M. Hutchins. Dowden, Hutchinson & Ross, Inc., 1975-1976.

## EL ODOMETRO DE VITRUBIO

ARCHIMEDES. Marshall Clagett en *Dictionary of Scientific Biography*, dirigido por Charles Coulston Gillispie. Charles Scribner's Sons, 1970.

THE MECHANICAL TECHNOLOGY OF GREEK AND ROMAN ANTIQUITY. A. G. Drachmann. Munksgaard, 1963.

THE UNKNOWN LEONARDO. Dirigido por Ladislao Reti. MacGraw-Hill Book Company, 1974.

VITRUVIUS' WAYWISER. André W. Sleeswyk en *Archives internationales d'histoire des sciences*, vol. 29, págs. 11-22; 1979.

## LOGICA CUANTICA

FOUNDATIONS OF QUANTUM MECHANICS. Josef M. Jauch. Addison-Wesley Publishing Co., 1968.

DEVIAN LOGIC: SOME PHILOSOPHICAL ISSUES. Susan Haack. Cambridge University Press, 1974.

THE PHILOSOPHY OF QUANTUM MECHANICS: THE INTERPRETATIONS OF QUANTUM MECHANICS IN HISTORICAL PERSPECTIVE. Max Jammer. John Wiley & Sons, Inc., 1974.

THE LOGICO-ALGEBRAIC APPROACH TO QUANTUM MECHANICS, VOL. I: HISTORICAL EVOLUTION. Dirigido por Clifford A. Hooker. D. Reidel Publishing Co., 1975.

CURRENT ISSUES IN QUANTUM LOGIC. Dirigido por E. Beltrametti y B. C. van Fraassen. Plenum Press, 1981.

## PROCESAMIENTO DE IMAGENES POR ORDENADOR

SPECIAL ISSUE ON IMAGE PROCESSING. *Computer*, vol. 7, n.º 5; julio, 1974.

DIGITAL IMAGE PROCESSING. R. C. González y P. Wintz. Addison-Wesley Publishing Co., 1977.

DIGITAL IMAGE RESTORATION. H. C. Andrews y B. R. Hunt. Prentice-Hall, Inc., 1977.

DIGITAL IMAGE PROCESSING. William K. Pratt. John Wiley & Sons, Inc., 1978.

SPECIAL ISSUE ON IMAGE PROCESSING. *Proceedings of the IEEE*, vol. 69, n.º 5; mayo 1981.

## DINOSAURIOS DEL JURASICO DE AMERICA DEL SUR

UN SAURÓPODO NUEVO DEL JURÁSICO DE PATAGONIA. A. Cabrera en *Notas Mus. La Plata* n.º 12, Paleont. 95; 1947.

ESTUDIOS ICNOLÓGICOS. PROBLEMAS Y MÉTODOS DE LA ICNOLOGÍA. R. M. Casamiquela. Editado por el Gobierno Prov. Río Negro, Minist. Asuntos Sociales, págs. 1-229; Buenos Aires, 1964.

THE PALEOBATHYMETRY OF THE ATLANTIC OCEAN FROM THE JURASSIC TO THE PRESENT. J. G. Sclater, S. Hellinger y C. Tapscott en *J. Geology* n.º 85; 1977.

EL MESOZOICO DE AMÉRICA DEL SUR Y SUS TETRÁPODOS. J. F. Bonaparte en *Opera Lilloana*, n.º 26, págs. 1-596; 1978.

DINOSAURS: A JURASSIC ASSEMBLAGE FROM PATAGONIA. J. F. Bonaparte en *Science*, vol. 205, págs. 1377-1379; 1979.

## JUEGOS MATEMATICOS

EUCLID'S PARALLEL POSTULATE: ITS NATURE, VALIDITY, AND PLACE IN GEOMETRICAL SYSTEMS. John William Withers. The Open Court Publishing Company, 1905.

THE ELEMENTS OF NON-EUCLIDEAN GEOMETRY. D. M. Y. Sommerville. Dover Publications, Inc., 1958.

NON-EUCLIDEAN GEOMETRY. H. S. M. Coxeter. University of Toronto Press, 1965.

EUCLIDEAN AND NON-EUCLIDEAN GEOMETRY: DEVELOPMENT AND HISTORY. Marvin Jay Greenberg, W. H. Freeman and Company, 1974.

## TALLER Y LABORATORIO

AUTOROTATION, SELF-STABILITY, AND STRUCTURE OF SINGLE-WINGED FRUITS AND SEEDS (SAMARAS) WITH COMPARATIVE REMARKS ON ANIMAL FLIGHT. R. Åke Norberg en *Biological Reviews of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 48, n.º 4, págs. 561-596; noviembre, 1973.

THE SPINNING ROTATION OF ASH AND TULIP TREE SAMARAS. C. W. McCutchen en *Science*, vol. 197, n.º 4304, págs. 691-692; 12 de agosto de 1977.



# Indice anual

*Este índice contiene los nombres de los autores y artículos aparecidos en Investigación y Ciencia a partir de enero de 1981. Se incorpora asimismo la relación alfabética de las secciones Juegos matemáticos, Temas metamágicos y Taller y laboratorio.*

## AUTORES

Abraham, E. P. ANTIBIÓTICOS BETA-LACTÁMICOS; agosto, pág. 30.  
 Agnew, Harold M. REACTORES NUCLEARES REFRIGERADOS POR GAS; agosto, página 6.  
 Aharonowitz, Yair y Gerald Cohen. PRODUCCIÓN MICROBIOLÓGICA DE FÁRMACOS; noviembre, pág. 78.  
 Anderson, W. French y Elaine G. Diacumakos. INGENIERÍA GENÉTICA EN CÉLULAS DE MAMÍFERO; septiembre, página 46.  
 Ballesteros Gaibrois, Manuel. RACCHI (PERÚ), UN ENIGMA ARQUEOLÓGICO; marzo, pág. 6.  
 Beard, Benjamín H. EL GIRASOL; julio, página 100.  
 Bellwood, P. S. EL POBLAMIENTO DEL PACÍFICO; enero, pág. 92.  
 Bernstein, Herbert J. y Anthony V. Phillips. FIBRADOS Y TEORÍA CUÁNTICA; septiembre, pág. 90.  
 Bland, Robert G. ASIGNACIÓN DE RECURSOS MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL; agosto, pág. 62.  
 Bloom, Floyd E. NEUROPEPTIDOS; diciembre, pág. 30.  
 Bok, Bart J. LA GALAXIA DE LA VÍA LÁCTEA; mayo, pág. 54.  
 Bonaparte, José F. DINOSAURIOS DEL JURÁSICO DE AMÉRICA DEL SUR; diciembre, pág. 110.  
 Brill, Winston J. MICROBIOLOGÍA AGRÍCOLA; noviembre, pág. 118.  
 Buick, Roger, David I. Groves y John S. R. Dunlop. UN HÁBITAT DE VIDA PRIMITIVO; diciembre, pág. 6.  
 Camhi, Jeffrey M. EL SISTEMA DE HUIDA DE LA CUCARACHA; febrero, pág. 76.  
 Cannon, T. M. y B. R. Hunt. PROCESAMIENTO DE IMÁGENES POR ORDENADOR; diciembre, pág. 96.  
 Castañer, Luis. ENERGÍA SOLAR FOTOVOLTAICA; mayo, pág. 6.  
 Cohen, Gerald y Yair Aharonowitz. PRODUCCIÓN MICROBIOLÓGICA DE FÁRMACOS; noviembre, pág. 78.

Cohen, I. Bernard. EL DESCUBRIMIENTO NEWTONIANO DE LA GRAVITACIÓN; mayo, pág. 110.  
 Covey, Curt y Gerald Schubert. LA ATMÓSFERA DE VENUS; septiembre, página 30.  
 Chaffee, Jr. Frederic H. DESCUBRIMIENTO DE UNA LENTE GRAVITATORIA; enero, página 32.  
 Chambon, Pierre. GENES FRAGMENTADOS; julio, pág. 22.  
 Davis, Richard S., Vadim Ranov y Andrey E. Dodonov. EL HOMBRE PRIMITIVO EN EL ASIA CENTRAL SOVIÉTICA; febrero, pág. 60.  
 Decker, Barbara y Robert Decker. LAS ERUPCIONES DEL MONTE SANTA ELENA; mayo, pág. 30.  
 Decker, Robert y Barbara Decker. LAS ERUPCIONES DEL MONTE SANTA ELENA; mayo, pág. 30.  
 Demain, Arnold L. y Nadine A. Solomon. MICROBIOLOGÍA INDUSTRIAL; noviembre, pág. 10.  
 Diacumakos, Elaine G. y W. French Anderson. INGENIERÍA GENÉTICA EN CÉLULAS DE MAMÍFERO; septiembre, página 46.  
 Diener, T. O. VIROIDES; marzo, página 18.  
 Dodonov, Andrey E., Richard S. Davis y Vadim Ranov. EL HOMBRE PRIMITIVO EN EL ASIA CENTRAL SOVIÉTICA; febrero, pág. 60.  
 Dole, Vincent P. LA CONDUCTA ADICTIVA; febrero, pág. 68.  
 Dorn, Harold, y Robert Mark. LA ARQUITECTURA DE CHRISTOPHER WREN; septiembre, pág. 78.  
 Drake, Stillman y Charles T. Kowal. GALILEO OBSERVA NEPTUNO; febrero, página 22.  
 Ducker, Sophie, John Pettitt y Bruce Knox. POLINIZACIÓN SUBMARINA; mayo, pág. 74.  
 Dunlop, John D. R., David I. Groves y Roger Buick. UN HÁBITAT DE VIDA PRIMITIVO; diciembre, pág. 6.  
 Eichler, David y John G. Learned. UN

TELESCOPIO DE NEUTRINOS; abril, página 92.

Eigen, Manfred, William Gardiner, Peter Schuster y Ruthild Winkler-Oswatitsch. ORIGEN DE LA INFORMACIÓN GENÉTICA; junio, pág. 62.  
 Eveleigh, Douglas E. ELABORACIÓN MICROBIOLÓGICA DE PRODUCTOS QUÍMICOS INDUSTRIALES; noviembre, página 94.  
 Feldman, Moshe y Ernest R. Sears. LOS RECURSOS GENÉTICOS DEL TRIGO SILVESTRE; marzo, pág. 50.  
 Fetter, S. A. y K. Tsipis. LIBERACIONES CATASTRÓFICAS DE RADIOACTIVIDAD; junio, pág. 8.  
 Fodor, Jerry A. EL PROBLEMA CUERPO-MENTE; marzo, pág. 62.  
 Foley, Vernard y Werner Soedel. NAVES DE GUERRA A REMO EN LA ANTIGÜEDAD; junio, pág. 104.  
 Fowler, Lee A., Joel M. Weisberg y Joseph H. Taylor. ONDAS GRAVITATORIAS PROCEDENTES DE UN PULSAR ORBITAL; diciembre, pág. 18.  
 Friedman, Milton J. y William Trager. BIOQUÍMICA DE LA RESISTENCIA A LA MALARIA; mayo, pág. 98.  
 Gaden, Jr., Elmer L. MÉTODOS DE PRODUCCIÓN EN MICROBIOLOGÍA INDUSTRIAL; noviembre, pág. 106.  
 Gardiner, William, Manfred Eigen, Peter Schuster y Ruthild Winkler-Oswatitsch. ORIGEN DE LA INFORMACIÓN GENÉTICA; junio, pág. 62.  
 Geballe, T. H. y J. K. Hulm. SUPERCONDUCTORES EN CIRCUITOS DE POTENCIA; enero, pág. 78.  
 Georgi, Howard. TEORÍA UNIFICADA DE LAS PARTÍCULAS ELEMENTALES Y DE LAS FUERZAS; junio, pág. 18.  
 Goldemberg, José y José Roberto Moreira. EL PROGRAMA DEL ALCOHOL EN BRASIL; octubre, pág. 96.  
 Gray, Jr., Charles L. y Frank von Hippel. AHORRO DE COMBUSTIBLE EN VEHÍCULOS LIGEROS; julio, pág. 8.  
 Grisolia, Santiago, Erwin Knecht y José Hernández-Yago. PROTEOLISIS INTRACELULAR; junio, pág. 122.  
 Groves, David I., John S. R. Dunlop y Roger Buick. UN HÁBITAT DE VIDA PRIMITIVO; diciembre, pág. 6.  
 Heinrich, Bernd. REGULACIÓN DE LA TEMPERATURA EN EL ENJAMBRE DE ABEJAS MELÍFERAS; agosto, pág. 76.  
 Hernández-Yago, José, Santiago Grisolia y Erwin Knecht. PROTEOLISIS INTRACELULAR; junio, pág. 122.  
 Hodge, Paul W. LA GALAXIA DE ANDRÓMEDA; marzo, pág. 40.  
 Hopwood, David A. PROGRAMACIÓN GENÉTICA DE MICROORGANISMOS INDUSTRIALES; noviembre, pág. 40.  
 Hounshell, David A. HISTORIA PARA-



- LELA DEL TELÉFONO; marzo, página 94.
- Hughes, R. I. G. LÓGICA CUÁNTICA; diciembre, pág. 80.
- Hulm, J. K. y T. H. Geballe. SUPERCONDUCTORES EN CIRCUITOS DE POTENCIA; enero, pág. 78.
- Hunt B. R. y T. M. Cannon. PROCESAMIENTO DE IMÁGENES POR ORDENADOR; diciembre, página 96.
- Hutchins, Carleen Maley. LA ACÚSTICA DE LAS TAPAS DEL VIOLÍN; diciembre, página 54.
- Jarvik, Robert K. EL CORAZÓN ARTIFICIAL; marzo, pág. 28.
- Katime Amashta, Issa y J. A. Pérez Ortiz. POLÍMEROS INORGÁNICOS; abril, página 6.
- Kleppner, Daniel, Michael G. Littman y Myron L. Zimmerman. ÁTOMOS ALTAMENTE EXCITADOS; julio, pág. 82.
- Klug, Aaron y Roger D. Kornberg. EL NUCLEOSOMA; abril, pág. 28.
- Knecht, Erwin, Santiago Grisolia y José Hernández-Yago. PROTEOLISIS INTRACELULAR; junio, pág. 122.
- Knox, Bruce, John Pettitt y Sophie Ducker. POLINIZACIÓN SUBMARINA; mayo, pág. 74.
- Kornberg, Roger D. y Aaron Klug. EL NUCLEOSOMA; abril, pág. 28.
- Kowal, Charles T. y Stillman Drake. GALILEO OBSERVA NEPTUNO; febrero, página 22.
- Lahoti, G. D. y S. L. Semiatin, LA FORJA DE LOS METALES; octubre, página 72.
- Lake, James A. EL RIBOSOMA; octubre, página 54.
- Langston, Jr. Wann. PTEROSAURIOS; abril, pág. 80.
- Lanier, Gerald N. y Gary A. Strobel. LA ENFERMEDAD HOLANDESA DEL OLMO; octubre, pág. 34.
- Learned, John G. y David Eichler. UN TELESCOPIO DE NEUTRINOS; abril, página 92.
- Levinson, Stephen E. y Mark Y. Liberman. RECONOCIMIENTO DEL HABLA POR MEDIO DE ORDENADORES; junio, página 38.
- Lewin, Walter H. G. FUENTES DE BROTES CELESTES DE RAYOS X; julio, página 38.
- Liberman, Mark Y. y Stephen E. Levinson. RECONOCIMIENTO DEL HABLA POR MEDIO DE ORDENADORES; junio, página 38.
- Littman, Michael G., Daniel Kleppner y Myron L. Zimmerman. ÁTOMOS ALTAMENTE EXCITADOS; julio, pág. 82.
- Luyendyk, Bruce P. y Ken C. Macdonald. LA CRESTA DE LA DORSAL DEL PACÍFICO ORIENTAL; julio, pág. 56.
- Lloyd, James E. MIMETISMO EN LAS SEÑALES SEXUALES DE LAS LUCIÉRTAGAS; septiembre, pág. 58.
- Macdonald, Ken C. y Bruce P. Luyendyk. LA CRESTA DE LA DORSAL DEL PACÍFICO ORIENTAL; julio, pág. 56.
- Mark, Robert y Harold Dorn. LA ARQUITECTURA DE CHRISTOPHER WREN; septiembre, pág. 78.
- Marlin Brandon, D. y J. Neil Rutger. EL CULTIVO DEL ARROZ EN CALIFORNIA; abril, pág. 16.
- McIver, Jr., Robert T. REACCIONES QUÍMICAS SIN SOLVATACIÓN; enero, página 104.
- Merritt, Richard W. y Bruce Wallace. INSECTOS FILTRADORES; junio, página 94.
- Mezquita Pla, Cristóbal. ESPERMATOGÉNESIS; enero, pág. 6.
- Mihalas, Dimitri, Olin C. Wilson y Arthur H. Vaughan. LOS CICLOS DE ACTIVIDAD DE LAS ESTRELLAS; abril, página 66.
- Moles Villamate, Mariano. COSMOLOGÍA Y OBSERVACIONES; julio, pág. 110.
- Moreira, José Roberto y J. Goldemberg. EL PROGRAMA DEL ALCOHOL EN BRASIL; octubre, pág. 96.
- Novick, Richard P. PLÁSMIDOS; febrero, pág. 46.
- Nowak, Stefan. VALORES Y ACTITUDES DEL PUEBLO POLACO; septiembre, página 6.
- Parker, Donald E. EL APARATO VESTIBULAR; enero, pág. 62.
- Pérez Ortiz, J. A. e Issa Katime Amashta. POLÍMEROS INORGÁNICOS; abril, pág. 6.
- Pettitt, John, Sophie Ducker y Bruce Knox. POLINIZACIÓN SUBMARINA; mayo, pág. 74.
- Phaff, Herman J. MICROORGANISMOS INDUSTRIALES; noviembre, pág. 22.
- Phillips, Anthony V. y Herbert J. Bernstein. FIBRADOS Y TEORÍA CUÁNTICA; septiembre, pág. 90.
- Pillsbury, Arthur F. LA SALINIDAD DE LOS RÍOS; septiembre, pág. 16.
- Porter, Keith R. y Jonathan B. Tucker. EL ARMAZÓN CELULAR; mayo, pág. 16.
- Ranov, Vadim, Richard S. Davis y Andrey E. Dodonov. EL HOMBRE PRIMITIVO EN EL ASIA CENTRAL SOVIÉTICA; febrero, pág. 60.
- Riera i Tuébol, Santiago. LOS «ICTÍNEOS» DE MONTURIOL; agosto, página 98.
- Rock, Irvin. PERCEPCIÓN ANORTOSCÓPICA; mayo, pág. 86.
- Rodríguez Adrados, Francisco. LA FÁBULA; febrero, pág. 6.
- Rodríguez Navarro, A. EL POTASIO Y EL SODIO EN LAS CÉLULAS VIVAS; septiembre, pág. 70.
- Rose, Anthony H. PRODUCCIÓN MICROBIOLÓGICA DE ALIMENTOS Y BEBIDAS; noviembre, pág. 66.
- Rose, Noel R. ENFERMEDADES POR AUTOINMUNIDAD; abril, pág. 52.
- Rutger, J. Neil y D. Marlin Brandon. EL CULTIVO DEL ARROZ EN CALIFORNIA; abril, pág. 16.
- Schimke, Robert T. MULTIPLICACIÓN GÉNICA Y RESISTENCIA A FÁRMACOS; enero, pág. 20.
- Schmidt-Nielsen, Knut. SISTEMAS DE CONTRACORRIENTE EN LOS ANIMALES; julio, pág. 74.
- Schubert, Gerald y Curt Covey. LA ATMÓSFERA DE VENUS; septiembre, página 30.
- Schuster, Peter, Manfred Eigen, William Gardiner y Ruthild Winkler-Oswatitsch. ORIGEN DE LA INFORMACIÓN GENÉTICA; junio, pág. 62.
- Sears, Ernest R. y Moshe Feldman. LOS RECURSOS GENÉTICOS DEL TRIGO SILVESTRE; marzo, pág. 50.
- Semiatin, S. L. y G. D. Lahoti. LA FORJA DE LOS METALES; octubre, página 72.
- Sharon, Nathan. CARBOHIDRATOS; enero, pág. 48.
- Shaw, Thrustan. LAS ESCULTURAS NOK DE NIGERIA; abril, pág. 104.
- Sleeswyk, André Wegener. EL ODÓMETRO DE VITRUBIO; diciembre, pág. 68.
- Solomon, Nadine A. y Arnold L. Demain. MICROBIOLOGÍA INDUSTRIAL; noviembre, pág. 10.
- Soedel, Werner y Vernard Foley. NAVES DE GUERRA A REMO EN LA ANTIGÜEDAD; junio, pág. 104.
- Strobel, Gary, A. y Gerald N. Lanier. LA ENFERMEDAD HOLANDESA DEL OLMO; octubre, pág. 34.
- Taylor, Joseph H., Joel M. Weisberg y Lee A. Fowler. ONDAS GRAVITATORIAS PROCEDENTES DE UN PULSAR ORBITAL; diciembre, pág. 18.
- Tanaka, Toyochi. GELES; marzo, página 76.
- Thomas, David Emil. FORMACIÓN DE IMÁGENES EN LOS ESPEJOS; febrero, página 86.
- Trager, William y Milton J. Friedman. BIOQUÍMICA DE LA RESISTENCIA A LA MALARIA; mayo, pág. 98.
- Tsipis, K. y S. A. Fetter. LIBERACIONES CATASTRÓFICAS DE RADIATIVIDAD; junio, pág. 8.
- Tucker, Jonathan B. y Keith R. Porter. EL ARMAZÓN CELULAR; mayo, pág. 16.
- Vaughan, Arthur H., Olin C. Wilson y Dimitri Mihalas. LOS CICLOS DE ACTIVIDAD DE LAS ESTRELLAS; abril, página 66.
- Vázquez, David. INHIBIDORES DE BIOSÍNTESIS DE PROTEÍNAS; noviembre, página 130.

- Von Hippel, Frank y Charles L. Gray, Jr. AHORRO DE COMBUSTIBLE EN VEHÍCULOS LIGEROS; julio, pág. 8.
- Wallace, Bruce y Richard W. Merritt. INSECTOS FILTRADORES; junio, página 94.
- Walker, Paul F. ARMAS CON GUÍA DE PRECISIÓN; octubre, pág. 10.
- Webster, Peter J. LOS MONZONES; octubre, pág. 84.
- Weinberg, Steven. LA DESINTEGRACIÓN DEL PROTÓN; agosto, pág. 16.
- Weisberg, Joel M., Joseph H. Taylor y Lee A. Fowler. ONDAS GRAVITATORIAS PROCEDENTES DE UN PULSAR ORBITAL; diciembre, pág. 18.
- Wetherill, George W. FORMACIÓN DE LA TIERRA A PARTIR DE PLANETESIMALES; agosto, pág. 86.
- Wilczek, Frank. ASIMETRÍA CÓSMICA ENTRE MATERIA Y ANTIMATERIA; febrero, página 32.
- Wilson, Olin C., Arthur H. Vaughan y Dimitri Mihalas. LOS CICLOS DE ACTIVIDAD DE LAS ESTRELLAS; abril, página 66.
- Wilson, S. S. SADI CARNOT; octubre, página 106.
- Williams, Robert E. LAS ENVOLTURAS DE LAS NOVAS; junio, pág. 82.
- Winkler-Oswatitsch, Ruthild, Manfred Eigen, William Gardiner y Peter Schuster. ORIGEN DE LA INFORMACIÓN GENÉTICA; junio, pág. 62.
- Woese, Carl R. ARCHIBACTERIAS; agosto, pág. 48.
- Wynn-Williams, Gareth. LAS ESTRELLAS MÁS RECIENTES DE ORIÓN; octubre, página 22.
- Zimmerman, Myron L., Daniel Kleppner y Michael G. Littman. ÁTOMOS ALTAMENTE EXCITADOS; julio, página 82.
- ANDRÓMEDA, LA GALAXIA DE, Paul W. Hodge; marzo, pág. 40.
- ANIMALES, SISTEMAS DE CONTRACORRIENTE EN LOS, Knut Schmidt-Nielsen; julio, pág. 74.
- ANTIBIÓTICOS BETA-LACTÁMICOS, E. P. Abraham; agosto, pág. 30.
- APARATO VESTIBULAR, EL, Donald E. Parker; enero, pág. 62.
- ARCHIBACTERIAS, Carl R. Woese; agosto, pág. 48.
- ARMAS CON GUÍA DE PRECISIÓN, Paul F. Walker; octubre, pág. 10.
- ARMAZÓN CELULAR, EL, Keith R. Porter y Jonathan B. Tucker; mayo, página 16.
- ARROZ EN CALIFORNIA, EL CULTIVO DEL, J. Neil Rutger y D. Marlin Brandon; abril, pág. 16.
- ARQUITECTURA DE CHRISTOPHER WREN, LA, Harold Dorn y Robert Mark; septiembre, pág. 78.
- ASIA CENTRAL SOVIÉTICA, EL HOMBRE PRIMITIVO EN EL, Richard S. Davis, Vadim Ranov y Andrey E. Dodonov; febrero, pág. 60.
- ASIGNACIÓN DE RECURSOS MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL, Robert G. Bland; agosto, pág. 62.
- ASIMETRÍA CÓSMICA ENTRE MATERIA Y ANTIMATERIA, Frank Wilczek; febrero, pág. 32.
- ATMÓSFERA DE VENUS, LA, Gerald Schubert y Curt Covey; septiembre, página 30.
- ÁTOMOS ALTAMENTE EXCITADOS, Daniel Kleppner, Michael G. Littman y Myron L. Zimmerman; julio, página 82.
- AUTOINMUNIDAD, ENFERMEDADES POR, Noel R. Rose; abril, pág. 52.
- BETA-LACTÁMICOS, ANTIBIÓTICOS, E. P. Abraham; agosto, pág. 30.
- BIOQUÍMICA DE LA RESISTENCIA A LA MALARIA, Milton J. Friedman y William Trager; mayo, pág. 98.
- BIOSÍNTESIS DE PROTEÍNAS, INHIBIDORES DE, David Vázquez; noviembre, página 130.
- CARBOHIDRATOS, Nathan Sharon; enero, página 48.
- CELULAR, EL ARMAZÓN, Keith R. Porter y Jonathan B. Tucker; mayo, página 16.
- CÉLULAS DE MAMÍFERO, INGENIERÍA GENÉTICA EN, W. French Anderson y Elaine G. Diacumakos; septiembre, página 46.
- CÉLULAS VIVAS, EL POTASIO Y EL SODIO EN LAS, A. Rodríguez Navarro; septiembre, pág. 70.
- CICLOS DE ACTIVIDAD DE LAS ESTRELLAS, LOS, Olin C. Wilson, Arthur H. Vaughan y Dimitri Mihalas; abril, página 66.
- CIRCUITOS DE POTENCIA, SUPERCONDUCTORES EN, T. H. Geballe y J. K. Hulm; enero, pág. 78.
- CONDUCTA ADICTIVA, LA, Vincent P. Dole; febrero, pág. 68.
- CORAZÓN ARTIFICIAL, EL, Robert K. Jarvik; marzo, pág. 28.
- COSMOLOGÍA Y OBSERVACIONES, Mariano Moles Villamate; julio, pág. 110.
- CRESTA DE LA DORSAL DEL PACÍFICO ORIENTAL, LA, Ken C. Macdonald y Bruce P. Luyendyk; julio, pág. 56.
- CUCARACHA, EL SISTEMA DE HUIDA DE LA, Jeffrey M. Camhi; febrero, página 76.
- CUERPO-MENTE, EL PROBLEMA, Jerry A. Fodor; marzo, pág. 62.
- CULTIVO DEL ARROZ EN CALIFORNIA, EL, J. Neil Rutger y D. Marlin Brandon; abril, pág. 16.
- DESCUBRIMIENTO DE UNA LENTE GRAVITATORIA, EL, Frederic H. Chaffee, Jr.; enero, pág. 32.
- DESCUBRIMIENTO NEWTONIANO DE LA GRAVITACIÓN, EL, I. Bernard Cohen; mayo, pág. 110.
- DESINTEGRACIÓN DEL PROTÓN, LA, Steven Weinberg; agosto, pág. 16.
- DINOSAURIOS DEL JURÁSICO DE AMÉRICA DEL SUR, José F. Bonaparte; diciembre, página 110.
- ELABORACIÓN MICROBIOLÓGICA DE PRODUCTOS QUÍMICOS INDUSTRIALES, Douglas E. Eveleigh; noviembre, página 94.
- ENERGÍA SOLAR FOTOVOLTAICA, Luis Castañer; mayo, pág. 6.
- ENFERMEDAD HOLANDESA DEL OLMO, LA, Gary A. Strobel y Gerald N. Lanier; octubre, pág. 34.
- ENFERMEDADES POR AUTOINMUNIDAD, Noel R. Rose; abril, pág. 52.
- ENIGMA ARQUEOLÓGICO, RACCHI (PERÚ), UN, Manuel Ballesteros Gaibrois, página 6.
- ENVOLTURAS DE LAS NOVAS, LAS, Robert E. Williams; junio, pág. 82.
- ERUPCIONES DEL MONTE SANTA ELENA, LAS, Robert Decker y Barbara Decker; mayo, pág. 30.
- ESULTURAS NOK DE NIGERIA, LAS, Thrustan Shaw; abril, pág. 104.
- ESPERMATOGÉNESIS, Cristóbal Mezquita Pla; enero, pág. 6.
- ESTRELLAS MÁS RECIENTES DE ORION, LAS, Gareth Wynn-Williams; octubre, pág. 22.
- FÁBULA, LA, Francisco Rodríguez Adrados; febrero, pág. 6.
- FÁRMACOS, MULTIPLICACIÓN GÉNICA Y RESISTENCIA A, Robert T. Schimke; enero, pág. 20.
- FÁRMACOS, PRODUCCIÓN MICROBIOLÓGICA DE, Yair Aharonowitz y Gerald Cohen; noviembre, pág. 78.

## ARTICULOS

- ABEJAS MELÍFERAS, REGULACIÓN DE LA TEMPERATURA EN EL ENJAMBRE DE, Bernd Heinrich; agosto, pág. 76.
- ACTIVIDAD DE LAS ESTRELLAS, LOS CICLOS DE, Olin C. Wilson, Arthur H. Vaughan y Dimitri Mihalas; abril, pág. 66.
- ACÚSTICA DE LAS TAPAS DEL VIOLÍN, LA, Carleen Maley Hutchins; diciembre, página 54.
- AHORRO DE COMBUSTIBLE EN VEHÍCULOS LIGEROS, Charles L. Gray, Jr. y Frank von Hippel; julio, pág. 8.
- ALCOHOL EN BRASIL, EL PROGRAMA DEL, José Roberto Moréira y José Golderberg; octubre, pág. 96.
- ALIMENTOS Y BEBIDAS, PRODUCCIÓN MICROBIOLÓGICA DE, Anthony H. Rose; noviembre, pág. 66.

- FIBRADOS Y TEORÍA CUÁNTICA, Herbert J. Bernstein y Anthony V. Phillips; septiembre, pág. 90.
- FORJA DE LOS METALES, LA, S. L. Semiatin y G. D. Lahoti; octubre, pág. 72.
- FORMACIÓN DE IMÁGENES EN LOS ESPEJOS, David Emil Thomas; febrero, página 86.
- FORMACIÓN DE LA TIERRA A PARTIR DE PLANETESIMALES, George W. Wetherill; agosto, pág. 86.
- FOTOVOLTAICA, ENERGÍA SOLAR, Luis Castañer; mayo, pág. 6.
- FUENTES DE BROTES CELESTES DE RAYOS X, Walter H. G. Lewin; julio, página 38.
- GALAXIA DE ANDRÓMEDA, LA, Paul W. Hodge; marzo, pág. 40.
- GALAXIA DE LA VÍA LÁCTEA, LA, Bart J. Bok; mayo, pág. 54.
- GALILEO OBSERVA NEPTUNO, Stillman Drake y Charles T. Kowal; febrero, página 22.
- GAS, REACTORES NUCLEARES REFRIGERADOS POR, Harold M. Agnew; agosto, página 6.
- GELES, Toyochi Tanaka; marzo, página 76.
- GENES FRAGMENTADOS, Pierre Chambon; julio, pág. 22.
- GENÉTICA, ORIGEN DE LA INFORMACIÓN, Manfred Eigen, William Gardiner, Peter Schuster y Ruthild Winkler-Oswatitsch; junio, pág. 62.
- GIRASOL, EL, Benjamín H. Beard; julio, página 100.
- GRAVITACIÓN, EL DESCUBRIMIENTO NEWTONIANO DE LA, I. Bernard Cohen; mayo, pág. 110.
- GUÍA DE PRECISIÓN, ARMAS CON, Paul F. Walker; octubre, pág. 10.
- HÁBITAT DE VIDA, UN PRIMITIVO, David I. Groves, John S. R. Dunlop y Roger Buick; diciembre, pág. 6.
- HISTORIA PARALELA DEL TELÉFONO, David A. Hounshell; marzo, pág. 94.
- HOMBRE PRIMITIVO EN EL ASIA CENTRAL SOVIÉTICA, EL, Richard S. Davis, Vadim Ranov y Andrey E. Dodonov; febrero, pág. 60.
- «ICTÍNEOS» DE NARCÍS MONTURIOL, LOS, Santiago Riera i Tué bols; agosto, página 98.
- IMÁGENES EN LOS ESPEJOS, FORMACIÓN DE, David Emil Thomas; febrero, página 86.
- INGENIERÍA GENÉTICA EN CÉLULAS DE MAMÍFERO, W. French Anderson y Elaine G. Diacumakos; septiembre, página 46.
- INHIBIDORES DE BIOSÍNTESIS DE PROTEÍNAS, David Vázquez; noviembre, página 130.
- INSECTOS FILTRADORES, Richard W. Merritt y Bruce Wallace; junio, pág. 94.
- INTRACELULAR, PROTEOLISIS, Santiago Grisolia, Erwin Knecht y José Hernández-Yago; junio, pág. 122.
- JURÁSICO DE AMÉRICA DEL SUR, DINOSAURIOS DEL, José F. Bonaparte; diciembre; página 110.
- LENTE GRAVITATORIA, DESCUBRIMIENTO DE UNA, Frederic H. Chaffee, Jr.; enero, pág. 32.
- LIBERACIONES CATASTRÓFICAS DE RADIATIVIDAD, S. A. Fetter y K. Tsipis; junio, pág. 8.
- LÓGICA CUÁNTICA, R. I. G. Hughes; diciembre, pág. 80.
- LUCIÉRNAGAS, MIMETISMO EN LAS SEÑALES SEXUALES DE LAS, James E. Lloyd; septiembre, pág. 58.
- MALARIA, BIOQUÍMICA DE LA RESISTENCIA A LA, Milton J. Friedman y William Trager; mayo, pág. 98.
- MATERIA Y ANTIMATERIA, ASIMETRÍA CÓSMICA ENTRE, Frank Wilczek; febrero, página 32.
- METALES, LA FORJA DE LOS, S. L. Semiatin y G. D. Lahoti; octubre, pág. 72.
- MÉTODOS DE PRODUCCIÓN EN MICROBIOLOGÍA INDUSTRIAL, Elmer L. Gaden, Jr.; noviembre, pág. 106.
- MICROBIOLOGÍA AGRÍCOLA, Winston J. Brill; noviembre, pág. 118.
- MICROBIOLOGÍA INDUSTRIAL, MÉTODOS DE PRODUCCIÓN EN, Elmer L. Gaden, Jr.; noviembre, pág. 106.
- MICROBIOLOGÍA INDUSTRIAL, Arnold L. Demain y Nadine A. Solomon; noviembre, pág. 10.
- MICROORGANISMOS INDUSTRIALES, Herman J. Phaff; noviembre, pág. 22.
- MICROORGANISMOS INDUSTRIALES, PROGRAMACIÓN GENÉTICA DE, David A. Hopwood; noviembre, pág. 40.
- MIMETISMO EN LAS SEÑALES SEXUALES DE LAS LUCIÉRNAGAS, James E. Lloyd; septiembre, pág. 58.
- MONTE SANTA ELENA, LAS ERUPCIONES DEL, Robert Decker y Barbara Decker; mayo, pág. 30.
- MONTURIOL, LOS «ICTÍNEOS» DE NARCÍS, Santiago Riera i Tué bols; agosto, página 98.
- MONZONES, LOS, Peter J. Webster, octubre, pág. 84.
- MULTIPLICACIÓN GÉNICA Y RESISTENCIA A FÁRMACOS, Robert T. Schimke; enero, pág. 20.
- NAVES DE GUERRA A REMO EN LA ANTIGÜEDAD, Vernard Foley y Werner Soedel; junio, pág. 104.
- NEPTUNO, GALILEO OBSERVA, Stillman Drake y Charles T. Kowal; febrero, pág. 22.
- NEUROPEPTIDOS, Floyd E. Bloom; diciembre, pág. 30.
- NEUTRINOS, UN TELESCOPIO DE, John G. Learned y D. Eichler; abril, pág. 92.
- NOVAS, LAS ENVOLTURAS DE LAS, Robert E. Williams; junio, pág. 82.
- NUCLEOSOMA, EL, Roger D. Kornberg y Aaron Klug; abril, pág. 28.
- ODÓMETRO DE VITRUBIO, EL, André Wegener Sleswyk; diciembre, pág. 68.
- OLMO, LA ENFERMEDAD HOLANDESA DEL, Gary A. Strobel y Gerald N. Lanier; octubre, pág. 34.
- ONDAS GRAVITATORIAS PROCEDENTES DE UN PULSAR ORBITAL, Joel N. Weisberg, Joseph H. Taylor y Lee A. Fowler; diciembre, pág. 18.
- ORDENADOR, PROCESAMIENTO DE IMÁGENES POR, T. M. Cannon y B. R. Hunt; diciembre, pág. 96.
- ORDENADORES, RECONOCIMIENTO DEL HABLA POR MEDIO DE, Stephen E. Levinson y Mark Y. Liberman; junio, página 38.
- ORIGEN DE LA INFORMACIÓN GENÉTICA, Manfred Eigen, William Gardiner, Peter Schuster y Ruthild Winkler-Oswatitsch; junio, pág. 62.
- ORIÓN, LAS ESTRELLAS MÁS RECIENTES DE, Gareth Wynn-Williams; octubre, página 22.
- PACÍFICO, EL POBLAMIENTO DEL, P. S. Bellwood; enero, pág. 92.
- PACÍFICO ORIENTAL, LA CRESTA DE LA DORSAL DEL, Ken C. Macdonald y Bruce Luyendyk; julio, pág. 56.
- PARTÍCULAS ELEMENTALES Y DE LAS FUERZAS, TEORÍA UNIFICADA DE LAS, Howard Georgi; junio, pág. 18.
- PERCEPCIÓN ANORTOSCÓPICA, Irvin Rock; mayo, pág. 86.
- PLANETESIMALES, FORMACIÓN DE LA TIERRA A PARTIR DE, George W. Wetherill; agosto, pág. 86.
- PLÁSMIDOS, Richard P. Novick; febrero, pág. 46.
- POBLAMIENTO DEL PACÍFICO, EL, P. S. Bellwood; enero, pág. 92.
- POLÍMEROS INORGÁNICOS, Issa Katime Amashta y J. A. Pérez Ortiz; abril, página 6.
- POLINIZACIÓN SUBMARINA, John Pettitt, Sophie Ducker y Bruce Knox; mayo, página 74.
- POTASIO Y EL SODIO EN LAS CÉLULAS VIVAS, EL, A. Rodríguez Navarro; septiembre, pág. 70.
- PRIMITIVO HÁBITAT DE VIDA, UN, David I. Groves, John S. R. Dunlop y Roger Buick; diciembre, pág. 6.
- PROBLEMA CUERPO-MENTE, EL, Jerry A. Fodor; marzo, pág. 62.
- PROCESAMIENTO DE IMÁGENES POR ORDENADOR, T. M. Cannon y B. R. Hunt; diciembre, pág. 96.
- PRODUCCIÓN MICROBIOLÓGICA DE FÁRMACOS, Yair Aharonowitz y Gerald Cohen; noviembre, pág. 78.
- PRODUCCIÓN MICROBIOLÓGICA DE ALI-



MENTOS Y BEBIDAS, Anthony H. Rose; noviembre, pág. 66.

PRODUCTOS QUÍMICOS INDUSTRIALES, ELABORACIÓN DE, Douglas E. Eveleigh; noviembre, pág. 94.

PROGRAMA DEL ALCOHOL EN BRASIL, EL, José Roberto Moreira y José Goldeberg; octubre, pág. 96.

PROGRAMACIÓN GENÉTICA DE MICROORGANISMOS INDUSTRIALES, David A. Hopwood; noviembre, pág. 40.

PROGRAMACIÓN LINEAL, ASIGNACIÓN DE RECURSOS MEDIANTE, Robert G. Bland; agosto, pág. 62.

PROTEOLISIS INTRACELULAR, Santiago Grisolia, Erwin Knecht y José Hernández-Yago; junio, pág. 122.

PROTÓN, LA DESINTEGRACIÓN DEL, Steven Weinberg; agosto, pág. 16.

PTEROSAURIOS, Wann Langston, Jr.; abril, pág. 80.

PUEBLO POLACO, VALORES Y ACTITUDES DEL, Stefan Nowak; septiembre, página 6.

PULSAR ORBITAL, ONDAS GRAVITATORIAS PROCEDENTES DE UN, Joel M. Weisberg, Joseph H. Taylor y Lee A. Fowler; diciembre, pág. 18.

RADIATIVIDAD, LIBERACIONES CATASTRÓFICAS DE, S. A. Fetter y K. Tsipis; junio, pág. 8.

RACCHI (PERÚ), UN ENIGMA ARQUEOLÓGICO, Manuel Ballesteros Gaibrois; marzo, pág. 6.

RAYOS X, FUENTES DE BROTES CELESTES DE, Walter H. G. Lewin; julio, página 38.

REACCIONES QUÍMICAS SIN SOLVATACIÓN, Robert T. McIver, Jr.; enero, página 104.

REACTORES NUCLEARES REFRIGERADOS POR GAS, Harold M. Agnew; agosto, página 6.

RECONOCIMIENTO DEL HABLA POR MEDIO DE ORDENADORES, Stephen E. Levinson y Mark Y. Liberman; junio, página 38.

RECURSOS GENÉTICOS DEL TRIGO SILVESTRE, LOS, Moshe Feldman y Ernest R. Sears; marzo, pág. 50.

REGULACIÓN DE LA TEMPERATURA EN EL ENJAMBRE DE ABEJAS MELÍFERAS, Bernd Heinrich; agosto, pág. 76.

RIBOSOMA, EL, James A. Lake; octubre, página 54.

SADI CARNOT, S. S. Wilson; octubre, página 106.

SALINIDAD DE LOS RÍOS, LA, Arthur F. Pillsbury; septiembre, pág. 16.

SISTEMA DE HUIDA DE LA CUCARACHA, EL, Jeffrey M. Camhi; febrero, página 76.

SISTEMAS DE CONTRACORRIENTE EN LOS ANIMALES, Knut Schmidt-Nielsen; julio, pág. 74.

SOLVATACIÓN, REACCIONES QUÍMICAS SIN, Robert T. McIver; Jr.; enero, página 104.

SUPERCONDUCTORES EN CIRCUITOS DE POTENCIA, T. H. Geballe y J. K. Hulm; enero, pág. 78.

TELÉFONO, HISTORIA PARALELA DEL, David A. Hounshell; marzo, pág. 94.

TELESCOPIO DE NEUTRINOS, UN, John G. Learned y David Eichler; abril, página 92.

TEORÍA CUÁNTICA, FIBRADOS Y, Herbet J. Bernstein y Anthony V. Phillips; septiembre, pág. 90.

TEORÍA UNIFICADA DE LAS PARTÍCULAS ELEMENTALES Y DE LAS FUERZAS, Howard Georgi; junio, pág. 18.

VALORES Y ACTITUDES DEL PUEBLO POLACO, Stefan Nowak; septiembre, página 6.

VEHÍCULOS LIGEROS, AHORRO DE COMBUSTIBLE EN, Charles L. Gray, Jr. y Frank von Hippel; julio, pág. 8.

VENUS, LA ATMÓSFERA DE, Gerald Schubert y Curt Covey; septiembre, página 30.

VESTIBULAR, EL APARATO, Donald E. Parker; enero, pág. 62.

VÍA LÁCTEA, LA GALAXIA DE LA, Bart J. Bok; mayo, pág. 54.

VIOLÍN, LA ACÚSTICA DE LAS TAPAS DEL, Carleen Maley Hutchins; diciembre, página 54.

VIROIDES, T. O. Diener; marzo, página 18.

VITRUBIO, EL ODÓMETRO DE, André Wegener Sleswyk; diciembre, página 68.

WREN, LA ARQUITECTURA DE CHRISTOPHER, Harold Dorn y Robert Mark; septiembre, pág. 78.

## JUEGOS MATEMATICOS

Autor: Martin Gardner

*De cómo Lavinia busca alojamiento y otros problemas de muy vario carácter geométrico*; junio, pág. 138.

*Inspiradas simetrías gráficas de Scott Kim*; agosto, pág. 110.

*Parábola: curva abstracta que se adapta bien al mundo concreto*; octubre, página 118.

*Postulado euclídeo de las paralelas y sus modernos herederos*; diciembre, página 122.

*Regularidades observadas en los números primos son reflejo de la ley fuerte de los pequeños números, las*; febrero, pág. 102.

*Taxigeometría nos ofrece viajes gratis hasta locales no euclídeos, la*; enero, página 114.

*Teoría de congruencias creada por Carl F. Gauss imponía sus módulos ya en 1801, la*; abril, pág. 116.

## TEMAS METAMAGICOS

Autor: Douglas R. Hofstadter

*Falacias del principio de incertidumbre y paradojas de la mecánica cuántica*; septiembre, pág. 108.

*La nueva pluma de la sección toma raudito vuelo en un medio autoalusivo*; marzo, pág. 102.

*Por algoritmos o por tanteo, cubistas y cubo maestros tenaces no paran de darle vueltas al Cubo Mágico*; mayo, página 122.

*Razonamiento por analogía, ¿cómo podría comprenderlo un ordenador?* noviembre, pág. 146.

*Test de Turing y la posibilidad de crear máquinas pensantes*; julio, pág. 124.

## TALLER Y LABORATORIO

Autor: Jearl Walker

*Anamorfosis: cómo se forman y cómo debemos contemplarlas*; septiembre, página 116.

*Figuras de escarcha helada en las ventanas*; febrero, pág. 109.

*Física y química subyacentes a la tarta de merengue al limón*; agosto, página 116.

*Fosfeno: falsa sensación luminosa producida por estímulo mecánico del globo ocular*; julio, pág. 134.

*Imágenes de interferencia en un espejo polvoriento*; octubre, pág. 126.

*Los resaltos hidráulicos, incluso los que se ven en el fregadero de la cocina; tienen un encanto especial*; junio, pág. 142.

*Mecánica de fluidos en rollos de miel y jarabe*; noviembre, pág. 156.

*Movimiento de las peonzas, con referencia a algunos tipos originales*; mayo, pág. 138.

*Nuevos montajes para exhibiciones con láser*; marzo, pág. 108.

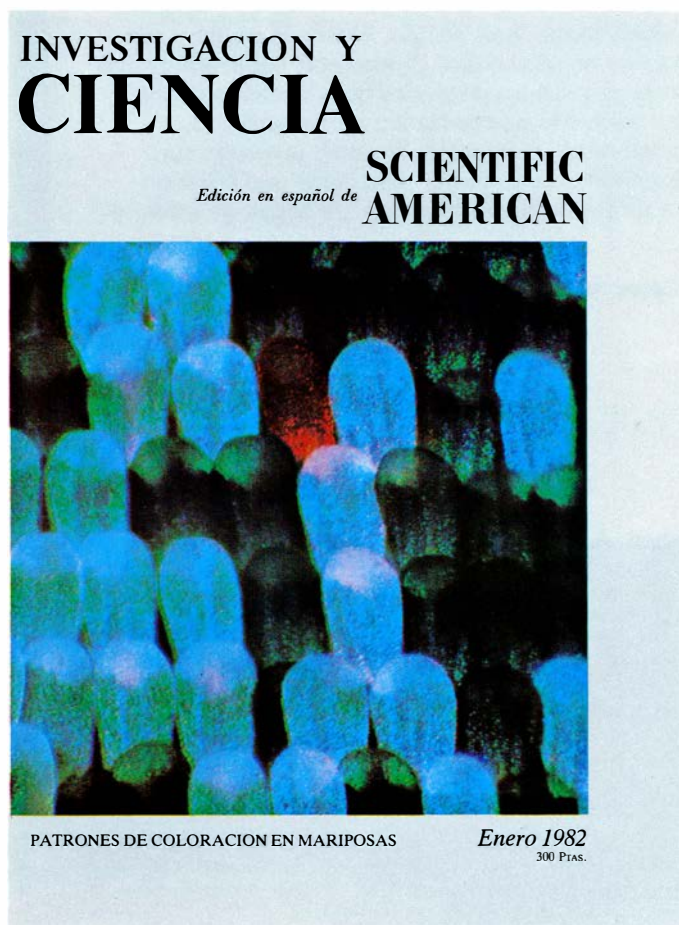
*Punteados caóticos con programas de ordenador para generarlos*; enero, página 119.

*Sam Epstein: cómo detectar metales en el aire, líquidos o sólidos*; abril, página 122.

*Reloj solar de fácil lectura, un*; febrero, página 109.

*Vuelo de la sámara: semilla alada de arces, fresnos y otros árboles*; diciembre, pág. 130.

# Seguiremos explorando los campos del conocimiento



## **ANILLOS DEL SISTEMA SOLAR, por James B. Pollack y Jeffrey N. Cuzzi**

*Según los últimos datos, tres de los planetas gigantes poseen anillos; los de Saturno están constituidos por miríadas de anillos más finos. La forma anular se conserva gracias a una complicada interacción de fuerzas.*

## **FASES FLUIDAS DE LA MATERIA, por J. A. Barker y Douglas Henderson**

*Tras el esfuerzo realizado durante más de un siglo para describir la estructura de los líquidos y los gases, acaba de postularse una teoría basada en un modelo muy antiguo y a la vez muy simple, según el cual las moléculas son esferas macizas e inertes.*

## **EL REVESTIMIENTO DEL INTESTINO DELGADO, por Florence Moog**

*Durante mucho tiempo se consideró un tejido pasivo. Experimentos recientes han puesto de manifiesto que las células del revestimiento intestinal están cubiertas por una membrana que digiere activamente los alimentos y los envía a la sangre.*

## **ESTABLECIMIENTO BALLENERO VASCO DEL SIGLO XVI EN EL LABRADOR, por James A. Tuck y Robert Grenier**

*Los archivos y los restos arqueológicos encontrados en tierra y en el fondo del mar revelan, por primera vez, la existencia de una floreciente industria ballenera española en el Canadá, establecida el primer siglo después del descubrimiento del Nuevo Mundo.*

## **REPARACION INDUCIBLE DEL ADN, por Paul Howard-Flanders**

*La lesión del material hereditario desencadena la "respuesta SOS", en la que colaboran varias enzimas. Las proteínas RecA y LexA desempeñan diversas funciones en la reparación del daño genético.*

## **HIPOCRATES, por Josep Alsina**

*Estudio del paso de la medicina credencial a la medicina racional en Grecia. Análisis del contenido de los escritos del llamado "Corpus" hipocrático.*

## **LOS PATRONES DE COLORACION DE LAS MARIPOSAS DIURNAS Y NOCTURNAS, por H. Frederick Nijhout**

*Los patrones de las alas son mosaicos a pequeña escala. Unas pocas reglas guían el desarrollo de más de 100.000 patrones distintos y nos introducen en el estudio del desarrollo animal.*

## **INTENSIFICADOR DE IMAGENES POR MICROCANALES, por Michael Lampton**

*Es un disco de vidrio, perforado por millones de tubos multiplicadores de electrones, que se asemeja a un ojo compuesto. Puede transformar un tenue patrón de radiación electromagnética en una imagen brillante y detallada.*

**INVESTIGACION Y  
CIENCIA**

